

DYNAMISCH GEDRAG VAN WATERBOUWKUNDIGE CONSTRUCTIES

DEEL C METHODEN VAN REKENEN EN EXPERIMENTEEL ONDERZOEK

P.A. KOLKMAN &
T.H.G. JONGELING



Ministerie van Verkeer en Waterstaat
Directoraat-Generaal Rijkswaterstaat

Uitgave

Rijkswaterstaat
Dienst Weg- en Waterbouwkunde
Delft, november 1996

Ontwerp, eindredactie en realisatie

Van Hasselt Van Everdingen & Partners
Den Haag

Druk

NKB Offset
Bleiswijk

INHOUDSOPGAVE DEEL C

NOTATIES DEEL C	4
1 ALGEMEEN	7
2 ANALYSE VAN HET ONTWERP EN DE OMSTANDIGHEDEN	11
3 REKENMETHODEN MET BETREKKING TOT DYNAMISCH GEDRAG VAN CONSTRUCTIES IN WATER	15
3.1 Afwegingen bij de keuze van rekenen in frequentiedomein en tijdsdomein	15
3.2 Berekening van de toegevoegde watermassa voor tweedimensionale situaties (met verwaarlozing van golfuitstraling)	18
3.2.1 Schatting van het frequentiegebied waarbij de toegevoegde watermassa niet meer frequentieafhankelijk is	18
3.2.2 Toegevoegde watermassa berekend met behulp van potentiaaltheorie	19
3.2.3 Schatting toegevoegde watermassa vanuit geschematiseerd stroombeeld	21
3.2.4 Voorbeelden van een complete berekening	22
3.3 Berekeningen in het frequentiedomein	27
3.3.1 Het enkelvoudige massaveersysteem	27
3.3.2 Een enkelvoudig massaveersysteem in water	30
3.3.3 Responsie van een tweevoudig massaveersysteem (directe methode)	31
3.3.4 Modal Analysis bij een tweevoudig massaveersysteem	33
3.3.5 Algemene formulering voor een systeem met meer graden van vrijheid	35
3.3.6 Gekoppelde systemen met constructie- en vloeistofcomponenten	39
3.3.7 Voorbeelden van gekoppelde systemen met constructie- en vloeistofelementen	40
3.4 Berekening in het tijdsdomein met indirecte methoden	47
3.4.1 Modal Analysis en impulsresponsmethode voor het geval toegevoegde massa en demping frequentieonafhankelijk zijn	47
3.4.2 De impulsresponsfunctie voor het geval toegevoegde massa en demping frequentieafhankelijk zijn	48
3.5 Berekeningen in het tijdsdomein met de directe methode	51
3.5.1 Algemeen	51
3.5.2 Responsie van een enkelvoudig massaveersysteem op een uitwendige belasting	52
3.5.3 Gekoppelde systemen met constructie- en vloeistofelementen	55

4	REKENMETHODEN MET BETREKKING TOT GOLFKLAPPEN	64
4.1	Algemeen	64
4.2	Impulsbeschouwing	65
4.3	Het lineaire schokgolfmodel	67
4.3.1	Golfklap tegen een starre wand	67
4.3.2	Starre wand en lucht-watermengsel	68
4.3.3	Golfklap tegen een compressibele wand	70
4.4	Het niet-lineaire schokgolfmodel	70
4.5	Het stromingsdrukmodel (ventilated shocks)	73
4.6	Het luchtcompressiemodel	74
4.6.1	Het lineaire luchtcompressiemodel	75
4.6.2	Het niet-lineaire luchtcompressiemodel	76
4.7	Numerieke berekening van het drukverloop bij een golfklap	78
4.8	Extrapolatie van resultaten uit een schaalmodel naar prototypewaarden	79
4.9	Beïnvloeding klapbelasting door een responderende constructie	81
5	SCHAALMODELLEN	84
5.1	Inleiding	84
5.1.1	Algemeen	84
5.1.2	Strategie voor een projectgebonden onderzoek	85
5.2	Schaalregels en schaaffecten bij onderzoek naar trillingen en golfbelastingen	87
5.3	Indeling in categorieën van schaalmodellen ten behoeve van trillings- en golfklaponderzoek	94
5.3.1	Indeling wat betreft reproductie van de geometrie	94
5.3.2	Indeling wat betreft reproductie van dynamische eigenschappen	96
5.4	Mogelijk kritieke punten bij dynamische modellen	98
5.5	Verificatie van de modeltechniek	99
5.6	Meetsysteem en gegevensverwerking	104
5.6.1	Algemeen	104
5.6.2	Instrumentatieaspecten	105
5.6.3	Monitoring en registratie van meetsignalen	106
5.7	Bewerking van de meetresultaten	107
5.7.1	Algemeen	107
5.7.2	Statistische bewerkingen	108
5.7.3	Bewerkingen in het tijdsdomein	110
5.7.4	Bewerkingen in het frequentiedomein	113

6	VOORBEELDEN VAN SCHAALMODELLEN VOOR DYNAMISCH ONDERZOEK	119
6.1	Star model met stroming, voor trillingsonderzoek	120
6.2	Star model voor onderzoek golfbelasting	123
6.3	Enkelvoudig massaveersysteem voor trillingsonderzoek; translierend	129
6.4	Enkelvoudig massaveersysteem voor trillingsonderzoek; roterend	136
6.5	Systeem met meer graden van vrijheid bij drijvende deur	138
6.6	Meervoudig massaveersysteem voor responsieonderzoek bij stroming en golven	141
6.7	Continu-elastisch model voor trillingsonderzoek	144
6.8	Continu-elastische modellen voor golfbelasting en trillingsonderzoek	147
7	ONDERZOEK VAN PROTOTYPECONSTRUCTIES	153
7.1	Algemeen	153
7.2	Trillingsmetingen	155
7.3	Golfklaponderzoek	157
7.4	Bewerking van meetresultaten	158
7.5	Ervaringen met betrekking tot trillings- en golfklapmetingen	159
8	REFERENTIES	164
8.1	WL-rapporten	164
8.2	Overige literatuur	169
APPENDIX I	AFLEIDING VAN DE RESPONSFUNCTIE IN HET TIJDSDOEIN UIT DE OVERDRACHTSFUNCTIE IN HET FREQUENTIEDOMEIN	172
APPENDIX II	SCHAALREGELS EN SCHAALEFFECTEN BIJ SCHAAL- MODELLEN VOOR DYNAMISCH ONDERZOEK	176
APPENDIX III	BESCHRIJVING VAN EEN REKENPROGRAMMA TER BEPALING VAN DE TOEGEVOEGDE WATER- MASSA VOOR EEN STRIP IN RUIM WATER BIJ TRANSLERENDE EN ROTERENDE TRILLING	187
	INDEX OP ONDERWERP (DEEL C)	194

NOTATIES DEEL C

a	=	gemiddelde afstand tussen waterfront en constructie (m)
a_i	=	amplitudefactor van de i -de eigenvector (1,...,i,...,n) (m)
a_n	=	de amplitude van de n -de trillingspiek (m)
A	=	oppervlak (m^2)
A	=	doorstroomopening (onder de schuif) (m^2)
A_p	=	oppervlak van de pijpdoorsnede (m^2)
B	=	scheepsbreedte (m)
c	=	dempingsconstante (Ns/m)
c_c	=	loopsnelheid compressiegolf in de constructie (m/s)
c_w	=	toegevoegde (water)demping (Ns/m)
c_w	=	loopsnelheid compressiegolf in water (m/s)
C	=	dempingsmatrix (Ns/m)
Ca_1	=	Cauchygetal betrokken op de veerconstante $Ca_1 = k/\rho v^2 L$
Ca_2	=	Cauchygetal betrokken op de elasticiteitsmodulus $Ca_2 = E/\rho v^2$
C_A	=	afvoercoëfficiënt betrokken op de schuifopening
d	=	initiële dikte van het ingesloten luchtkussen (m)
D	=	diepgang schip (m)
D	=	pijpdiameter (m)
De	=	dempingsgetal = $c/\rho v L^2$
e_i	=	i -de eigenvector ($n=1,...,i,...,n$)
f	=	excitatiefrequentie van de stroming (s^{-1})
\underline{f}	=	vector van de kracht die aangrijpt in de knopen van de eindige elementen (N)
F	=	kracht (of belasting) (N)
\underline{F}	=	krachtvector (N)
Fr	=	Froudegetal = V/\sqrt{gh} of V/\sqrt{gL}
F_w	=	stromingsbelasting (N)
F_w	=	amplitude van de periodieke stromingsbelasting (N)
F_0	=	krachtsamplitude (N)
F_o	=	oprijvende kracht (N)
g	=	zwaartekrachtsversnelling (m/s^2)
G	=	eigengewicht (N)
h	=	waterdiepte of de diepteligging van de constructie onder water (m)
h_c	=	rioolhoogte (m)
h_1	=	bovenwaterdiepte (m)
h_2	=	benedenwaterdiepte (m)
$H(f)$	=	overdrachtsfunctie in het frequentiedomein
i	=	index die de i^{de} eigenvector aangeeft
\underline{I}	=	impuls(vector) (Ns)
k	=	veerconstante (N/m)
k	=	slammingcoëfficiënt
K_1	=	compressiemodulus lucht (N/m^2)
K_w	=	compressiemodulus water (N/m^2)
K	=	stijfheidsmatrix (N/m)
k_w	=	toegevoegde (water)stijfheid (N/m)
L	=	lengtemaat; in het bijzonder pijplengte (m)
L	=	lengte van de toegevoegde-watermassakolom (m)

- L_c = omtrek van de pijpdoorsnede (m)
 L_{riool} = rioollengte (m)
 L_1 = lengte van een vat (m)
 L_2 = lengte van een verbindingsriool tussen vat en buitenwater (m)
 m = massa (kg)
 M = massamatrix (kg)
 M_a = massagetal = $m/\rho L^3$
 m_w = toegevoegde (water)massa (kg)
 n -richting is de richting normaal op het oppervlak
 n = aantal eigentrillingen
 n = schaalfactor; de index geeft de grootte aan waarop n is betrokken
 N = een getal dat de afstand aangeeft in aantal malen ΔL
 p = druk (N/m^2)
 p_0 = initiële druk (N/m^2)
 q = debiet per eenheid van breedte (m^2/s)
 q_l = linkerdeurdebiet per eenheid van breedte (m^2/s)
 q_r = rechterdeurdebiet per eenheid van breedte (m^2/s)
 Q = debiet (m^3/s)
 Q_0 = tijdsafhankelijk deel van het debiet (m^3/s)
 Q' = tijdsafhankelijk deel van het debiet (m^3/s)
 r = complex getal (reële deel is betrokken op de demping, het imaginaire op de frequentie) (rad/s)
 R = straal, helft van de inwendige pijp diameter (m)
 Re = Reynoldsgetal = VL/ν
 s = dempingsterm voor een dempingskracht die evenredig is met het kwadraat van de snelheid van trillen (Ns^2/m^2)
 S = stijfheidsmatrix (N/m)
 S = Strouhalgetal = fL/V
 t = tijd (s)
 T = tijdsduur (s)
 T = trillingsperiode (s)
 u, v en w zijn stroomsnelheidscomponenten in respectievelijk x -, y - en z -richting (m/s)
 \underline{v} = snelheidsvector (m/s)
 v_0 = snelheid van het trillende voorwerp (m/s)
 v_0 = initiële watersnelheid (m/s)
 V = volume (m^3)
 V = (referentie)stroomsnelheid (m/s)
 V' = tijdsafhankelijk deel van de stroomsnelheid (m/s)
 V_s = scheepssnelheid (m/s)
 \underline{w} = vector van (lineairafhankelijke) knoopverplaatsingen (m)
 We = Webergetal = $\rho_w LV^2/\sigma$
 x, y en z zijn coördinaten (m)
 x = verplaatsing in x -richting (m)
 \hat{x} = amplitude van de trillingsbeweging in x -richting (m)
 y = verplaatsing in y -richting (m)
 Y = amplitude van de beweging van een trillend voorwerp (m)
 \underline{Y} = verplaatsingsvector (m)
 \hat{Y} = amplitude van de harmonische beweging $y(t)$ (m)

