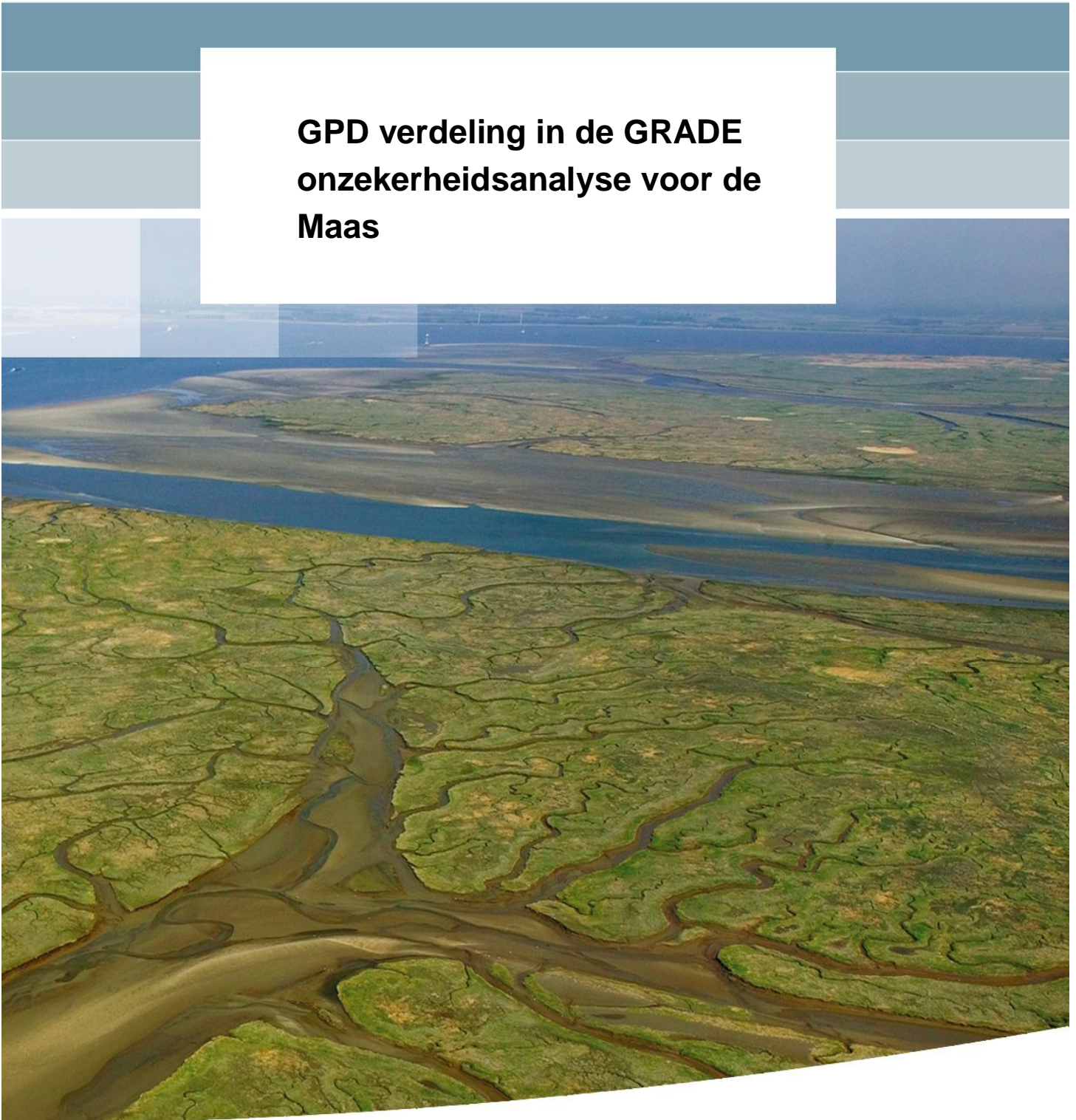


**GPD verdeling in de GRADE
onzekerheidsanalyse voor de
Maas**



GPD verdeling in de GRADE onzekerheidsanalyse voor de Maas

Mark Hegnauer
Henk van den Boogaard

1230045-006

Titel

GPD verdeling in de GRADE onzekerheidsanalyse voor de Maas

Project

1230045-006

Kenmerk

1230045-006-ZWS-0001

Pagina's

16

Trefwoorden

GRADE, onzekerheden, Maas

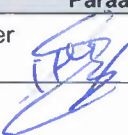

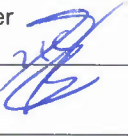

Samenvatting

Voor de Maas zijn met behulp van GRADE in een eerder project afvoerstatistiek en bijbehorende onzekerheidsbanden afgeleid. In dit rapport wordt gekeken naar een methode op basis van een GPD verdeling om te komen tot smallere onzekerheidsbanden.

Het resultaat van deze exercitie is dat de onzekerheidsbanden niet smaller, maar juist breder worden bij toepassing van een GPD verdeling in plaats van een exponentiele verdeling. De extra vormparameter in de verdeling lijkt ervoor te zorgen dat de fit de datapunten beter gaat volgen en daardoor onregelmatiger wordt in het extreme bereik waar weinig datapunten beschikbaar zijn.

Dit rapport presenteert de resultaten van de studie aan de hand van een aantal figuren met bijgevoegde tekst.

Het advies volgend uit deze studie is om voor de Maas in vervolgprojecten verder te gaan met de Weissman procedure op basis van een exponentiele fit, met daarbij een Weissman drempel T_w van 125 jaar.

Versie	Datum	Auteur	Paraaf	Review	Paraaf	Goedkeuring	Paraaf
1.0	feb. 2016	Mark Hegnauer		Ferdinand Diermanse	bla wp	Gerard Blom	
		Henk van den Boogaard					
1.1	mar. 2016	Mark Hegnauer		Ferdinand Diermanse	bla wp	Gerard Blom	
		Henk van den Boogaard					

Status

Definitief

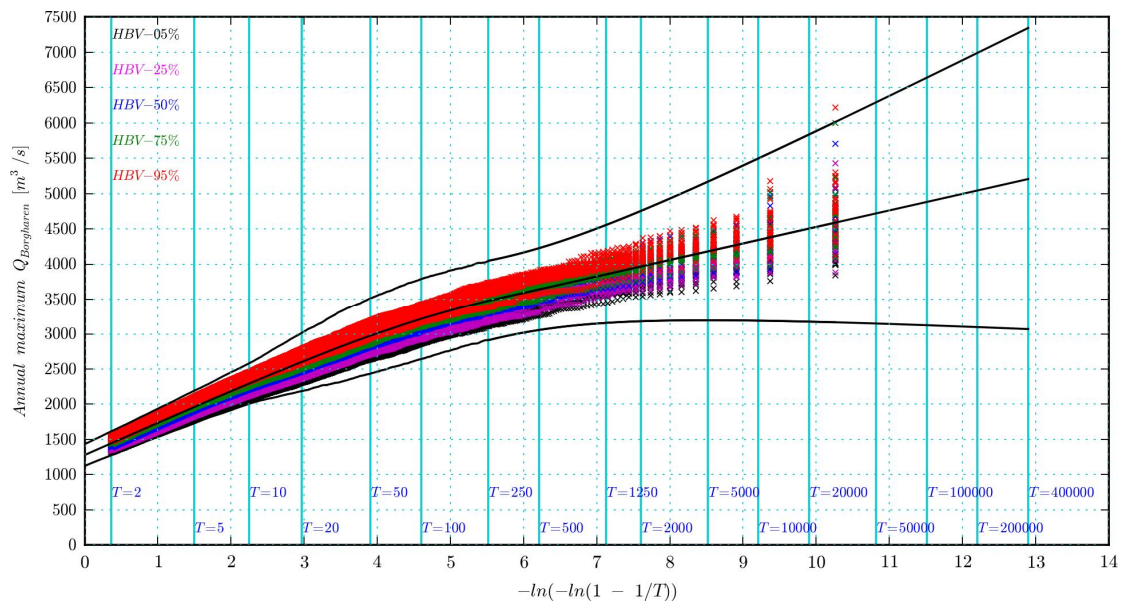
Inhoud

1 Inleiding en achtergrond	1
2 De GPD verdeling in de Weissman procedure	1
3 Resultaten OZA met GPD	4
4 Diagnose	6
5 Samenvatting/Conclusies	10