- z = waterspiegelvariatie (m)
 z = trillingssnelheid = dy/dt (m/s)
- α = verhouding tussen potentiaal ϕ en snelheid $v_{\text{constructie}}$ (m)
 α = verhouding toename deurdebiet (per breedte-eenheid) en waterstandsvariatie (m/s)
 α = fasehoek (rad)
 α = luchtgehalte
 α^* = luchtgehalte voorbij het front van de schokgolf
 γ = relatieve demping
 γ = poissonconstante
 δ = spleethoogte (m)
 δ_0 = tijdsafhankelijk deel van de spleethoogte (m)
 ΔE = energieverlies of energieoverdracht per periode (Nm)
 Δh = verschil in waterdiepte boven- en benedenstrooms (m)
 ΔH = verval (vaak geeft de index aan waarop dit betrokken is) (m)
 $\Delta H'$ = tijdsafhankelijk deel van het verval (m)
 ΔH_0 = totaal verval, tevens het tijdsafhankelijke deel van het verval (m)
 ΔL = roosterafstand (m)
 Δp = drukverval (N/m^2)
 Δt = tijdstap (s)
 Δq = debiet per lengte-eenheid ΔL en per breedte-eenheid (m/s)
 $\Delta \Phi$ = stap in de potentiaal (m^2/s)
 ϵ = verhouding wandsnelheid tot snelheid van het aankomende water
 Φ = snelheidspotentiaal (m^2/s)
 θ_i = fasehoek van de i -de eigentrilling (1... i ,... n) (rad)
 ψ = standaardafwijking (rms) van de verplaatsing (m)
 ρ = dichtheid van de vloeistof (kg/m^3)
 ρ_c = dichtheid van het constructiemateriaal (kg/m^3)
 μ = afvoercoëfficiënt of contractiecoëfficiënt
 μ_x = gemiddelde waarde van de verplaatsing in x -richting (m)
 ν = kinematische viscositeit (m^2/s)
 ξ = verliescoëfficiënt (index geeft aan waarop die betrokken is)
 σ = oppervlaktespanning (N/m)
 σ_x = rms-waarde van de verplaatsing in x -richting (m)
 τ = klapduur
 τ = tijdsverschuiving (s)
 ω = hoekfrequentie (rad/s)
 ω_i = i -de eigenfrequentie (1... i ,... n) (rad/s)
 ω_n = eigen(hoek)frequentie (rad/s)

1 ALGEMEEN

Deel C van dit handboek geeft een overzicht van de methoden van rekenen en experimenteel onderzoek om: nieuwe constructies verantwoord te kunnen ontwerpen, bestaande constructies te verbeteren en kennis van dynamische verschijnselen te verdiepen. Het onderzoek zelf zal veelal inbreng van specialisten vergen. Dit deel is bedoeld om de ontwerper inzicht te geven in de beschikbare methoden van onderzoek.

Twee waarschuwingen vooraf:

- In dit deel wordt dieper op de materie ingegaan dan in de eerste twee delen en worden beperkingen aangegeven; het is daardoor meer te beschouwen als achtergrondinformatie.
- Hoewel de lezer soms de indruk zal krijgen dat alles bekend is, zijn de beschikbare methoden van onderzoek verre van perfect. Veel gegevens ontbreken en ook heeft elke aanpak zijn beperkingen.

De methoden van onderzoek die beschikbaar zijn om een ontwerp te toetsen, zijn:

- a. Analyse en bureaustudie.
- b. Uitvoeren van berekeningen in het frequentiedomein of in het tijdsdomein.
- c. Toepassen van schaalmodellen.
- d. Doen van metingen aan bestaande constructies.

Deze volgorde kan representatief zijn voor de werkwijze bij een analyse van een ontwerp van een te bouwen constructie, met dien verstande dat aanpak c, gezien de kosten en de duur van het onderzoek, vaak alleen gevolgd zal worden als uit de aanpakken a en b de noodzaak daartoe is vastgesteld. Is het dynamisch gedrag niet goed te voorspellen, dan zal c eerder (zowel in tijd als in belangrijkheid) in aanmerking komen. Methode b en c zullen simultaan lopen: het schaalmodel dient om verschijnselen te ontdekken, het rekenmodel zal naar bevind van zaken worden opgestart en geijkt worden met de beschikbare meetresultaten. Vervolgens zal met het rekenmodel een aantal varianten bij verschillende omstandigheden worden doorgerekend en ten slotte zal de gekozen variant weer in het schaalmodel gecontroleerd worden.

De hierboven genoemde volgorde a tot en met d wordt ook aangehouden bij de hoofdstukindeling van dit Deel C.

ad a.

Voor het maken van een analyse moet uiteraard bestaande kennis worden gemobiliseerd. Daarom is op het Waterloopkundig Laboratorium ook een speciaal literatuurbestand aanwezig dat met behulp van een documentatiesysteem toegankelijk is. Het ligt in de bedoeling dit via een pc-bestand (Micro-Polydoc) voor gebruik buiten het WL toegankelijk te maken.

Stromingsgeïnduceerde trillingen komen uiteraard niet alleen voor bij waterbouwkundige constructies. Ook in de scheepsbouw, de vliegtuigbouw en de werktuigbouw kunnen door lucht- of vloeistofstromingen opgewekte trillingen (van vleugels, platen en andere onderdelen, propellers, stromingsmachines, kleppen etc.) voorkomen.

Een analyse moet bij voorkeur worden verricht aan de hand van criteria die betrekking hebben op vormgeving, stijfheid en demping. Het gebruik van een checklist zal daarbij als startpunt kunnen dienen; zie bijvoorbeeld voor mogelijke oorzaken van trillingen Deel A, Hoofdstuk 1. Verfijningen zijn mogelijk door de vormgeving te toetsen aan één of meer criteria (zoals bijvoorbeeld vermeld in Deel A Paragraaf 4.4.6).

De beoordeling van het ontwerp wat betreft het optreden van golfklappen is vooral een beoordeling van de vormgeving. Alleen wanneer het niet mogelijk is de vorm zodanig aan te passen dat deze klappen kunnen worden vermeden, zal het effect op de constructie geschat of berekend moeten worden.

In dit deel van het handboek wordt op de constructieve aspecten van het ontwerp en de trillings- en golfklapverschijnselen niet nader ingegaan; de meeste aspecten zijn, wat betreft trillingen en golfklappen, in Deel A en Deel B aan de orde gekomen.

ad b.

In Deel A, Hoofdstuk 2 en 4, is, wat betreft trillingen, een aanzet gegeven voor rekenen in het frequentiedomein. In Hoofdstuk 3 van dit deel wordt hier een uitbreiding aan gegeven. Voor golfklappen is rekenen in het frequentiedomein niet bruikbaar. Ook het rekenen in het tijdsdomein wordt als methode geïntroduceerd, eveneens in Hoofdstuk 3 van dit deel.

Het blijkt vaak dat er te veel basisgegevens ontbreken om een complete berekening zinvol te doen zijn. Wel kan, als de belasting bekend verondersteld wordt, de responsie van de constructie worden berekend. Van bepaalde soorten trillingen van schuiven en afsluiters kan via berekening de mate van zelfexcitatie worden bepaald.

In Hoofdstuk 4 wordt nader op diverse rekenmethoden voor het bepalen van golfklappen ingegaan.

ad c.

Er bestaan vele soorten van schaalmodellen die bij onderzoek van trillingen of van responsie bij golfklappen worden gebruikt (overzichts- of detailmodellen, geheel starre of geheel elastische modellen, en alles daartussenin). Ook modellen in windtunnels kunnen in bepaalde gevallen worden toegepast. Elk model biedt mogelijkheden van onderzoek, maar heeft ook zijn beperkingen. Schaalmodellen kunnen belangrijke schaaffecten hebben. Schaalmodellen kunnen bij het ontwerpproces een zeer belangrijk hulpmiddel zijn voor onderzoek van dynamische verschijnselen. Met de huidige stand van zaken zijn schaalmodellen in zekere zin nog belangrijker dan rekenmodellen, omdat ze soms onverwachte verschijnselen aan het licht kunnen brengen. Vaak kan pas aan de hand van wat in een schaalmodel is geconstateerd een rekenprocedure worden opgezet. Het rekenmodel dient er voor om snel vele varianten bij een systematische variatie van omstandigheden en ontwerpparameters door te rekenen. In Hoofdstuk 5 wordt een overzicht gegeven van hetgeen met schaalmodellen mogelijk is. In Hoofdstuk 6 staan voorbeelden.

ad d.

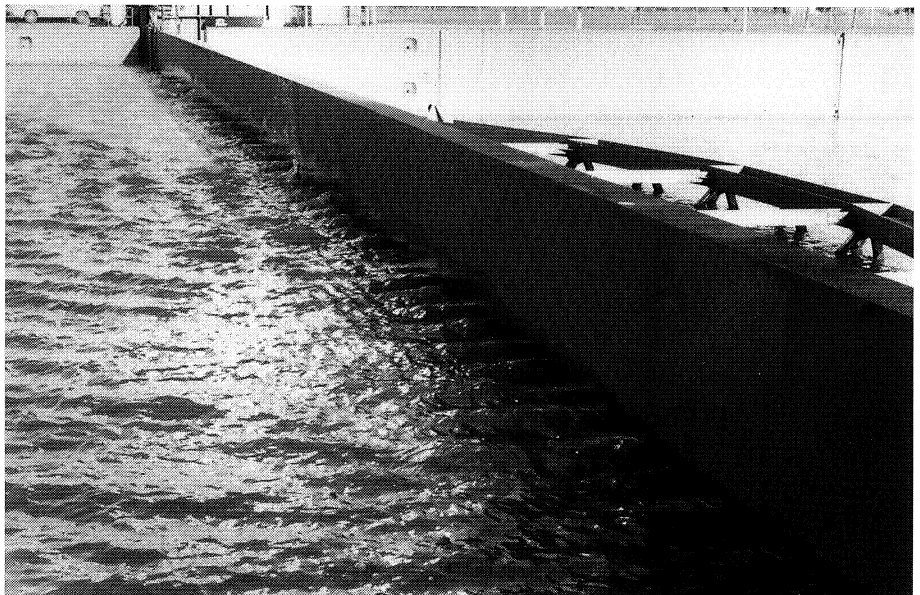
Metingen aan bestaande constructies komen niet vaak voor, omdat constructies in de praktijk veelal redelijk goed voldoen. Er is dan geen behoefte ten aanzien van het kunstwerk zelf om dit nader te preciseren. Maar een aantal constructies voldoet ook niet, hetgeen aanleiding geeft tot reparaties en extra onderhoud. Bovendien moet

de beheerder er steeds op bedacht zijn dat er trillingen of golfklappen op kunnen treden. In het algemeen zijn metingen aan bestaande constructies onontbeerlijk, allereerst ter verificatie van de gehanteerde reken- en modelstudies en om te relateren wat met deze methoden bereikt kan worden. Tevens geven praktijkervaring en metingen aanleiding de randvoorwaarden of het theoretische concept te herzien. Voorbeelden hiervan zijn:

- het constateren van cavitatie en de daardoor optredende grote dynamische belasting;
- de aangroei van mosselen en dergelijke op constructiedelen;
- het aanzuigen van lucht;
- beschadigingen aan een schuifrand, waardoor trillingen ontstaan;
- het buiten bedrijf zijn van schuiven, waardoor bij de andere schuiven de condities zwaarder zijn;
- het optreden van hoogfrequente plaattrillingen; deze zijn uit modelonderzoek in de ontwerpfase nooit goed te voorspellen.

Prototypemetingen vormen het sluitstuk van de beschouwingen over model- en schaafeffecten die in schaalmodellen altijd aanwezig zijn. In Hoofdstuk 7 wordt ingegaan op een aantal bijzondere aspecten betreffende het meten aan prototype-constructies.

Als voorbeeld van een interessante meting in prototype worden in het volgende resultaten getoond van een recent (januari 1995) uitgevoerde trillingsmeting aan de deur in de keersluis te Ravenswaay. De resultaten zijn nogal verrassend en er is nog geen definitieve verklaring voor de oorzaak van de trillingen.



Figuur C1.1:
Dwarsgolven aan de bovenstroomse zijde van de hefdeur in de keersluis te Ravenswaay, opgewekt door trillingen bij 'gesloten' deur.

Figuur C1.1 toont dwarsgolven die samenhangen met de trillingen van de deur (80 m overspanning) in de situatie 'gesloten deur'. De deur is van eenzelfde type toegepast in de stormvloedkering te Krimpen (Deel A, Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.2b), alleen is bij Ravenswaay een rubber onderrand toegepast om een goede afdichting te verkrijgen. De trillingen van 3 Hz waren horizontaal en verticaal gecombineerd,

met de grootste versnelling horizontaal in de stroomrichting: 3 m/s^2 (uitwijking orde 10 mm). De golven zijn subharmonische staande dwarsgolven (zie voor nadere beschrijving van dit type dwarsgolven Deel A, Paragraaf 4.6) die te zien waren aan beide zijden van de deur.

Dat er trillingen optreden bij een volledig gesloten deur, is op zich verrassend en alleen mogelijk als er een lekspleet aanwezig is. Vermoedelijk is lekkage ontstaan door oorzaken samenhangend met de sluitingsprocedure of door vuil op de drempel. De trillingen ontstonden vanaf een verval van 2,5 m.

2 ANALYSE VAN HET ONTWERP EN DE OMSTANDIGHEDEN

Omdat Deel C vooral gaat over methoden van berekening en experimenteel onderzoek, wordt slechts kort aandacht besteed aan de algemene analyse van het ontwerp.

Elk ontwerp begint met een globale analyse waarin de te verwachten golf- en stromingsomstandigheden aan de orde komen en van waaruit de constructie nader bepaald en gedetailleerd kan worden.

Voorafgaand aan een gedetailleerde studie en/of onderzoek van het dynamische gedrag van onderdelen van de constructie die kritisch kunnen zijn (zoals schuiven en krooshekken), moeten eerst de lokale randvoorwaarden voor die onderdelen apart worden vastgesteld. Uit het verval over de constructie moet het lokale verval over de schuif en de stroomsnelheid bij een krooshek worden afgeleid. Uit de globale golfomstandigheden moeten de lokale golfcondities worden bepaald. Zo zal bijvoorbeeld bij een schuif of afsluiter voor elk openingspercentage een andere combinatie vervalwaterstand behoren. De golfhoogte kan sterk variëren met de waterstand en zal ook door het debiet dat door de constructie stroomt worden beïnvloed.

De eis dat een constructie geen grote dynamische belastingen mag ondergaan, kan leiden tot beperkingen bij het beheer van een kunstwerk.

Op deze punten wordt hierna verder ingegaan, waarbij de aspecten trillingen en golfklappen apart worden behandeld.

Wat betreft het lokale verval en de lokale golfomstandigheden

Hier wordt vooral ingegaan op het lokale verval, want wat betreft lokale golfomstandigheden zal al gauw een berekening met behulp van een standaardrekenprogramma nodig zijn. De lokale golven kunnen aanmerkelijk hoger en steiler zijn dan de aankomende golf ten gevolge van terugkaatsing, geulvernauwing, oplopende bodem en lokale vormen die als een fuik werken.

Bij een schuif of een afsluiter kan het lokale verval sterk afwijken van het verval over de gehele constructie. Daarom moet bij de bepaling van het lokale verval eerst een indruk worden verkregen of de traagheid van het water in het riool bij de berekening wel of niet moet worden meegenomen. Als dit het geval is, wordt de berekening van het lokale verval zeer complex (zie WL-rapport R1506). De volgende procedure wordt gevolgd.

- Eerst moet voor elk openingspercentage de schuifweerstandscoefficiënt, ξ_{schuif} of de coëfficiënt van de doorstroomcapaciteit, C_d , worden vastgesteld. Deze worden gedefinieerd als:

$$\Delta H_{\text{schuif}} = \xi_{\text{schuif}} \frac{V_{\text{riool}}^2}{2g} \quad (\text{C2.1})$$

(waarin ΔH = verval, V = stroomsnelheid, g = zwaartekrachtversnelling)
en:

$$Q = C_d A_{\text{schuif}} \sqrt{2g \Delta H_{\text{schuif}}} \quad (\text{C2.2})$$

(met Q = debiet, A_{schuif} = doorstroombopening van de schuif)

- Gegeven het sluitprogramma van schuif of afsluiter moet de weerstandscoefficiënt als functie van de tijd worden bepaald.
- Vervolgens moet de bewegingsvergelijking van het water in het riool worden geanalyseerd. Deze vergelijking is als volgt:

$$\Delta H = \Delta H_{\text{weerst}} + \Delta H_{\text{traagh}} = (\xi_{\text{riool}} + \xi_{\text{schuif}}) \frac{V_{\text{riool}}^2}{2g} + \frac{L_{\text{riool}}}{g} \frac{dV_{\text{riool}}}{dt} \quad (\text{C2.3})$$

- Door nu eerst na te gaan hoe het debietverloop is met de tijd als de laatste term (de traagheidsterm) in Vergelijking C2.3 wordt verwaarloosd, kan een eerste benadering worden verkregen van het debietverloop met de tijd. Hiermee is een eerste schatting te maken van de grootte van het traagheidsverval en of deze ten opzichte van het totale verval belangrijk is. We voeren de term 'schijnbaar verval' in:

$$\Delta H_{\text{schijnbaar}} = \Delta H - \frac{L_{\text{riool}}}{g} \frac{dV_{\text{riool}}}{dt} \quad (\text{C2.4})$$

- Omdat alleen bij sluiten van de schuif de term dV_{riool}/dt negatief is, is ook alleen bij sluiten het schijnbare verval over de constructie groter dan het werkelijke verval. Het kan om die reden aanbeveling verdienen voor het sluiten van een schuif of afsluiter een langzamere bewegingssnelheid te kiezen dan voor het openen.
- Is het op deze wijze berekende schijnbare verval niet veel groter dan het werkelijke verval (5% lijkt hiervoor een redelijke grens), dan kan een dynamische berekening van het sluitprogramma achterwege blijven.
- Wordt overgegaan op een dynamische berekening, dan betekent dit een berekening in het tijdsdomein met een kleine tijdstap, Δt : voor elk tijdsinterval wordt (via Vergelijking C2.3) berekend:

$$\Delta V_{\text{riool}} = \frac{dV_{\text{riool}}}{dt} \Delta t \quad (\text{C2.5})$$

Het resultaat kan vertaald worden in een debiet als functie van de schuifstand.

- Voor het eerste of laatste traject, waarin de afsluiter bijna tot geheel dicht is, wordt de schuifweerstandscoefficiënt zeer groot, tot zelfs oneindig toe. Om dit probleem in de berekening te omzeilen wordt voor het laatste gedeelte van het sluitprogramma gewerkt met een constante afvoercoëfficiënt, C_a (gerelateerd aan de schuifopening), en de aanname van een constant verval, een verwaarloosbare weerstand van het riool en een lineair met de tijd toe- of afnemende schuifopening. Daarbij wordt een analytische oplossing verkregen. De dynamische vergelijking voor het debiet ziet er dan als volgt uit:

$$Q = C_a A_{\text{schuif}} \sqrt{2g(\Delta H - \Delta H_{\text{traagheid}})} \quad (\text{C2.6})$$

waarbij uit het ongerijmde bewezen kan worden dat als A_{schuif} lineair met de tijd wijzigt, het debiet lineair met de tijd toe- of afneemt, waarbij het traagheidsverval een constante wordt. Uit Vergelijking C2.6 kan worden afgeleid:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d(C_d A_{schuif})}{dt} \sqrt{2g(\Delta H - \frac{L_{riool}}{gA_{riool}} \frac{dQ}{dt})} \quad (C2.7)$$

Omdat alle afgeleiden met de tijd een constante zijn, volgt dQ/dt uit de oplossing van een vierkantsvergelijking.

- Uit de hiervoor genoemde berekening van het debietverloop met de tijd kunnen de lokale drukverschillen over de schuif worden afgeleid.
- Indien nodig wordt ook de absolute druk bepaald; dit kan van belang zijn in verband met het al dan niet aanzuigen van lucht of het optreden van cavitatie. Om de plaatselijke druk bij de schuif of afsluiter te kunnen berekenen wordt de traagheid van het water in het riool opgedeeld in traagheid boven- en benedenstrooms van de afsluiter. Ook moet er rekening mee worden gehouden dat direct benedenstrooms van de schuif de druk extra laag is (ten opzichte van de druk even verderop in het riool). Dit houdt verband met de gecontraheerde straal die nog aanleiding kan geven tot terugwinnen van potentiële energie.
- Bij een schutsluis is de kolk al gedeeltelijk gevuld voordat de schuiven van het vulriool geheel open staan. Dit betekent dat er voor elke schuifstand een ander maatgevend uitwendig verval is over het vul- of ledigingsriool. Wordt de kolk gevuld via meerdere schuiven, dan moet ook de situatie met één of meer schuiven buiten gebruik worden beschouwd. Het kan namelijk zijn dat de keuze van het volledige vulprogramma sterk samenhangt met het vermijden van trillingen, cavitatie en luchtaanzuigen.