1 Inleiding en achtergrond

Voor de Maas is met GRADE een frequentieanalyse uitgevoerd voor de jaarmaxima van de afvoeren van de Maas voor de locatie Borgharen. Een belangrijk onderdeel in die frequentieanalyse is de onzekerheid in de frequentiekromme die aldus voor de Maas is afgeleid. Die onzekerheid is uiteindelijk weergegeven in de vorm van betrouwbaarheidsintervallen voor de schattingen van de afvoermaxima voor een wijd bereik van afvoeren. Bij het berekenen van die betrouwbaarheidsbanden is rekening gehouden met onzekerheden in (de kennis van) het huidige klimaat en in de parameterisatie van de hydrologische modellen die in GRADE worden gebruikt. De onzekerheid in klimaat is gekwantificeerd met een ensemble van neerslag en temperatuurreeksen over het stroomgebied van de Maas. Die reeksen (hier 24 in totaal) fungeren als invoer voor GRADE, en worden daarin gebruikt om van diverse deelgebieden de afvoer te berekenen. In de hiervoor toegepaste hydrologische modellen (HBV) is de onzekerheid weergegeven via een vijftal combinaties van modelparameters. De aldus voor de Maas gevonden frequentielijn en bijhorende 95% betrouwbaarheidsbanden zijn getoond in Figuur 1.1, zie de doorgetrokken zwarte lijnen. De in deze figuur met het symbool \times weergegeven datapunten zijn afkomstige van 24x5 modelsimulaties waaruit de frequentielijn en de banden berekend zijn. De kleur van de \times geeft aan bij welke HBV-parametercombinatie dat is geweest (één van de zogenaamde 5, 25, 50, 75, of 95% combinaties).

De in deze figuur getoonde onzekerheidsband in de afvoerfrequentiekromme blijkt relatief breed te zijn, en met name bij de hogere herhalingstijden neemt de onzekerheid in de schatting voor de bijhorende afvoer sterk toe. Vanuit WTI is hierbij opgemerkt dat door die sterke verbreding het meenemen van deze band (en na het hierover uitintegreren van onzekerheden) de waterstanden in de Maas flink gaan stijgen, en in veel grotere mate dan op voorhand werd voorzien. Daarom is de vraag gesteld of er met een goede onderbouwing "iets aan die onzekerheidsbanden kan worden gedaan" (d.w.z. reduceren van de "bandbreedte"). Op basis van een nadere beschouwing van de GRADE-onzekerheidsanalyse (vanaf nu afgekort met OZA) is vastgesteld dat een aanpassing van de Weissman procedure de meeste perspectieven biedt om, op een wetenschappelijk en fysisch verantwoorde wijze, een eventuele reductie van die banden tot stand te brengen.



Figuur 1.1 Met GRADE berekende frequentielijn en onzekerheidsband voor jaarmaxima van de Maas. Hier met een $T_w = 250$ jaar en een exponentiële verdeling in de Weissman procedure

In OZA wordt die Weissman procedure gebruikt voor “smoothing”/variantiereductie, én voor extrapolatie. Die extrapolatie betreft het schatten van de afvoermaxima (en bijhorende onzekerheid) voor herhalingstijden die veel groter zijn dan de lengte van de reeksen die in de GRADE modelsimulaties zijn gegenereerd. In de OZA waren die reeksen van lengte 20.000 jaar en werden 120 van die reeksen gegenereerd, namelijk voor de combinatie van 5 variaties t.a.v. de onzekerheid in de hydrologische modellen, en 24 variaties voor het representeren van de onzekerheid in het huidige klimaat.

De essentie van de Weissman-procedure is dat vanaf een op te geven herhalingstijd T_w (die korter moet zijn dan de lengte van de met GRADE berekende reeksen) de met GRADE berekende afvoeren voor herhalingstijden groter dan T_w , te vervangen door een fit die uitgaat van een exponentiële verdeling van de staart. De uiteindelijke uitkomst van de OZA is dan enerzijds afhankelijk van de keuze van de ‘drempel’ T_w , en anderzijds van de aanname van een exponentiële verdeling van de staart. Bij dat laatste punt is van belang na te gaan hoe goed die exponentiële verdeling ‘past’ bij de berekende datapunten, om een indicatie te geven van de kwaliteit van de extrapolatie naar ‘extreme’ herhalingstijden.

Het verloop van de met het symbool x gemarkeerde punten in Figuur 1.1 (die de diverse met GRADE berekende jaarmaxima representeren) suggereert een gedragsverandering in de staart. Die verandering is in de vorm van een ten opzichte van het gemiddelde versnelde toename van de spreiding van de punten. Voor het t.b.v. de Weissman procedure fitten van de datapunten zou dan een andere verdeling dan de exponentiële beter geschikt kunnen zijn, en nagegaan moeten worden welk effect dat dan heeft op de uiteindelijke betrouwbaarheidsbanden. Voor die alternatieve verdeling is de Generalised Pareto verdeling gekozen. Dit is een verdeling met drie parameters. Deze omvat de exponentiële verdeling als een speciaal geval. Bovendien kan deze verdeling (in tegenstelling tot de exponentiële verdeling) ‘omgaan’ met data die aan de bovenkant begrensd zijn, of in het extreme bereik langzamer groeien dan evenredig met $\log(T)$ (met T de herhalingstijd).

In deze memo worden de resultaten beschreven die voor de Maas in de OZA worden gevonden als in de Weissman procedure de GPD verdeling wordt toegepast.