Wat betreft trillingen

- Het is zinvol een schatting te maken van de resonantiefrequenties als functie van de overspanning van de constructie; dit kan de keuze van de overspanning zeker beïnvloeden.
- Uit de gegevens over het Strouhalgetal (bijvoorbeeld Deel A: Paragraaf 4.2, 5.2, 5.3, 5.4 en 5.7) kan een indruk worden verkregen over dominante excitatiefrequenties ten gevolge van turbulentie in het zog van de constructie en van constructieonderdelen.
- Nagegaan kan worden of de vormgeving van een schuif of afsluiter nog aanleiding kan geven tot badstoptrillingen of tot andersoortige trillingen met zelf-excitatie. Zie om te beginnen hiervoor Deel A, Hoofdstuk 7.
- Glijdschuiven ondervinden bij een mogelijke trilling een grotere demping en zijn wat betreft trillingen veiliger.
- Bij schuiven en afsluiters is de keuze van de soort van afdichting (of het weglaten ervan) zeer belangrijk voor het mogelijk optreden van trillingen. Zie ook hiervoor Deel A, Hoofdstuk 7.
- Bij schuiven speelt niet alleen de stroming door de schuifopening een rol, maar ook de overige omstroming. De omstroming en de drukverdeling in de schuifschacht zijn belangrijk voor de schuifbelasting en het mogelijk ontstaan van trillingen.
- Voor een (stormvloed)kering in een getijgebied maakt het veel verschil of uiteindelijk besloten wordt dat deze steeds rond kentering wordt gesloten of dat men wacht tot een kritieke situatie wordt bereikt. De reden voor het besluit om rond kentering te sluiten kan zijn het willen vermijden van grote krachten tijdens het bewegen van de deuren, het willen vermijden van de kans op dynamisch gedrag of het beperken van translatiegolven.

Wat betreft golfklappen

In het volgende (en dat geldt in wezen voor het gehele Deel C) worden periodieke golfbelastingen niet behandeld, omdat daarbij geen sprake is van interactie met de dynamische eigenschappen van de constructie.

Golfklappen kunnen optreden daar waar de golf (bijvoorbeeld tijdens terugkaatsen) wordt opgesloten en daar waar het bewegende wateroppervlak een wand raakt parallel aan dit wateroppervlak. Zelfs een langzaam op- en neergaand horizontaal wateroppervlak kan, indien het een horizontaal plafond raakt, een golfklap veroorzaken. Zoals ook in Deel B is behandeld, is er een aantal punten waarmee bij het ontwerp van een constructie rekening moet worden gehouden.

- Het allerbelangrijkste in verband met vermindering van golfklappen is de situering van de constructie in relatie tot aanwezige golven.
- Daar waar golven de constructie raken, moet het water ongehinderd horizontaal of verticaal kunnen bewegen. Omdat bij een gesloten schuif horizontale golfvoortplanting niet mogelijk is, moeten verticale delen van de constructie bij voorkeur glad zijn; aanwezigheid van bijvoorbeeld horizontale plafonds en gesloten werkbordessen in de golfzone moet vermeden worden. Golfreflectie door een wand of een gesloten schuif is tot op grote afstand merkbaar; dus ook een brugdek op zekere afstand van de wand kan in een gevaarlijke zone liggen wat betreft het optreden van een golfklap.
- Horizontale liggers van een deur of schuif die op een kritische hoogte liggen, lopen tijdens afvoer van een debiet minder gevaar door golfklappen belast te worden, omdat golven in geval van stroming de schuif veel moeilijker kunnen bereiken.
- Indien een horizontaal element (bijvoorbeeld een bordes of horizontale ligger) niet is te vermijden, moet dit worden geperforeerd en bij voorkeur worden vervangen door een vakwerk met staven die aan de onderzijde scherp of rond zijn in plaats van vlak.
- Is er sprake van een schuif in een riool waar golven in kunnen doordringen, dan verdient het aanbeveling de schuifschacht zodanig te ontwerpen dat er aan de zijde waar de golven vandaan komen een verbinding blijft bestaan tussen schacht en riool. Dit voorkomt dat de golf opgesloten wordt en het water al te plotseling wordt afgeremd.
- Om bij aan weerszijden van de kering gelijke waterstanden 'rammelen' door golven te voorkomen kan een glijdoplegging met voorspanning worden toegepast.

De beoordeling van het ontwerp vergt gespecialiseerde kennis. In Deel A (stromingsgeïnduceerde trillingen) en Deel B (golfklappen) is veel van deze kennis samengevat.

Wat betreft een mogelijke gevoeligheid voor stromingsgeïnduceerde trillingen wordt verwezen naar Deel A, Hoofdstuk 1, waar een classificatie van mogelijke trillingen is te vinden, Hoofdstuk 4, waar diverse soorten trillingsmechanismen bij schuiven zijn uitgewerkt, Hoofdstuk 5, waar trillingen bij omstroomde voorwerpen worden behandeld en Hoofdstuk 7, waar remedies worden besproken.

De beoordeling van het ontwerp wat betreft golfklappen is vooral een beoordeling van de vormgeving. Wanneer de vormgeving niet zodanig is aan te passen dat golfklappen kunnen worden vermeden, zal het effect van een stootbelasting moeten worden nagegaan. Een analyse van de dynamische eigenschappen van de constructie is dan vereist. Zie hiervoor Hoofdstuk 6 van Deel B.

3 REKENMETHODEN MET BETREK- KING TOT DYNAMISCH GEDRAG VAN CONSTRUCTIES IN WATER

Rekenen aan het dynamische gedrag van constructies in water wordt nog niet vaak gedaan. Dit heeft enerzijds te maken met de complexiteit van het rekenen en anderzijds met de onbekendheid en onzekerheid van de in te voeren grootheden. Ook de mathematisch-fysische beschrijving van de interactie tussen vloeistof en constructie is niet altijd even eenvoudig. Dit betekent dat de ontwikkeling van kennis zich in het verleden vooral heeft geconcentreerd op het vermijden van dynamische verschijnselen. De mogelijkheden om te rekenen nemen echter snel toe. Daarnaast is veel inzicht en ervaring beschikbaar gekomen dankzij de inspanningen die besteed zijn aan grootschalige constructies. Hierbij valt met name te denken aan de spuiscuizen en stormvloedkeringen in het Nederlandse deltagebied. Daarom wordt in dit hoofdstuk uitvoerig op de verschillende beschikbare rekenmethodieken ingegaan.

3.1 AFWEGINGEN BIJ DE KEUZE VAN REKENEN IN FREQUENTIEDOMEIN EN TIJDSDOMEIN

Er zijn verschillende methoden om bij een gegeven belasting het dynamisch gedrag van 'droge' constructies te berekenen. Voor constructies in water zijn niet alle methoden geschikt.

In eerste instantie zullen altijd basisvergelijkingen gevonden moeten worden die het probleem voldoende beschrijven. Bij trillingsproblemen speelt altijd de traagheid een rol, zowel van de trillende massa's als van bepaalde vloeistofelementen. Door uit te gaan van periodieke oplossingen waarbij alle termen een sinusfunctie of een complexe e-macht bevatten, wordt de versnelling vervangen door een verplaatsing vermenigvuldigd met $-\omega^2$, waarna de sinus of e-macht uit alle termen kan worden verwijderd. Pas als deze, directe, aanpak niet voldoende resultaat oplevert, zal wellicht worden overgegaan op een meer complexe berekening in het frequentiedomein of op een berekening met een wiskundig model in het tijdsdomein.

Of een berekening in het tijdsdomein tot resultaten kan leiden hangt ervan af of de extra massa-, dempings- en stijfheidstermen die door het water ontstaan, wel of niet afhangen van de frequentie van de responsie. Voor situaties waarbij de toegevoegde watermassa frequentieafhankelijk is, kunnen de eigenfrequenties van een constructie in water niet direct worden berekend. Voor deze berekening moeten de toegevoegde massa's namelijk bekend zijn, en die hangen juist weer af van de eigenfrequentie. Berekening is alleen mogelijk via iteratie. Door de eigenfrequentie te schatten kan de frequentieafhankelijke toegevoegde watermassa (of de matrixuitdrukking hiervoor) worden berekend; met behulp hiervan kan dan weer de berekening van de eigenfrequenties worden uitgevoerd.

De frequentieafhankelijkheid hangt samen met de uitstraling van golven die door de trillende of bewegende constructie worden uitgezonden, dus met de aanwezigheid van een vrij wateroppervlak. Is de trilling hoogfrequent of is de beweging

kortdurend, dan hebben de uitgezonden golven een kleine golflengte en zijn de dynamische drukken die met de golven samenhangen slechts merkbaar over een beperkt deel van de diepte (ten opzichte van de vrije waterspiegel). Daardoor verdwijnt de invloed van de golfuitstraling bij hogere frequenties. Zie verder Paragraaf 3.2.1.

In het volgende worden de verschillende rekenmethoden opgesomd en kort toegelicht.

- a. Directe berekening in het frequentiedomein; deze is vooral adequaat bij periodieke belastingen. Omdat de frequentie bekend is, is er geen principiële moeilijkheid als de toegevoegde watermassa frequentieafhankelijk is.
- b. Indirecte berekening in het frequentie- en het tijdsdomein met gebruikmaking van de eigenwaardetheorie (beter bekend onder de Engelse term 'Modal Analysis'). Er kunnen willekeurige belastingen worden beschouwd; toepassing van deze methode is echter beperkt tot condities waarbij de toegevoegde watermassa, demping en stijfheid niet frequentieafhankelijk zijn.
- c. Indirecte berekening in het tijdsdomein met de impulsresponsfunctie-techniek, vooral adequaat voor berekening van de responsie op kort durende belastingen. Met deze methode kunnen ook frequentieafhankelijke termen in de berekening worden meegenomen. De methode is onder meer toegepast bij de berekeningen van krachten ten gevolge van het botsen van schepen tegen bijvoorbeeld fenders, geleidewerken, ducdalven; in plaats van een onafhankelijke uitwendige belasting ontstond de belasting door inverting van bijvoorbeeld een of meer fenders.
- d. Directe berekening in het tijdsdomein, adequaat bij stootbelastingen, maar alleen toepasbaar voor situaties waarbij de toegevoegde watermassa, demping en stijfheid frequentieonafhankelijk zijn.

ad a: In geval van een lineair systeem is direct rekenen in het frequentiedomein mogelijk, omdat een lineair systeem bij een harmonische belasting ook een harmonische responsie geeft met dezelfde periode. Daardoor kunnen tijdsafhankelijke factoren (zoals $\sin(\omega t)$ of $e^{i\omega t}$) uit de vergelijkingen worden weggedeeld en kunnen de resterende vergelijkingen direct worden opgelost. Dit geldt zowel voor een enkelvoudig als een meervoudig systeem. ω = hoekfrequentie, i = indicatie voor een imaginair getal, t = tijd. Zijn er dempingstermen (i.e. evenredig met de trillingssnelheid), dan ontstaan er termen met zowel $\sin(\omega t)$ als $\cos(\omega t)$. Dit betekent dat er twee stelsels vergelijkingen ontstaan, waaruit de fasedraaiing tussen belasting en responsie is te bepalen. Deze uitkomst is ook te verkrijgen via complex rekenen. Wordt de periodieke belasting $F(t)$ geschreven in termen van $F e^{i\omega t}$, dan is de beweging $y(t)$ van elk massapunt te schrijven als $\hat{Y} e^{i\omega t}$. Uit alle termen kan de $e^{i\omega t}$ worden weggedeeld. Bij deze schrijfwijze is differentiëren naar de tijd hetzelfde als vermenigvuldigen met $i\omega$. Als \hat{F} een reëel getal is, dan geeft de uitkomst voor \hat{Y} een reëel en een imaginair deel, hetgeen de fasedraaiing oplevert tussen de harmonische kracht en de harmonische trillingsbeweging. Ook nu ontstaan er twee stelsels vergelijkingen, namelijk door gelijkstelling van respectievelijk alle reële termen en alle imaginaire termen. Ook nu leiden de twee stelsels vergelijkingen direct tot een oplossing; deze oplossing heet de particuliere oplossing.

Omdat bij lineaire vergelijkingen het superpositiebeginsel geldt, kan bij de particuliere oplossing de algemene oplossing, namelijk die van een vrije uitdem-

pende trilling, worden opgeteld, om zodoende te voldoen aan de begincondities op tijdstip $t=0$. Berekening van de vrije trilling is echter lastig als de toegevoegde watermassa frequentieafhankelijk is. In Paragraaf 3.2.1 wordt dit aan de hand van een voorbeeld nader uitgewerkt.

De directe oplossingsmethode is geëigend als er bijvoorbeeld een responsiediagram moet worden bepaald (Figuur A2.3 in Deel A).

ad b: Modal Analysis wordt toegepast in het frequentiedomein (responsie bij harmonische belasting) maar ook in het tijdsdomein en is toepasbaar voor systemen met meerdere graden van vrijheid bij een willekeurig met de tijd verlopende belasting. In Paragraaf 3.3.5 wordt op deze methode nader ingegaan. Hier wordt volstaan met een beknopt overzicht van de verschillende elementen van deze berekeningsmethode.

De responsie van de constructie wordt ontbonden gedacht in componenten, eigenwaarden of 'modes' genaamd. Elke mode heeft één eigenfrequentie, één eigen trillingsvorm en één eigenbelasting; deze zijn eenduidig aan elkaar gekoppeld. De amplitude behorend bij de betreffende mode kan nog elke waarde aannemen. De trillingsvorm van elk van de modes correspondeert met één van de vrije trillingen (dus zonder uitwendige belasting) van het ongedempte systeem. Bij elke mode behoort die eigenbelasting (eigenlijk die belastingsverdeling) die statisch dezelfde uitwijking geeft als behorend bij de betreffende trillingsvorm van de vrije trilling. De amplitude van de vrije trilling en die van de bijbehorende belasting liggen aanvankelijk nog niet vast. Aangetoond kan worden dat bij deze belastingsverdeling, ongeacht de frequentie waarmee deze belasting aangrijpt, altijd dezelfde trillingsvorm behoort en dat de responsiekromme in het frequentiedomein identiek is aan die van een enkelvoudig massaveersysteem. Door de werkelijk aanwezige belasting te ontbinden in de betreffende eigenbelastingen (elk dus ook met de juiste belastingsverdeling over de massa's) ligt de amplitude van elk van de eigenbelastingen nu wel vast. Nu kan bij elke eigenbelasting de responsie in de tijd worden berekend, op dezelfde wijze als bij een enkelvoudig massaveersysteem. Sommatie van deze responsies levert de uiteindelijke responsie van de constructie op de belasting op. De constructie mag bij deze berekening ook gedempt zijn, mits de demping gelijkmatig over de veren of over de massa's is verdeeld, proportioneel met de grootte van de veerstijfheid of de betreffende massa.

ad c: De aanpak met behulp van de impulsresponsfunctie is een methode om, de responsie op een willekeurig verlopende belasting te berekenen in het geval dat de responsie van de constructie op een kortdurende belasting (de zogenaamde eenheidsimpuls) bekend is. Deze belasting kan een bekende uitwendige belasting zijn of zij kan ontstaan door indrukken van een verend element (bijvoorbeeld tijdens een botsing); ook als de veer niet lineair is, kan de responsie worden berekend. Voor constructies in water, waar toegevoegde demping en massa frequentieafhankelijk kunnen zijn, is het niet zonder meer mogelijk een impulsresponsie te bepalen. Voor een niet vervormbaar voorwerp echter, dat in water beweegt, is het gelukt een oplossing te vinden. In Paragraaf 3.4.1 en 3.4.2 wordt besproken hoe de responsie op de eenheidsimpuls kan worden bepaald.

ad d: Direct rekenen in het tijdsdomein betekent dat wordt gerekend in kleine tijdstapjes. Voor elke massa geldt de tweede wet van Newton ($F=m \cdot a$). De kracht F die op de massa m werkt en hieraan de versnelling a geeft, is opgebouwd uit de uitwendige belasting, uit veerkrachten en dempingskrachten. Deze methode vergt bij complexe systemen veel rekentijd en is daarom in de praktijk minder geschikt om voor een heel frequentiegebied de responsie op een periodieke belasting vast te stellen. Een voordeel is dat bij direct rekenen in het tijdsdomein niet-lineaire componenten meegenomen kunnen worden.

Alle hiervoor genoemde rekenmethoden betreffen een constructie met uitwendige belasting of een vrij bewegende of trillende constructie (bijvoorbeeld nadat een stoot heeft plaats gevonden). De constructie wordt geschematiseerd tot een systeem opgebouwd uit massa's, veren en dempers. Het water levert zowel de uitwendige belasting als de passieve krachten, zoals toegevoegde watermassa, waterdemping en veerstijfheid. Omdat het water zelf ook componenten kan hebben met een eigen trillingsperiode (bij vloeistoffen spreekt men niet van trillingen maar van slingeringen of oscillaties), is het in sommige gevallen beter de vloeistof tezamen met de constructie te beschrijven als één systeem met, uiteraard, meerdere graden van vrijheid. Voorbeelden van dergelijke systemen zijn in dit hoofdstuk opgenomen (Paragraaf 3.3.6 en 3.3.7).

3.2 BEREKENING VAN DE TOEGEVOEGDE WATERMASSA VOOR TWEEDIMENSIONALE SITUATIES (MET VERWAARLOZING VAN GOLFUITSTRALING)

3.2.1 SCHATTING VAN HET FREQUENTIEGEBIED WAARBIJ DE TOEGEVOEGDE WATERMASSA NIET MEER FREQUENTIEAFHANKELIJK IS

Golfstraling ontstaat als er in een situatie met een vrije waterspiegel door de trilling van de constructie water in horizontale richting wordt verplaatst. Als de golflengte van de uitgestraalde golf klein is ten opzichte van de waterdiepte, is de invloed van de golfuitstraling klein. De snelheid waarmee de golf zich voortplant is dan gering, zodat er weinig energie wegstraalt. De drukken in een verticaal ten gevolge van de uitgestraalde golf nemen exponentieel af naarmate de afstand tot de waterspiegel toeneemt; deze afstand moet gerelateerd worden aan de golflengte. De invloed van de golf is dus ook kleiner als de golflengte kleiner is. Dit leidt ertoe dat als kenmerkende parameter voor de invloed van de golfstraling genomen kan worden h/λ , en dat blijkt weer evenredig te zijn met $\omega^2 h/g$.

Hierin is λ de golflengte, h of de waterdiepte, of de diepteligging van de constructie ten opzichte van de waterspiegel, en ω de hoekfrequentie van de trillende constructie. De trilling kan een regelmatige trilling zijn en een responsietrilling opgewekt door een klap.

Om de invloed van $\omega^2 h/g$ op de toegevoegde watermassa (en tevens de toegevoegde demping) te onderzoeken is een studie uitgevoerd (WL-rapport W254) naar een schuif die deel uitmaakt van een verticale wand, en waarbij de schuif horizontaal trilt. Het resultaat is te vinden in Deel A, Figuur A3.1. Als de waterdiepte en/of de frequentie zo groot zijn dat $\omega^2 h/g > 10$, dan blijkt de C_L -waarde (een maat voor de toegevoegde watermassa) geen invloed meer te ondervinden van de uitstralende golf. Als deze invloed er niet meer is, is de C_L -waarde ook onafhankelijk geworden van $\omega^2 h/g$, en dus van de trillingsfrequentie. Ook is bij deze 'hoge' frequenties de waterdemping door golfstraling te verwaarlozen. In formulevorm: als

$$\frac{\omega^2 h}{g} > 10 \quad (C3.1)$$

dan is de toegevoegde watermassa frequentieonafhankelijk en is de waterdemping door golfstraling te verwaarlozen.

Ook andere onderzoeken lijken dit resultaat te bevestigen (bijvoorbeeld onderzoek aan een schip oscillerend in dwarsrichting, Fontijn (1975)). Theoretisch kan worden aangetoond dat ook voor zeer lage waarden van $\omega^2 h/g$ de toegevoegde watermassa tendeert naar een constante, overeenkomend met de waarde die gevonden wordt als de waterspiegel een vaste wand zou zijn. Voor de praktijk is dit verder niet relevant, omdat we bij deze lage frequenties niet meer te maken hebben met dynamische verschijnselen.

Voor de praktijk betekent toepassing van Relatie C3.1 dat constructies als deuren, schuiven en krooshekken stijf genoeg zijn (i.e. een voldoende hoge ω vertonen) om berekeningen uit te voeren met een constante watermassa. Bij constructies in een gesloten riool speelt golfuitstraling geen rol, zodat ook dan de toegevoegde watermassa frequentieonafhankelijk is.

Bij lange pijpen geplaatst in stroming of bij drijvende constructies kunnen de bewegingsfrequenties zo laag zijn dat er wel frequentieafhankelijkheid is. Ook de periodieke golfexcitatie ligt in dat deel van het frequentiegebied waar de toegevoegde watermassa sterk frequentieafhankelijk is. Bij het berekenen van botskrachten tijdens afmeren van schepen aan fenderconstructies moet ook rekening worden gehouden met een toegevoegde watermassa en demping die frequentieafhankelijk is.

3.2.2 TOEGEVOEGDE WATERMASSA BEREKEND MET BEHULP VAN POTENTIALTHEORIE

In Deel A, Paragraaf 3.2 is het begrip toegevoegde watermassa behandeld. Voor een trillende constructie in 'verdrongen' toestand (constructies diep onder water of in een riool) kan de invloed van golfuitstraling worden verwaarloosd. Dit geldt ook voor constructies die de waterspiegel doorsnijden, mits de frequenties van trillen hoog genoeg zijn (zie vorige paragraaf).

De invloed van het vrije wateroppervlak wordt bij verwaarlozing van de golfuitstraling weergegeven door middel van de conditie van constante druk. In tegenstelling tot de situatie met een vaste wand kan er bij een vrij wateroppervlak ook een stromingscomponent aanwezig zijn loodrecht op de waterspiegel.

Bij stilstaand water kan de stroming die gerelateerd is aan de toegevoegde water-massa berekend worden als potentiaalstroming. Voor de contouren van het vloeistof-gebied gelden dan de volgende voorwaarden:

- aan vaste wanden is de snelheidscomponent loodrecht op de wand 0;
- op de vrije waterspiegel geldt de voorwaarde dat de druk constant is, hetgeen zich vertaalt in de voorwaarde dat de potentiaal daar gelijk is aan 0;
- een trillende wand wordt vervangen door een vaste wand die zodanig belegd is met bronnen en putten dat de snelheidscomponent van het water loodrecht op de wand correspondeert met de hoeveelheid water die ten gevolge van de trillingsbeweging wordt verplaatst.