2 De GPD verdeling in de Weissman procedure

De GPD verdeling is beschreven door de volgende formule voor de cumulatieve verdeling:

$$F(Q|Q_0, \sigma, \xi) = 1 - \left(1 + \frac{Q-Q_0}{\sigma}\right)^{-1/\xi} \quad \text{voor } Q > Q_0 \quad (1)$$

De verdeling omvat drie parameters, de locatieparameter Q_0 , een schaalparameter $\sigma > 0$, en een vormparameter ξ . Voor $\xi \rightarrow 0$ gaat die verdeling over in de exponentiële verdeling. De bij Vergelijking 1 horende kansdichtheidsfunctie is gegeven door

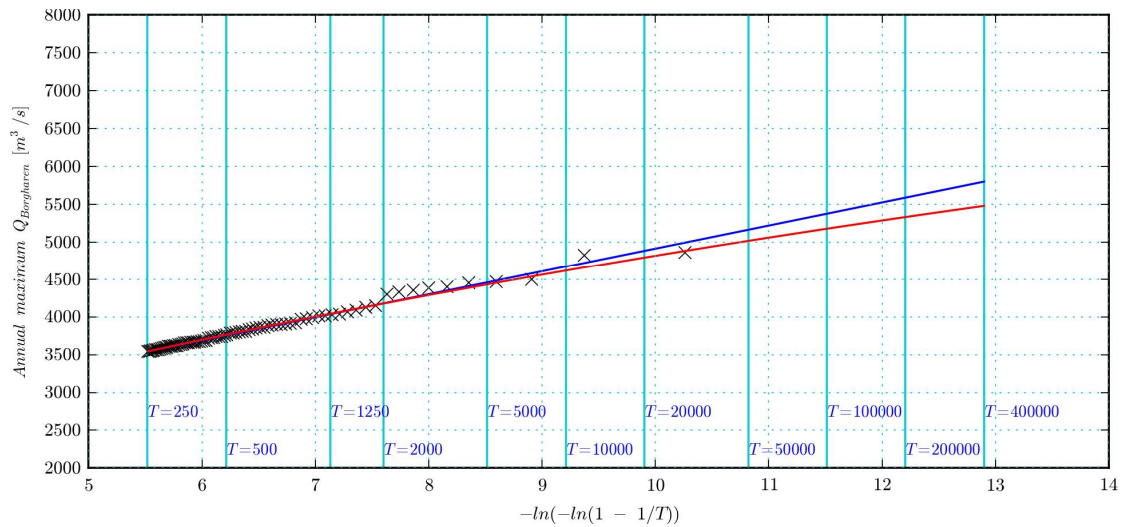
$$f(Q|Q_0, \sigma, \xi) = \left(1 + \frac{Q-Q_0}{\sigma}\right)^{-\frac{\xi+1}{\xi}} \quad (2)$$

De verdeling is gedefinieerd voor $Q > Q_0$. Echter, is de vorm parameter ξ kleiner dan nul, dan is de verdeling ook van boven begrensd en moet voor het argument Q gelden dat $Q_0 < Q < Q_0 - \sigma / \xi$.

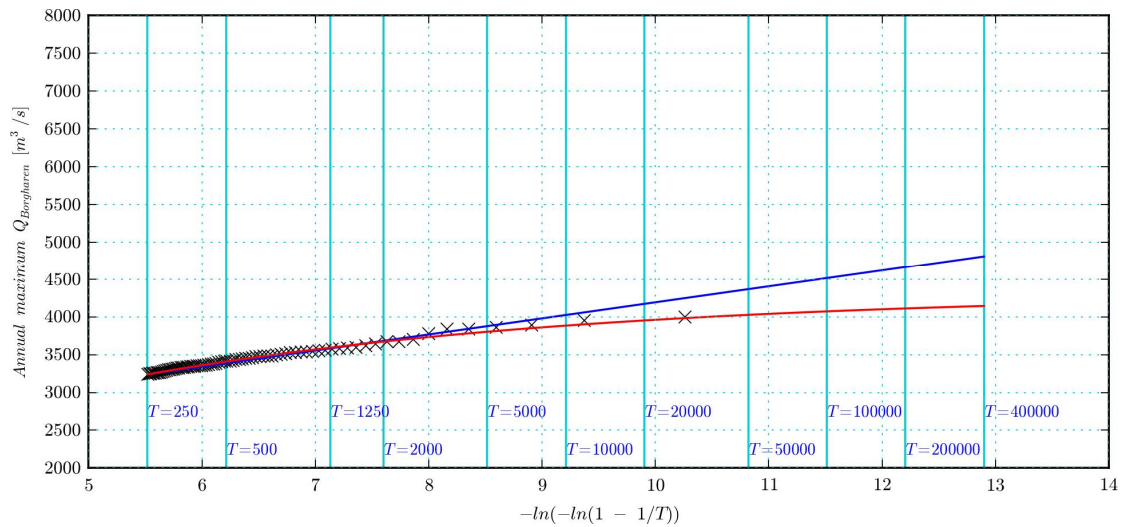
In de OZA van GRADE wordt deze verdeling afzonderlijk gefit aan elke afzonderlijke reeks (afzonderlijk betekend zoals gevonden bij een bepaalde combinatie van de neerslag generator en een parametercombinatie in de hydrologische modellen; in totaal dan 24x5 van die reeksen). Dat fitten is echter 'alleen' voor de datapunten in de staart, d.w.z. de afvoermaxima die horen bij een herhalingsstijd groter dan de ingestelde drempel T_w). Bij dat fitten is de locatieparameter gefixeerd op de met T_w overeenkomstige Q_w . Voor het dan vinden van de schaalparameter σ en vormparameter ξ is een maximum likelihood criterium gehanteerd. De σ en ξ krijgen daarbij de waarden waarvoor de zogenaamde *minus loglikelihood* functie minimaal is. Voor dat minimaliseren is een numeriek procedure gevolgd (2^e orde gradient methode, BFGS-algoritme).

In Figuur 2.1 t/m Figuur 2.3 wordt via frequentiekrommes getoond hoe dat fitten met een GPD verdeling er uitziet, en hoe zich dat verhoudt tot de exponentiële verdeling. Hierin is alle gevallen de T_w op 250 jaar gezet, zodat we 80 datapunten in de staart rechts van T_w hebben. In de figuren zijn de plotting positions van de datapunten in het zwart met het symbool x getekend. In het blauw is de fit en extrapolatie (ook MLH-gebaseerd) met de exponentiële verdeling getoond, en in rood zoals die nu met een GPD verdeling wordt gevonden. In Figuur 2.1 zijn de datapunten ontleend aan de afvoerjaarmaxima reeks van de (HBV(3), NG(12))-combinatie, en hierin is er niet veel verschil tussen beide fits. In Figuur 2.2 (voor de (HBV(1), NG(1))-combinatie) is er in de staart veel meer verschil, en treedt bij de GPD-verdeling een zekere saturatie op in het afvoer niveau bij extreem hoge herhalingsstijden. Figuur 2.3 (voor de (HBV(5), NG(21))-combinatie) toont een omgekeerde situatie, en gaat de GPD fit in sterke mate naar 'boven' afbuigen.

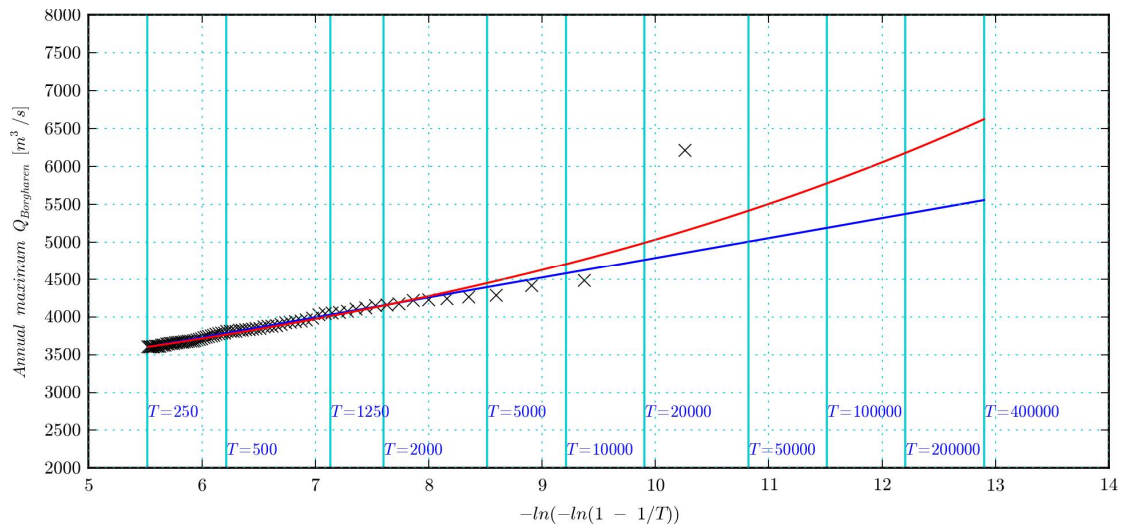
Die afbuiging is waarschijnlijk een 'attractie' door het meest rechts gelegen datapunt dat in sterke mate (eveneens naar boven) afwijkt van alle andere datapunten.



Figuur 2.1 Resultaat Weissman fit en extrapolatie bij het gebruik van een exponentiële (blauwe kromme) of een GPD verdeling (rood) bij het fitten van de staart. Hier is dat voor de 80 meest extreme jaarmaxima, uit de GRADE berekening bij de combinatie (HBV(3), NG(12))



Figuur 2.2 Resultaat Weissman fit en extrapolatie bij het gebruik van een exponentiële (blauwe kromme) of een GPD verdeling (rood) bij het fitten van de staart. Hier is dat voor de 80 meest extreme jaarmaxima, uit de GRADE berekening bij de combinatie (HBV(1), NG(1))



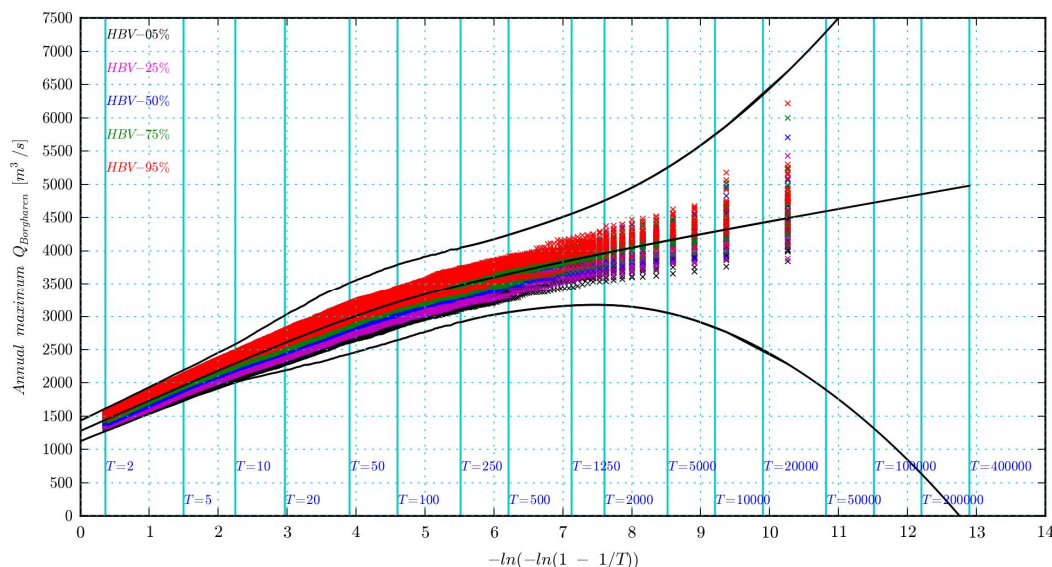
Figuur 2.3 Resultaat Weissman fit en extrapolatie bij het gebruik van een exponentiële (blauwe kromme) of een GPD verdeling (rood) bij het fitten van de staart. Hier is dat voor de 80 meest extreme jaarmaxima, uit de GRADE berekening bij de combinatie (HBV(5), NG(21))

3 Resultaten OZA met GPD

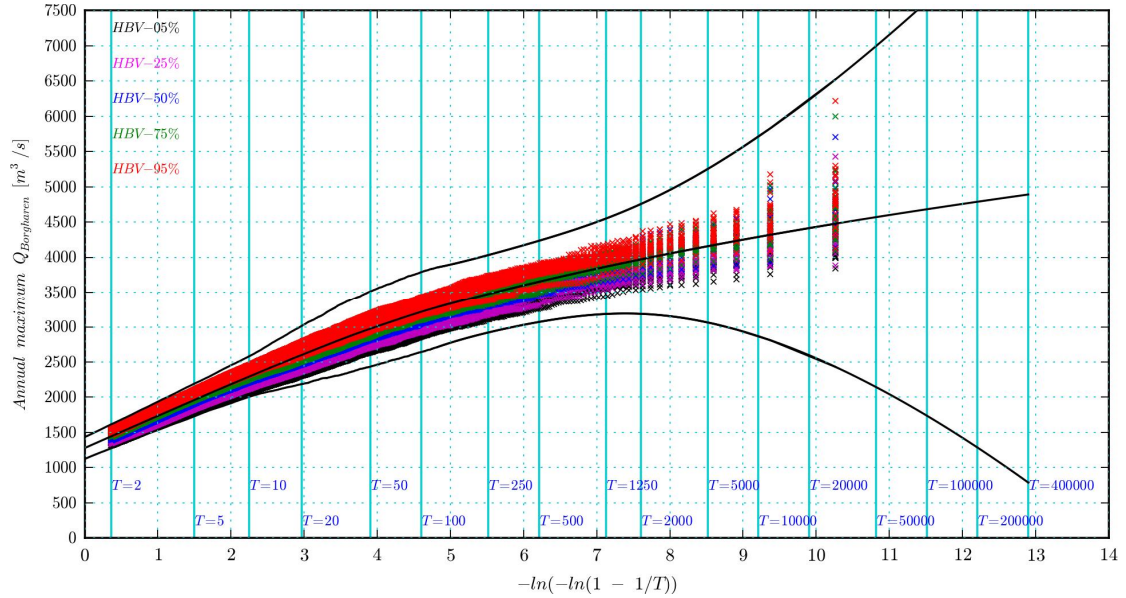
De OZA-analyse die tot Figuur 1.1 heeft geleid (met $T_w=250$ jaar, en een exponentiële verdeling) is herhaald, maar nu met een GPD verdeling in de Weissman procedure voor het smoothen en extrapoleren van de staarten. Het resultaat is te zien in Figuur 3.1. Het blijkt dat de GPD tot een enorme verbreding van de uiteindelijke onzekerheidsband (en nog sterker toenemend naarmate herhalingstijd toeneemt) heeft geleid. Vermoedelijk is die extra verbreding afkomstig van fits (binnen het ensemble van de 24×5 reeksen die ten behoeve van de OZA voor de diversie variaties van neerslaggenerator en parametercombinaties in de hydrologische HBV-modellen gegenereerd zijn) waarbij een sterke afbuiging naar boven (zoals in Figuur 2.3) of naar beneden (zoals in Figuur 2.2) is opgetreden.