In geval van potentiaalstroming zonder golfuitstraling stroomt het water over het gehele gebied in fase en evenredig met de snelheid van de trillende constructie. De verhouding tussen trillingssnelheid en potentiaal aan het oppervlak van de trillende constructie blijkt een maat te zijn voor de toegevoegde massa. Deze relatie is zowel bij een permanente stroming (waarbij de waterverplaatsing door het trillende voorwerp vervangen is door bronnen die een permanent debiet geven) als bij een oscillerende stroming dezelfde.

Potentiaalstroming gaat uit van sterk vereenvoudigde vergelijkingen voor het water: de eis namelijk dat er potentiaalstroming is en de eis van continuïteit.

Zijn u , v en w de snelheidscomponenten in respectievelijk x -, y - en z -richting en p de druk dan geldt:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial t}, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial v}{\partial t} \quad \text{en} \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial w}{\partial t} \quad (\text{C3.2})$$

De (snelheids)potentiaal $\Phi(x,y,z,t)$ wordt als volgt gedefinieerd:

$$u = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (\text{C3.3})$$

Soortgelijke uitdrukkingen gelden voor de y - en z -richting. De eis van continuïteit levert:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \quad (\text{C3.4})$$

Uit C3.2 en C3.3 volgt:

$$p = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \text{constante} \quad (\text{C3.5})$$

want
$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial t} = -\rho \frac{\partial u}{\partial t}$$

Uit een potentiaalstromingsberekening kan de potentiaal langs de wand van de trillende constructie worden gevonden volgens:

$$v_{constr.} \text{ levert } \Phi_c \quad (C3.6a)$$

waarin $v_{constr.}$ = de snelheid van de trillende constructie, en Φ_c = de gevonden potentiaal aan de wand van de constructie. Ook geldt:

$$\frac{\partial v_{constr.}}{\partial t} \text{ levert } \frac{\partial \Phi_c}{\partial t} \quad (C3.6b)$$

$\frac{\partial v_{constr.}}{\partial t}$ is de versnelling van de constructie, en voor potentiaalstroming was in

Vergelijking C3.5 gevonden dat $\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ de druk oplevert.

Daarom is het verhoudingsgetal:

$$\alpha = \frac{\Phi_c}{v_{constr.}} \quad (C3.7)$$

afgezien van $\rho_{vloeistof}$ tevens een maat voor de verhouding tussen de opgewekte druk per eenheid van versnelling. Dus levert dit na sommatie over de contouren van het oppervlak (en er rekening mee houdend dat alleen de kracht in de trillingsrichting relevant is) een maat voor het volume van de toegevoegde watermassa. α heeft de dimensie van een lengte (m).

3.2.3 SCHATTING TOEGEVOEGDE WATERMASSA VANUIT GESCHEMATISEERD STROOMBEELD

In Deel A, Paragraaf 3.2.6, zijn een paar gevallen besproken waarbij een nageenog gesloten schuif is opgenomen in een wand. Als de schuif loodrecht op de wand trilt, kan een eerste schatting van de toegevoegde watermassa gevonden worden door aan te nemen dat het water radiaal toe- en afstroomt. Dit wordt in Deel A geïllustreerd, zie Figuur A3.9 en A3.10. De sectorhoek waarover het toe- en afstromen gebeurt, wordt bepaald door de geometrie; bij een schuif opgenomen in een oneindige wand wordt de sectorhoek zelfs 180° . Voor tweedimensionale reële situaties is het gebied waar de stroming gekoppeld is aan de trillende beweging van de schuif altijd begrensd. Zo niet dan zou een oneindig grote toegevoegde watermassa worden gevonden. De lokatie van de vrije waterspiegel ten opzichte van de constructie geeft een maat voor de begrenzing van het stroomgebied.

Bij trillende omstroomde voorwerpen is er geen sprake van radiale toe- of afstroming en dus is een dergelijke methode van schatten daar niet bruikbaar.

Voor tweedimensionale situaties zoals vaak voorkomend bij schuiven en afsluiters, kan een potentiaalberekening worden uitgevoerd volgens de relaxatiemethode. Eerst wordt overal een potentiaal $\Phi=0$ ingesteld (dit mag overigens een willekeurige andere waarde zijn met zelfs een ongelijkmatige verdeling over het gebied). Nu kan, als langs de randen de juiste condities worden ingevoerd, de uiteindelijke potentiaalverdeling worden verkregen door systematisch punt voor punt de lokale potentiaal te bepalen uit de potentialen van de omgevingspunten die dan tijdelijk worden vastgehouden. Door dit proces steeds te herhalen wordt de ideale potentiaal steeds beter benaderd; het proces is convergent. Deze berekeningsmethode is ook geschikt voor voorwerpen in ruim water die omstreamd worden.

De berekeningsaanpak, in complete vorm te vinden in Kolkman (1988), wordt in de volgende paragraaf gepresenteerd voor het geval van een oneindig lange strip in ruim water die trilt in de richting loodrecht op zijn vlak.

Dit voorbeeld is gekozen omdat het eenvoudig is en de uitkomst direct te controleren is. In de beschrijving van het rekenprogramma dat is opgenomen als Appendix III is deze methode geconcretiseerd.

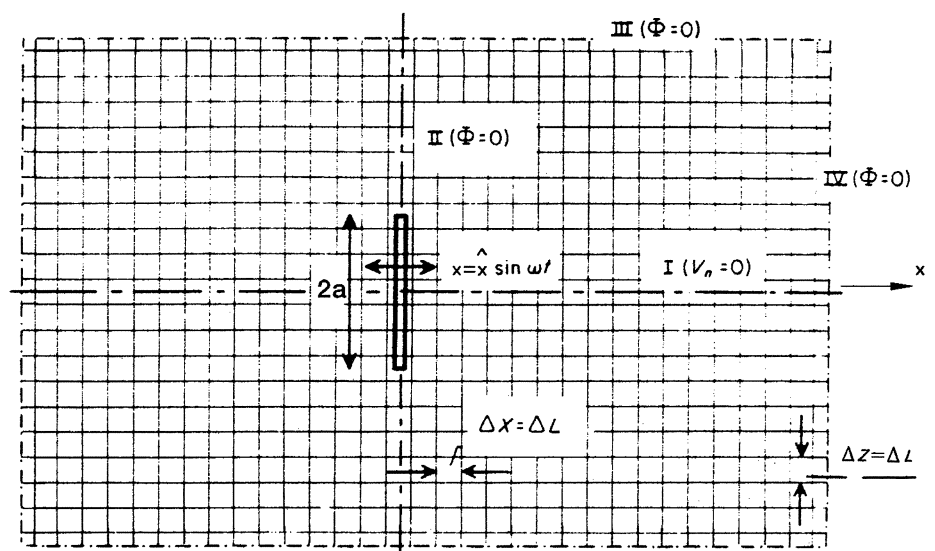
Deze procedure van rekenen is ook zeer geschikt om via een spreadsheet uit te voeren.

3.2.4 VOORBEELDEN VAN EEN COMPLETE BEREKENING

Er worden twee voorbeelden gegeven waarvan de resultaten met gegevens uit een analytische berekening zijn te controleren: de platte strip in ruim water bij translaterende en bij roterende beweging (uit Kolkman (1988)). Op deze rekenmethode wordt nogal uitvoerig ingegaan omdat deze zich leent voor ruime toepassing.

a. Platte strip in ruim water bij translaterende trilling

Figuur C3.1 toont de rekenpunten voor de stripberekening.



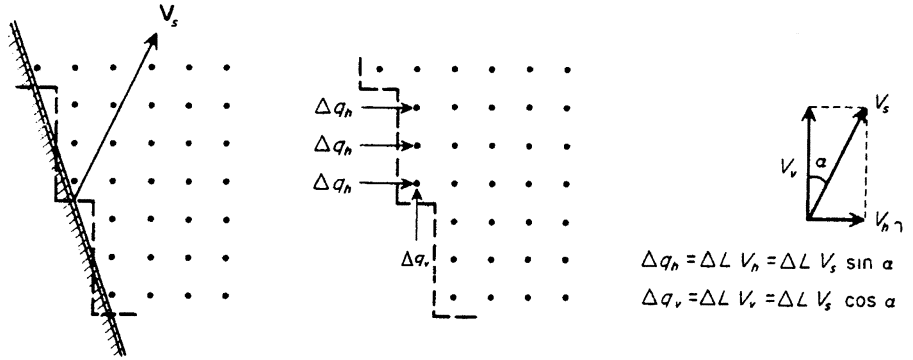
Figuur C3.1:

Het totale rooster waarin aangegeven de voorwaarde op de buitencontouren en op de lijnen van symmetrie en keersymmetrie.

Om redenen van symmetrie en keersymmetrie kan volstaan worden met een berekening in één kwadrant. De symmetrielijnen kunnen vervangen worden door een vaste wand, de keersymmetrielijnen door een contour waarlangs de druk constant blijft. Deze laatste voorwaarde is identiek aan de voorwaarde bij een vrij wateroppervlak.

Alle contouren, ook die van de constructie, lopen midden tussen de rekenpunten. De striphoogte bedraagt $2a$. De trilling wordt gerepresenteerd door $x = \hat{x} \sin(\omega t)$.

Voor het rooster wordt een afstandsmaat ΔL gekozen, die in de x- en de z-richting gelijk is. Figuur C3.2 geeft de behandeling van een schief lopend trillend vlak.

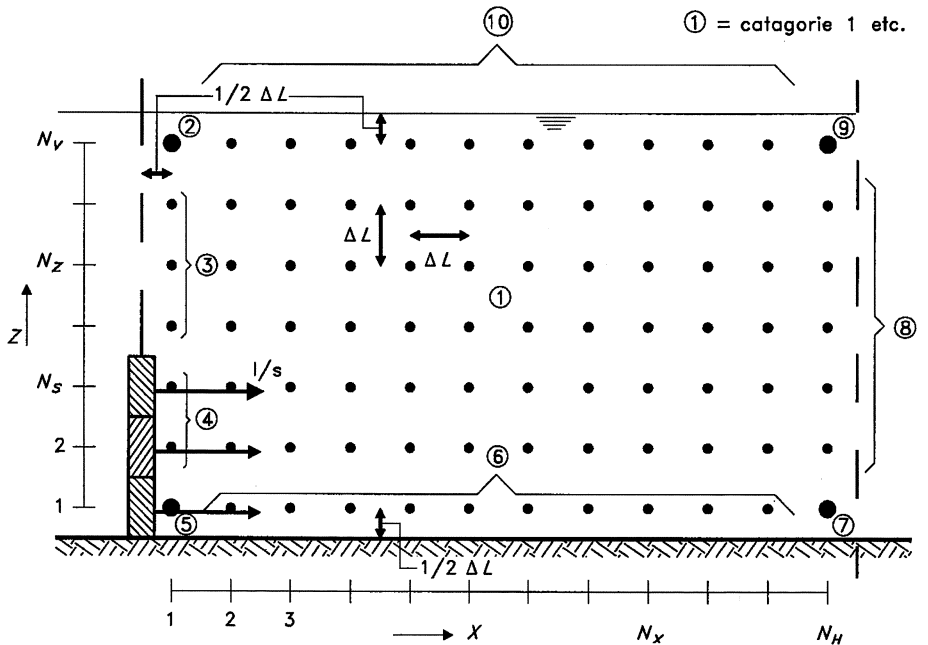


Figuur C3.2: Debieten aan de contour van een trillende constructie als de wand hellend is.,

Voor de trillingssnelheid wordt een willekeurig gekozen waarde V_0 ingevoerd. Omdat elk rekenpunt representatief is voor een gebiedje met hoogte en breedte ΔL , is het randdebiet van het trillende voorwerp gelijk aan:

$$\Delta q = V_0 \Delta L \tag{C3.8}$$

Het rekengebied bestaat uit het eerste kwadrant van Figuur C3.1, zie Figuur C3.3.