Met die vormparameter extra ten opzichte van de exponentiële verdeling is de GPD verdeling beter in staat om het verloop van de datapunten te volgen (zie ook Figuur 2.1 t/m Figuur 2.3) en daardoor ook veel gevoeliger met de hoogste afvoermaxima (zie Figuur 2.3). Om gebruik te maken van die vormparameter, en tegelijkertijd de gevoeligheid voor de grootse extremen wat te reduceren is er nog de mogelijkheid om meer datapunten mee te nemen en op die manier bij de smoothing en extrapolatie de wat lagere afvoermaxima ook mee te laten doen (en dus vanaf een lager bereik extrapoleren). Dat kunnen we bereiken door de T_w te verlagen. Hier is dat in eerste instantie gedaan met een $T_w=125$ jaar, met dan 160 datapunten in de staart waarop gefit wordt. In tweede instantie is die T_w verder verlaagd naar $T_w=50$ jaar (400 datapunten). Het resultaat is te zien in de Figuren 3bc.

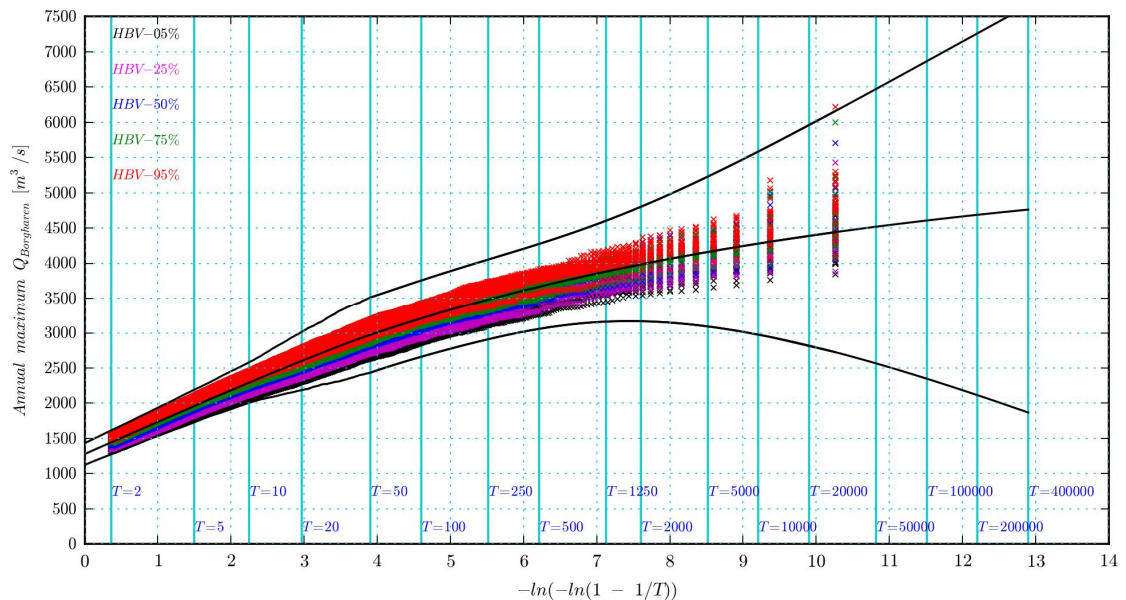
Hieraan is te herkennen dat met het verlagen van T_w inderdaad een reductie van de breedte van de onzekerheidsbanden optreedt. Echter zelfs bij $T_w=50$ jaar zijn de banden nog steeds wijder dan bij de uitgangsetting met de exponentiële verdeling en een T_w van 250 jaar.



Figuur 3.1 Frequentielijn en onzekerheidsband voor jaarmaxima van de Maas. Hier met een $T_w=250$ jaar en een GPD verdeling in de Weissman procedure



Figuur 3.2 Frequentielijn en onzekerheidsband voor jaarmaxima van de Maas. Hier met een $T_W = 125$ jaar en een GPD verdeling in de Weissman procedure



Figuur 3.3 Frequentielijn en onzekerheidsband voor jaarmaxima van de Maas. Hier met een $T_W = 50$ jaar en een GPD verdeling in de Weissman procedure

4 Diagnose

De uitkomsten uit de vorige sectie laten zien dat met het overschakelen naar de GPD verdeling in de Weissman procedure de breedte van de onzekerheidsbanden sterk lijkt toe te nemen, en dus 'contraproductief' ten opzichte van een 'gewenste' (en tegelijkertijd onderbouwbare) reductie van die banden.

De oorzaak van de verbreding is zeer waarschijnlijk gelegen in het uitwaaiëren van de datapunten in de staarten. Zie hiervoor de met het symbool \times gemarkeerde punten die telkens in de voorafgaande figuren met frequentielijnen zijn getekend. Deze punten geven de plotting position van de jaarmaxima die met GRADE voor de diverse (24x5) neerslag en HBV-variaties zijn berekend. Vanaf een herhalingstijd van ongeveer 1000 jaar lijkt de spreiding in die punten versneld toe te nemen. In nog sterkere mate lijkt zo'n 'versnelling' te gelden voor de bovenextremen.

Een en ander kan als volgt verder geïllustreerd worden via het standaard gemiddelde en spreiding¹ van de 24x5 afvoeren die bij dezelfde 'empirische herhalingstijd' T_n horen. Dat zijn dus de 120 afvoeren die in bovenstaande figuren met een \times zijn gemarkeerd, en bij een bepaalde T_n in die figuren verticaal boven elkaar staan. Zie bijvoorbeeld de verticale kolom met die \times -punten die in het vak tussen de herhalingstijden 20.000 en 50.000 jaar liggen. Omdat in de GRADE berekeningen 20.0000 jaar werd doorgerekend zijn er ook 20.000 van die 'empirische' herhalingstijden T_n . De zo per T_n gevonden gemiddelden, spreidingen, en extremen zijn in Figuur 4.1 tegen die herhalingstijd uitgezet.

Het verloop van het standaard gemiddelde is in het bovenste paneel weergegeven, en te herkennen aan de in het blauw getekende punten. In het onderste paneel van Figuur 4.1 is dat gedaan voor de standaard spreiding, maar nu zijn die punten in rood getekend. In het bovenste paneel is daarnaast ook het gemiddelde ± 1.96 keer de spreiding uitgezet (de rode punten), alsmede het onder- en bovenextrem van de 120 per T_n beschikbare jaarmaxima van de Maas. Deze figuur laat zien dat dat het gemiddelde vrijwel lineair toeneemt op een Gumbel schaal voor de herhalingstijd (en bij grote T dat gemiddelde dan een vrijwel exponentiele verdeling volgt). Voor de spreiding is dat geenszins het geval. Bij de hoogste T_n (en vooral na een soort trendbreuk bij $T=5000$ jaar) neemt deze versneld toe. Aan de rode punten in het bovenste paneel is vervolgens te herkennen dat de bandbreedte (hier het verschil van enerzijds "gemiddelde+1.96xspreiding" en anderzijds "gemiddelde-1.96xspreiding", ofwel 4 keer de spreiding) met toenemende herhalingstijd veel sneller groeit dan dat gemiddelde.

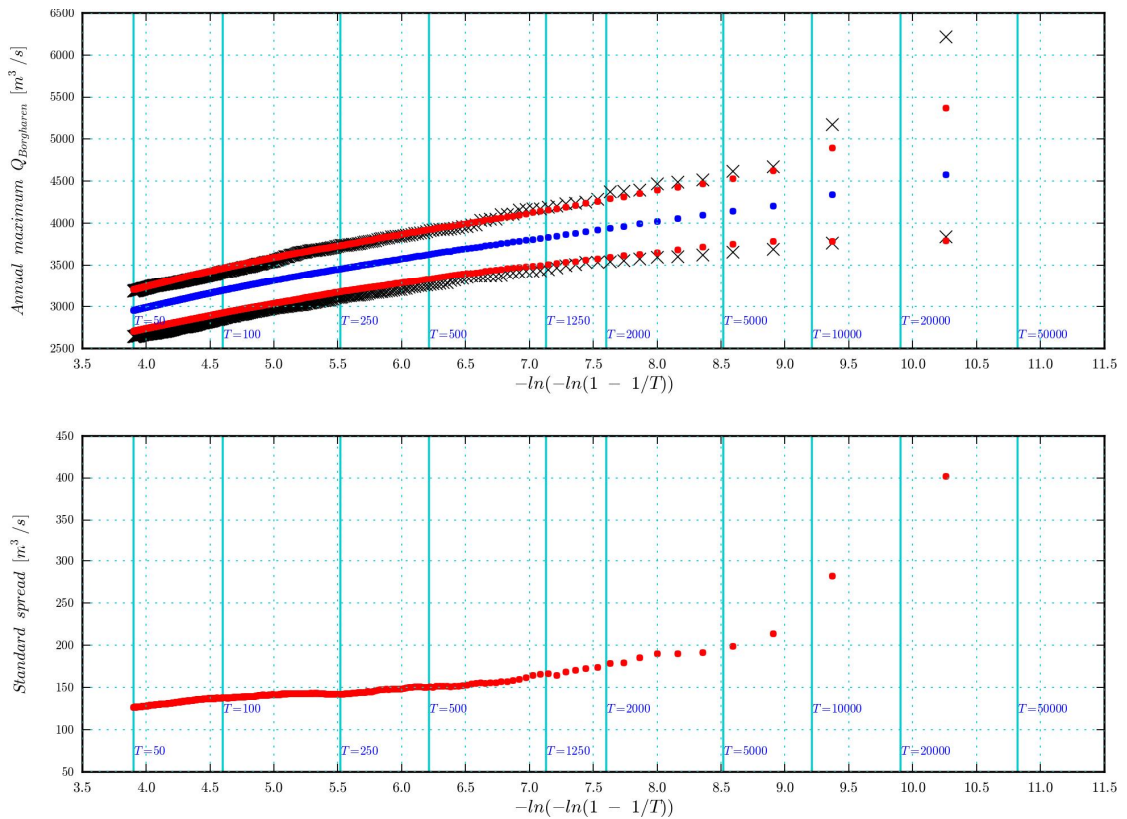
¹ In de OZA van GRADE worden ook gemiddelden en spreidingen berekend maar daar is dat met een niet uniforme weging t.a.v. de 5 HBV-variaties.

De in de vorige alinea berekende spreiding geeft nog niet de uiteindelijke OZA-onzekerheid omdat nog geen rekening is gehouden met de afhankelijkheid in de neerslagreeksen (die afhankelijkheid komt voort uit de jackknife resampling procedure waarmee neerslagreeksen gegenereerd zijn). In werkelijkheid zal de 'echte' spreiding (zoals die binnen OZA wordt berekend) ongeveer 5 keer groter zijn². Dit wordt getoond in Figuur 4.2. Hierin is het resultaat van OZA te zien als er geen Weissman smoothing en extrapolatie van de staart van de empirische verdelingen wordt toegepast. Hierin wordt (waarschijnlijk de oorzaak van) de eerder gesignaleerde sterke divergentie van de band vanaf $T=5000$ teruggevonden.

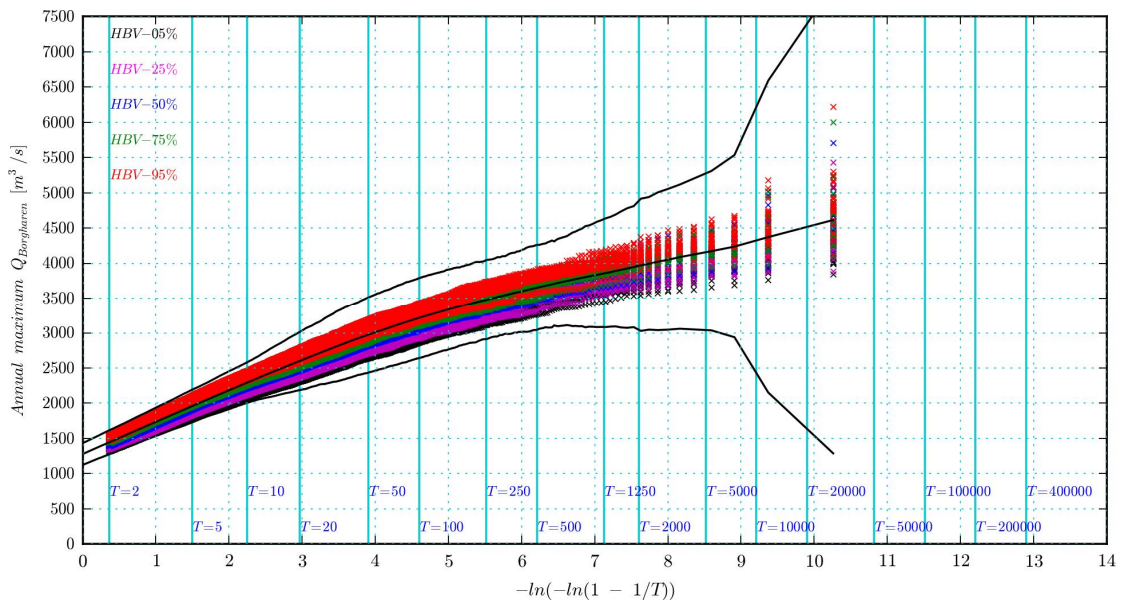
De moraal lijkt dan te zijn dat met de GPD verdeling de extra ruimte die die verdeling biedt (via de vorm parameter in die verdeling, die bij de exponentiële verdeling ontbreekt) wordt benut om de divergentie van de onzekerheid in de staart van de empirische verdeling (zoals getoond in Figuur 4.2) te reproduceren. Bij een Weissman smoothing/extrapolatie met de exponentiële verdeling is die vrijheid minder en 'ontspoor' de bandbreedte in mindere mate. Dat zal zijn omdat (op een $\log(T)$ -schaal) de exponentiële verdeling geen kromming heeft en op die manier 'binnen de perken' blijft.

Het erg dominante karakter van de hoogste afvoermaxima in de smoothing en extrapolatie kan ook worden herkend aan het verloop van de onzekerheidsbanden die in Figuur 4.3 worden getoond. Hierin is de procedure van Figuur 3.3 overgedaan maar nu zijn bij het fitten (weer met GPD) de afvoermaxima die (empirisch) horen bij een hogere herhalingstijd dan 10000 jaar weggelaten (dat zijn dan per reeks de twee grootse waarden). Dit geeft inderdaad een aanzienlijke reductie van de bandbreedte. Het probleem is echter hoe dat censureren van de hoogste (twee of meer) afvoermaxima te rechtvaardigen. Anders dan optische bevindingen dat bij die hoogste herhalingstijden een sterke trendbreuk in de spreidingen lijkt op te treden, en die spreidingen dan groter worden dan "verwacht en/of gewenst", zijn voor censuren vooral nog geen echt fysische argumenten voorhanden.