Figuur C3.3: Het rekengebied met gebruikte definities.

De afmetingen van het gebied zijn H in horizontale en V in verticale richting. In het rekenprogramma worden de getallen N_H en N_V gebruikt. De horizontale afmeting is dus $H = N_H \Delta L$ en de verticale afmeting $V = N_V \Delta L$. De striphoogte is $N_S \Delta L$. In de berekening wordt de potentiaal voorgesteld door de grootte Φ . Zoals hiervoor reeds vermeld, is daarmee Φ maal de dichtheid van de vloeistof, ρ , na deling door de snelheid van de trilling, een maat voor een deel van de toegevoegde watermassa.

Voor het middengebied geldt voor de continuïteitsvoorwaarde die bij de vereffening van elk van deze punten wordt gebruikt dat de debietjes die van onderen, van boven, van links en van rechts komen, tezamen nul moeten zijn.

Voor elk van de horizontale debietjes geldt bij een oneindig dunne strip:

$$\Delta q = V_x \Delta L = \frac{\Delta \Phi}{\Delta L} \Delta L = \Delta \Phi \quad (\text{C3.9})$$

Voor de trillende wand geldt voor de potentiaal aan de wand ten opzichte van de potentiaal van het nabijgelegen rekenpunt:

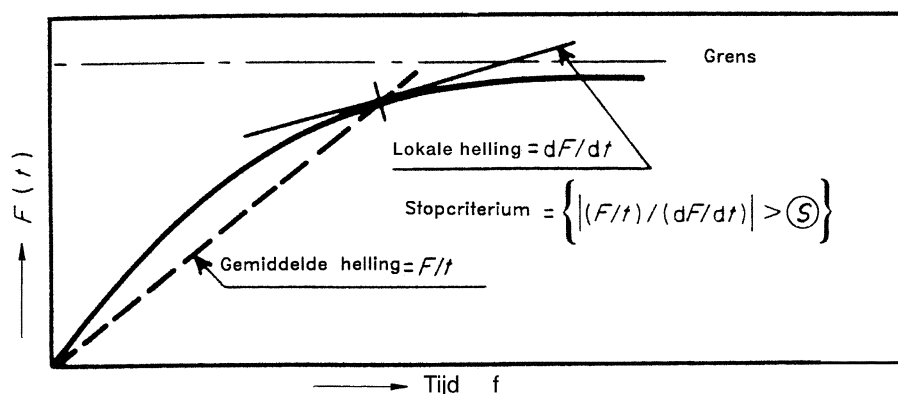
$$\Delta \Phi = \frac{\Delta q}{\Delta L} \left(\frac{1}{2} \Delta L \right) = \frac{1}{2} \Delta q \quad (\text{C3.10})$$

In de praktijk blijkt dit steeds een te grote potentiaal op te leveren, reden waarom, na veelvuldig proberen, is besloten om een strip met dikte $0,3 \Delta L$ (ten opzichte van de hartlijn) in te voeren. Dan geldt:

$$\Delta \Phi = 0,2q_0 \quad (\text{C3.11})$$

Bij de hierboven beschreven relaxatieprocedure blijkt een snellere convergentie te bereiken te zijn door gebruik te maken van de zogenaamde 'overrelaxatie'. Dit wil zeggen dat de verandering in potentiaal voor en na de vereffening nog onderworpen wordt aan een vermenigvuldigingsfactor. De overrelaxatie is gedefinieerd als zijnde deze factor. Empirisch is, binnen het kader van deze rekenprocedure, vastgesteld dat de overrelaxatie een grote winst geeft in het aantal keren dat de vereffening herhaald moet worden. De overrelaxatie mag niet groter zijn dan circa 1,7, anders wordt het rekenproces instabiel.

Het rekenproces wordt gestopt door toepassing van een stopcriterium, omschreven met het begrip 'nauwkeurigheid'. Door te beginnen met de situatie waarbij alle potentialen nul zijn, en dus ook de toegevoegde watermassa m_w nul is, wordt, nadat alle rekenpunten één maal zijn losgelaten, een steeds betere benadering van de toegevoegde watermassa bereikt. Door deze procedure n maal te herhalen is de gemiddelde verbetering die bereikt wordt te beschrijven als m_w/n . De verbetering die met de laatste iteratie is bereikt, wordt vergeleken met de gemiddelde verbetering. Deze verhouding wordt 'nauwkeurigheid' genoemd. Zie ook Figuur C3.4.



Figuur C3.4:
Het toegepaste stopcriterium.

Het vereffenen van de punten gebeurt niet voor alle punten op dezelfde wijze. Daarom zijn in Figuur C3.3 verschillende categorieën aangegeven.

CATEGORIE 1: dit zijn de middenpunten, waarvoor geldt dat de continuïteitsvoorwaarde oplevert:

$$(\Phi_{\text{boven}} - \Phi) + (\Phi_{\text{rechts}} - \Phi) + (\Phi_{\text{onder}} - \Phi) + (\Phi_{\text{links}} - \Phi) = 0 \quad (\text{C3.12})$$

hetgeen resulteert in:

$$\Phi = (\Phi_b + \Phi_r + \Phi_o + \Phi_l)/4 \quad (\text{C3.13})$$

waarin Φ = potentiaal in het desbetreffende rekenpunt.

CATEGORIE 2: het hoekelement linksboven. De linker- en de bovenbegrenzing hebben beide als voorwaarde $\Phi=0$. De vier debieten in het rekenpunt leveren weer tezamen nul:

$$2(0 - \Phi) + (\Phi_r - \Phi) + (\Phi_o - \Phi) + 2(0 - \Phi) = 0 \quad (\text{C3.14})$$

De factor twee komt voort uit de afstand van het rekenpunt tot de contour die slechts $1/2\Delta L$ bedraagt. Daardoor geeft het betreffende potentiaalverschil een twee maal zo groot debiet. C3.14 levert bij uitwerking op:

$$\Phi = (\Phi_r + \Phi_o)/6 \quad (\text{C3.15})$$

CATEGORIE 3: de linkerelementen gelegen boven de strip. Hiervoor wordt op analoge wijze gevonden:

$$\Phi = (\Phi_b + \Phi_r + \Phi_o)/5 \quad (\text{C3.16})$$

CATEGORIE 4: de elementen aan de linkerkzijde bij de trillende strip (met uitzondering van het hoekpunt linksonder). Op hoogte z geldt dat het geleverde debiet door de wand gelijk is aan $q(z)$.

Uit de continuïteitsvoorwaarde wordt gevonden:

$$(\Phi_b - \Phi) + (\Phi_r - \Phi) + (\Phi_o - \Phi) + q(z) = 0 \quad (\text{C3.17})$$

waaruit volgt:

$$\Phi = \{\Phi_b + \Phi_r + \Phi_o + q(z)\}/3 \quad (\text{C3.18})$$

Zonder verdere afleiding wordt voor de overige categorieën alleen de uitkomst gegeven.

CATEGORIE 5: het element linksonder.

$$\Phi = (\Phi_b + \Phi_r + q(1))/2 \quad (\text{C3.19})$$

Hierin is $q(1)$ het debiet dat door de trillende strip in het onderste element wordt geproduceerd.

CATEGORIE 6: de elementen aan de bodem uitgezonderd de hoekpunten.

$$\Phi = (\Phi_b + \Phi_r + \Phi_l)/3 \quad (C3.20)$$

CATEGORIE 7: het punt rechtsonder.

$$\Phi = (\Phi_b + \Phi_l)/4 \quad (C3.21)$$

CATEGORIE 8: de rechterpunten met uitzondering van de hoekpunten.

$$\Phi = (\Phi_b + \Phi_o + \Phi_l)/5 \quad (C3.22)$$

CATEGORIE 9: het element rechtsboven.

$$\Phi = (\Phi_o + \Phi_l)/6 \quad (C3.23)$$

CATEGORIE 10: de elementen aan het oppervlak met uitzondering van de hoekpunten.

$$\Phi = (\Phi_r + \Phi_o + \Phi_l)/5 \quad (C3.24)$$

In Appendix III wordt een rekenprogramma beschreven, met de verkregen uitkomst.

In Deel A is voor de lange platte strip gevonden dat de toegevoegde watermassa gelijk is aan dichtheid van de vloeistof maal de inhoud van de omschreven cilinder (Figuur A3.3). In Appendix III is voor de watermassa in één kwadrant gevonden $0,799 R^2$ (met R = straal van de omschreven cirkel), terwijl dit theoretisch bij de kwart cirkel $0,785 R^2$ geweest zou zijn. Het onderzochte rooster bevatte 54 bij 18 punten, waarbij de (halve) strip 6 punten hoog was. Indien meer punten worden toegepast, wordt de nauwkeurigheid groter.

b. *Platte strip in ruim water bij roterende trilling*

Er is ook een programma gemaakt dat de toegevoegde polaire watermassa berekent. Het programma is grotendeels gelijk aan dat van de translerende strip, zie Appendix III. De wijzigingen betreffen de volgende punten.

- De debieten per element, $q_s(N_z)$, zijn niet over de gehele hoogte van de strip gelijk, maar nemen toe met de afstand tot de bodem (ingevoerd wordt hiervoor $\{\omega^*(N_z - 1/2)*\Delta L\}*\Delta L$ (in deze laatste betrekking is N_z een teleenheid, waarbij $N_s\Delta L$ de striphoogte oplevert). De factor $1/2$ heeft te maken met de ligging van het midden van het betreffende element; ω is de hoeksnelheid van de trilling.
- Om het moment te bepalen wordt de gevonden druk weer vermenigvuldigd met $(N_z - 1/2)*\Delta L*\Delta L$.

Het uiteindelijk gevonden moment (gedeeld door ω) wordt dimensieloos gemaakt met de striphoogte tot de vierde macht.

In Appendix III is aangegeven dat bij een roterende strip de theoretisch te verwachten toegevoegde (polaire) watermassa in één kwadrant $\pi/32$ (= 0,0982) zou moeten zijn, terwijl het rekenprogramma 0,1046 geeft, dit weer bij een rooster van 54 bij 18 rekenpunten en een (halve) striphoogte van 6 punten.