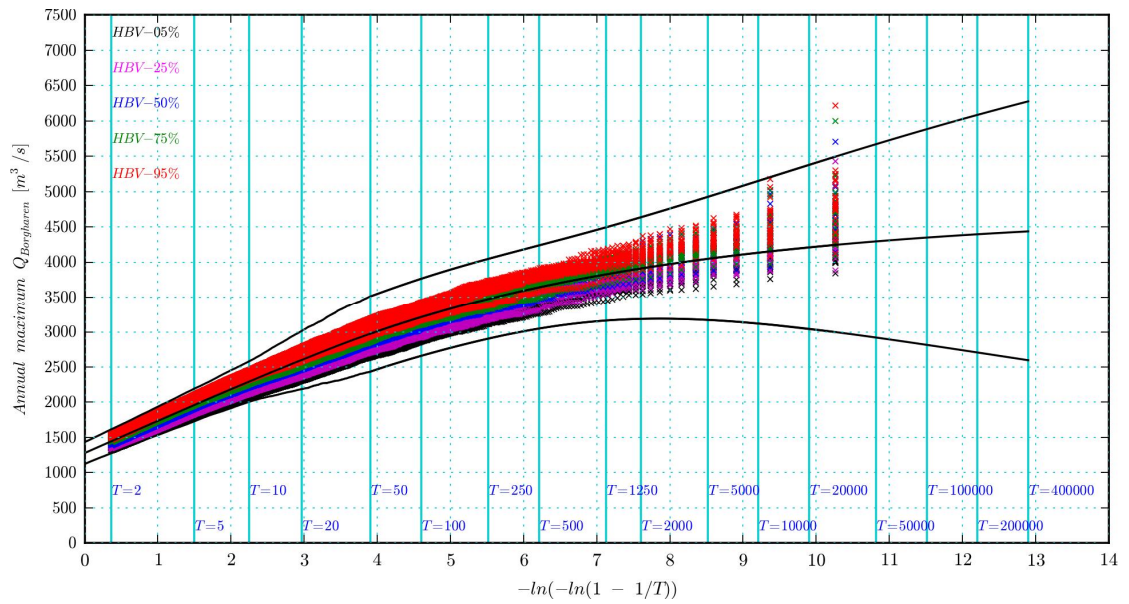
² De factor 5 komt voort uit het door het jackknife resampling algoritme geïnduceerde afhankelijkheid tussen 24 de neerslag reeksen.



Figuur 4.1 Verloop van het standaard gemiddelde en standaard spreiding van de per empirische herhalingsijd T_n met GRADE berekende 24x5 jaarmaxima



Figuur 4.2 Resultaat van de GRADE onzekerheidsanalyse voor de Maas als hierbij geen Weissman procedure voor smoothing en extrapolatie van de staart wordt toegepast



Figuur 4.3 Frequentielijn en onzekerheidsband voor jaarmaxima van de Maas. Hier met een $T_W = 50$ jaar en een GPD verdeling in de Weissman procedure, en het uitsluiten van de datapunten voorbij een herhalings-tijd van 10000 jaar

5 Samenvatting/Conclusies

Met het in Weissman procedure (zoals die binnen OZA/GRADE wordt gebruikt voor het smoothen en extrapoleren van frequentielijnen en onzekerheidsbanden) vervangen van de gangbare exponentiele verdeling door een Generalised Pareto verdeling wordt geen reductie van de onzekerheidsbanden gevonden. In tegendeel, de breedte van die banden nemen in sterke mate toe. Een belangrijke reden lijkt de trendbreuk, en sterke divergentie, te zijn in de spreidingen die bij de hogere herhalingstijden al worden gevonden in de met GRADE berekende afvoerreksen. Bij het gebruiken van de GPD verdeling in Weissman wordt de extra vrijheidsgraad in deze verdeling (via de vormparameter waarmee kromming kan worden gevolgd) gebruikt om die divergentie te reproduceren.

Ook het verlagen van de drempel herhalingstijd, T_w (zodat de smoothing/extrapolatie meer door de datapunten bij lagere herhalingstijden wordt bepaald) biedt weinig perspectieven. Het zou nog mogelijk zijn om andere verdelingen te gebruiken, maar vermoedelijk blijft het aspect van de onevenredig sterke toename van de onzekerheid bij de hoogste afvoeren/herhalingstijden ook dan belemmerend zijn.

Met het weglaten van de hoogste afvoerwaarden zou een reductie mogelijk zijn. Echter voor zo'n censuren zijn vooralsnog geen goede argumenten beschikbaar (maar is ook nog niet naar gezocht).

Op deze basis wordt aanbevolen om oorspronkelijk procedure (Weissman extrapolatie met exponentiële verdeling) en de daarbij gevonden uitkomsten, te handhaven. Daarbij wordt echter wel aanbevolen om de Weissman drempel te verlagen van $T_w=250$ naar $T_w=125$ jaar. Met deze verlaging van de drempel zijn de extrapolatie van de afvoeren naar heel lange herhalingstijden, en de daarbij horende onzekerheidsband, veel minder gevoelig voor de trendbreuk in de spreiding die in de hoogste met GRADE berekende afvoeren werd gevonden. In het bijzonder wordt hiermee dan ook de breedte van de onzekerheidsband beduidend kleiner. Zie hiervoor de resultaten van de analyse die in bijlage A is te vinden. In die bijlage toont Figuur 5.2 de aldus voor de Maas uiteindelijk aanbevolen frequentielijn en bijhorende onzekerheidsband.

A Gevoeligheidsanalyse Weissman drempel

Om inzicht te krijgen in het effect van de keuze van de Weissman drempel is een snelle gevoeligheidsanalyse uitgevoerd waarbij de Weissman drempel is gevarieerd, en het effect op de frequentielijn en onzekerheidsband is nagegaan. In alle gevallen is in de Weissman extrapolatie een exponentiële verdeling gebruikt, en zijn alle (binnen de GRADE onzekerheidsanalyse) berekende afvoermaxima in de berekening van die frequentielijn en onzekerheidsband meegenomen. In onderstaande figuren zijn de resultaten getoond voor 3 verschillende waarden voor de Weissman drempel: $T_w=100$ jaar, $T_w=125$ jaar en $T_w=250$ jaar.

Voor 'kortere' herhalingsstijden (tot 20,000 jaar) wordt de smalste bandbreedte gevonden bij een Weissman drempel $T_w=125$ jaar. Voor langere herhalingsstijden geldt dat de bandbreedte smaller is voor de variant met $T_w=100$ jaar. Echter, de verschillen tussen deze twee Weissman drempels zijn vrij klein en praktisch gesproken verwaarloosbaar. Het verschil met een drempelwaarde van $T_w=250$ jaar is echter aanzienlijk, vooral voor extremere herhalingsstijden (>1000 jaar). Bij die $T_w=250$ jaar lijken de uitkomsten bovenmatig gevoeliger te zijn geworden voor de trendbreuk in de spreiding die in de met GRADE berekende afvoeren bij een herhalingsstijd van ongeveer 5000 jaar werd gevonden (zie Figuur 4.2).

Voor gebruik in vervolprojecten wordt aanbevolen om voor de Maas een drempelwaarde van $T_w=125$ jaar te gebruiken. Met deze instelling worden dan uiteindelijk aanzienlijk smallere onzekerheidsbanden gevonden dan bij een drempel van $T_w=250$ jaar.

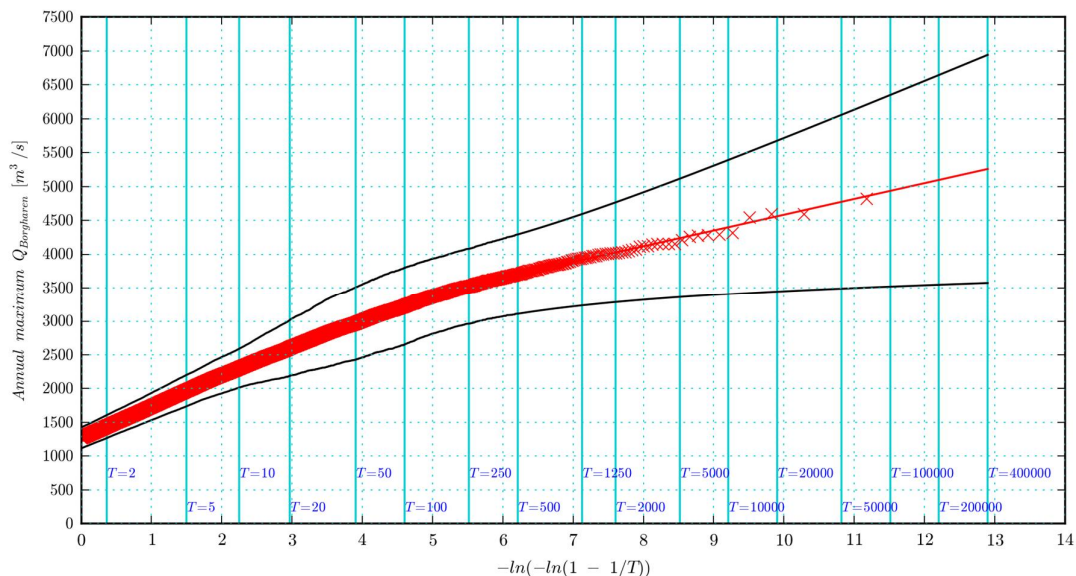


Figure A.1 Afvoer-frequentie lijn en onzekerheidsband voor de Maas bij Borgharen voor een Weissman drempel $T_w=100$ jaar voor de onzekerheidsbanden

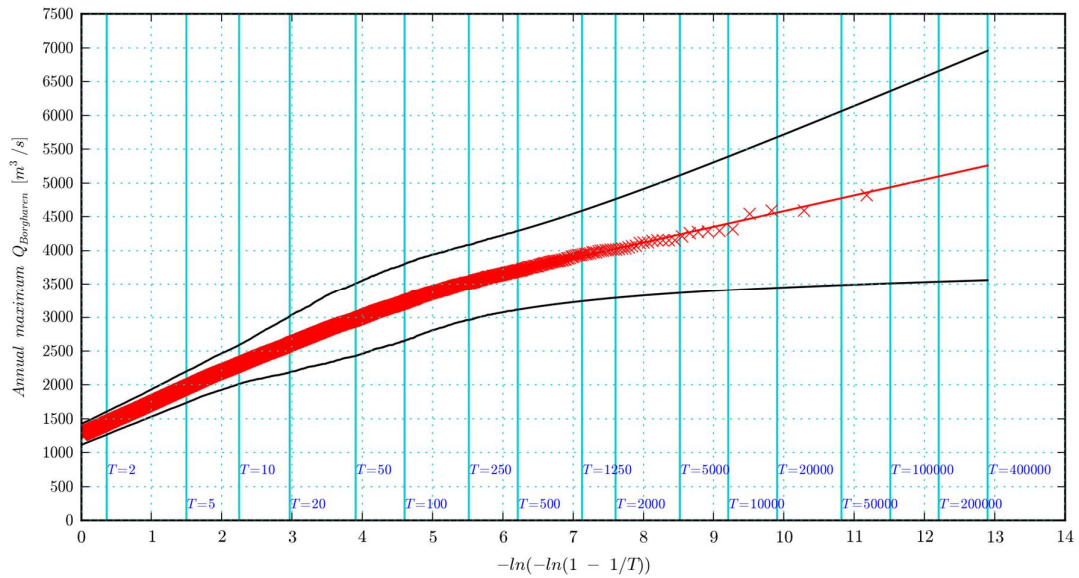


Figure A.2 Afvoer-frequentie lijn en onzekerheidsband voor de Maas bij Borgharen voor een Weissman drempel $T_w=125$ jaar voor de onzekerheidsbanden

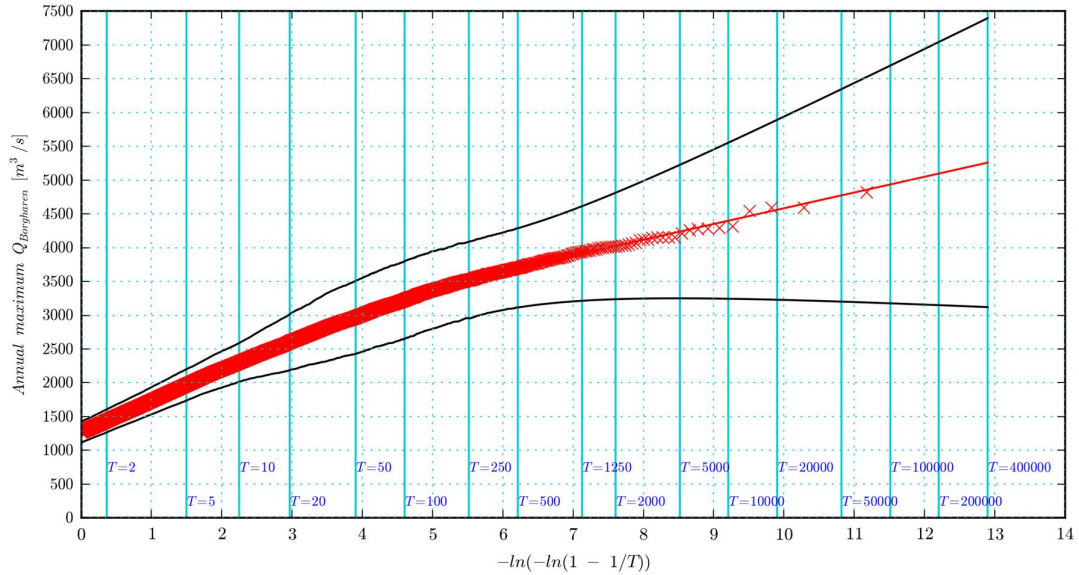


Figure A.3 Afvoer-frequentie lijn en onzekerheidsband voor de Maas bij Borgharen voor een Weissman drempel $T_w=250$ jaar voor de onzekerheidsbanden

Table A.1 Breedte van de onzekerheidsbanden bij specifieke herhalingstijden voor de Maas bij Borgharen bij verschillende Weissman drempels

Herhalingstijd	Breedte van onzekerheidsband (m ³ /s)		
	T _w = 100 jaar	T _w = 125 jaar	T _w = 250 jaar
2	340	340	340
5	460	460	460
10	580	580	580
20	830	830	830
25	890	890	890
30	960	960	960
50	1080	1080	1080
100	1150	1150	1150
250	1120	1120	1140
300	1130	1130	1130
500	1180	1180	1170
1,250	1360	1350	1400
2,500	1540	1530	1670
3,000	1600	1590	1740
4,000	1680	1680	1870
5,000	1760	1750	1970
10,000	1990	1980	2310
20,000	2230	2230	2660
25,000	2310	2320	2780
30,000	2380	2380	2870
50,000	2570	2580	3150
100,000	2830	2850	3520