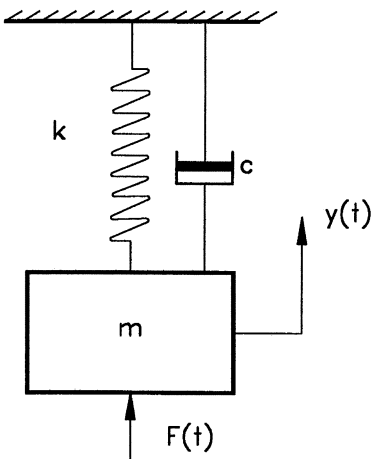
3.3 BEREKENINGEN IN HET FREQUENTIEDOMEIN

Berekeningen in het frequentiedomein worden uitgevoerd als er sprake is van een harmonische belasting. Werkt deze langdurig, dan ontstaat uiteindelijk een trilling met dezelfde frequentie als die van de belasting en met een constante amplitude. Voorwaarde is dan wel dat het systeem lineair is. Indien de externe belasting op een bepaald tijdstip aangrijpt, dan zijn er ook aanzetverschijnselen, die na verloop van tijd uitdempen. De uiteindelijke trilling wordt aangeduid als de trilling behorend bij de particuliere (of bijzondere) oplossing van de trillingsvergelijking, terwijl bij het begin van de belasting sprake is van een superpositie van de particuliere oplossing en de algemene oplossing. De algemene oplossing betreft de vrije (uitdempende) trilling die optreedt na een initiële belasting die er na verloop van tijd niet meer is.

Deze paragraaf geeft een beknopte samenvatting van de rekenmethoden die beschikbaar zijn om de responsie bij periodieke belasting van een lineair systeem te bepalen. Voor het enkelvoudige massaveersysteem wordt uitgegaan van een systeem met (lineaire) demping, bij het meervoudig systeem wordt volstaan met een ongedempt systeem. Zie ook Bouma (1976).

3.3.1 HET ENKELVOUDIGE MASSAVEERSYSTEEM

Het systeem in Figuur C3.5 is, bij een periodieke belasting, te beschrijven met de volgende vergelijking:



$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + c \frac{dy}{dt} + ky = F_0 e^{i\omega t} \quad (\text{C3.25})$$

Voor de notatie zie Deel A, Paragraaf 2.2.1. en 2.2.2.

Hierbij wordt aangenomen dat de harmonische belasting $F_0 e^{i\omega t}$ langdurig werkzaam is en dat de aanzetverschijnselen zijn uitgedempt. De oplossing van Vergelijking C3.25 geeft dan de particuliere oplossing.

De eigenfrequentie van dit systeem volgt uit de oplossing $y = Y_0 e^{i\omega t}$ van de gereduceerde vergelijking waarbij de demping en de uitwendige belasting zijn weggelaten:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + ky = 0 \quad (\text{C3.26})$$

Figuur C3.5:

Schema van een enkelvoudig massaveersysteem.

Voor de eigen(hoek)frequentie ('natural angular frequency') ω_n wordt nu gevonden:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{C3.27})$$

De oplossing van C3.25 is op verschillende manieren te schrijven:

$$y = Y e^{i\omega t} = Y_0 e^{i(\omega t + \alpha)} \quad \text{ofwel:} \quad (\text{C3.28})$$

$$y = Y_0 (\cos \alpha + i \sin \alpha) e^{i\omega t}$$

Y is een complex, Y_0 een reëel getal. De fasehoek, α , is te verkrijgen uit het reële deel R en het imaginaire deel I van de oplossing Y, namelijk:

$$\alpha = \arctg(I/R) \quad (C3.29)$$

Invullen van $y=Ye^{i\omega t}$ in C3.25 levert voor de particuliere oplossing:

$$Y = \frac{F_0}{-m\omega^2 + ic\omega + k} \quad (C3.30)$$

Door vermenigvuldiging van teller en noemer met de toegevoegd complexe waarde van de noemer en invoeren van de eigenhoekfrequentie ω_n en de relatieve demping γ ($\gamma = c\omega_n/2k$ ofwel $\gamma = c/(2m\omega_n)$) ontstaat Vergelijking C3.31. De relatieve demping wordt verkregen door de demping te relateren aan de 'kritieke demping'. Dat is de demping waarin het vrij uittrillende systeem juist geen periodieke component meer heeft (vgl. C3.37).

$$\frac{kY}{F_0} = \frac{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right) - i 2\gamma \frac{\omega}{\omega_n}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4\gamma^2 \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \quad (C3.31)$$

Uitschrijven van y levert:

$$y = \frac{F_0}{k} \frac{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right) - i 2\gamma \frac{\omega}{\omega_n}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4\gamma^2 \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} e^{i\omega t} \quad (C3.32)$$

De fasehoek α is nu via Vergelijking C3.29 direct te berekenen. De amplitude van Y wordt verkregen door sommatie van de kwadraten van het reële en imaginaire deel van Y en hiervan de wortel te nemen. Dat wordt hier niet verder uitgewerkt. De presentatie van de responsieberekening in het frequentiedomein is te vinden in Deel A Figuur A2.2.

Indien de excitatie niet al langdurig gewerkt heeft maar pas begint op tijdstip $t=0$, dan moet bij de gevonden oplossing van Y (de zogenaamde particuliere oplossing) ook nog de algemene oplossing worden geteld om te kunnen voldoen aan de condities op $t=0$, namelijk dat dan de uitwijking nog nul is en ook de snelheid van trillen nul is.

De algemene oplossing (i.e. van het zogenaamde eigenproces) wordt gevonden uit de vergelijking voor de vrije trilling:

$$m \frac{d^2y}{dt^2} + c \frac{dy}{dt} + ky = 0 \quad (C3.33)$$

De oplossing hiervan is een gedempte trilling die te schrijven is als:

$$y = Ye^{rt} = Ye^{pt} e^{i\omega t}, \quad (r=p+i\omega) \quad (C3.34)$$

waarbij ω nog moet worden vastgesteld.

Het reële deel van r geeft de mate van uitdemping van de trilling, het imaginaire deel de periodiciteit.

Invullen van C3.34 in C3.33 levert voor r :

$$mr^2 + cr + k = 0 \quad (\text{C3.35})$$

waaruit volgt:

$$r = \frac{-c}{2m} \pm \sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \frac{k}{m}} \quad (\text{C3.36})$$

De term onder het wortelteken wordt juist nul als (per definitie) de demping juist kritisch is. Daarom wordt ook de dimensieloos gemaakte demping (de zogenaamde relatieve demping), γ , zo gedefinieerd dat deze gelijk is aan 1 als demping juist kritisch is.

$$\gamma = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad \text{ofwel (gezien C3.27)} \quad \gamma = \frac{c}{2m\omega_n} \quad (\text{C3.37})$$

en dat is juist de demping waarbij de responsie wel of niet periodiek is.

Als de term onder het wortelteken negatief is (omdat de demping in het algemeen klein is, is dat meestal het geval), verkrijgen we, na invullen van de waarde voor de dimensieloze demping γ en de eigenfrequentie ω_n , via Vergelijking C3.27 en C3.37:

$$r = -\gamma\omega_n \pm i\omega_n\sqrt{1-\gamma^2} \quad (\text{C3.38})$$

De bijbehorende trilling van het eigenproces is nu te schrijven als:

$$y = Y_a e^{-\gamma\omega_n t} e^{+i\omega_n\sqrt{1-\gamma^2}t} + Y_b e^{-\gamma\omega_n t} e^{-i\omega_n\sqrt{1-\gamma^2}t} \quad (\text{C3.39})$$

Omdat de trilling zoals beschreven in Vergelijking C3.39 tezamen met de particuliere oplossing moet voldoen aan de begincondities op $t=0$, waarvoor verondersteld is $y=0$ en $(dy/dt)=0$, is het van belang te weten wat de uitwijking en wat de snelheid op $t=0$ is van de algemene oplossing. Die zijn respectievelijk:

$$y_{t=0} = Y_a + Y_b \quad (\text{C3.40})$$

en

$$\left(\frac{dy}{dt}\right)_{t=0} = Y_a(-\gamma\omega_n + i\omega_n\sqrt{1-\gamma^2}) + Y_b(-\gamma\omega_n - i\omega_n\sqrt{1-\gamma^2}) \quad (\text{C3.41})$$

De combinatie van C3.32 en C3.39 moet op tijdstip $t=0$ voldoen aan de begincondities. Hiermede zijn alle gegevens beschikbaar om het reële en imaginaire deel van Y_a en Y_b te berekenen. Het betreft het oplossen van een twee maal twee lineair stelsel vergelijkingen.

Indien de demping niet-lineair is, kan voor de berekening van de particuliere oplossing een benaderingsmethode worden toegepast die geldig is zolang de momentane relatieve demping $\gamma < 0,04$. Bij deze kleine demping is er nog nauwelijks invloed

op de harmonische responsiebeweging (het verloop blijft sinusvormig). Daarbij kan worden berekend hoe groot de energiedissipatie per periode is bij de niet-lineaire demping. Deze dissipatie wordt dan vergeleken met de energiedissipatie die met de lineaire demping, c , wordt verkregen. Deze laatste is eenvoudig te berekenen en is (per periode):

$$\Delta E_{lin} = \pi c \omega Y^2 \quad (C3.42)$$

3.3.2 EEN ENKELVOUDIG MASSAVEERSYSTEEM IN WATER

Zoals in Deel A, Paragraaf 2.2.3 al is vermeld, wordt voor een trillend voorwerp in stilstaand water, waarbij de demping min of meer kwadratisch is met de trillingsnelheid (dus als de dempingskracht = $s(dy/dt)|dy/dt|$), gevonden (s = kwadratische dempingscoëfficiënt):

$$\Delta E_{kwadr.} = \frac{8}{3} s \omega^2 Y^3 \quad (C3.43)$$

waaruit dan volgt met $\Delta E_{lin} = \Delta E_{kwadr}$

$$c_{equivalent} = \frac{8}{3\pi} s \omega Y \quad (C3.44)$$

De vrije trilling dempt nu niet exponentieel uit. Maar over een klein tijdsinterval kan zij (mits de demping niet te groot is) wel worden benaderd door een exponentieel uitdempende trilling. De equivalente demping kan altijd uit een trillingsregistratie bepaald worden via het logaritmische decrement van opeenvolgende amplitudes. Door de gevonden demping uit te zetten als functie van de amplitude kan vastgesteld worden of sprake is van een kwadratische demping of een andere al dan niet lineaire demping.

Zo is bijvoorbeeld Coulombse wrijving (met een constante wrijvingskracht die steeds werkt tegengesteld aan de richting van bewegen) herkenbaar doordat de omhullende van de trilling een rechte lijn is (zie Deel A, Figuur A2.3, figuur D links onderaan).

De responsieberekening zoals in de vorige paragraaf gepresenteerd kan ook worden toegepast voor constructies in water. Het water geeft niet alleen de uitwendige belasting maar veroorzaakt ook belastingen die gekoppeld zijn aan de beweging van de constructie. Voor zover deze laatste belastingen gekoppeld zijn aan de versnelling van de trillende constructie spreken we van toegevoegde watermassa, m_w , indien ze evenredig zijn met de trillingsnelheid van toegevoegde demping, c_w , en indien evenredig met de verplaatsing van toegevoegde stijfheid, k_w . Voor een periodiek belaste constructie gaat Vergelijking C3.25 nu over in:

$$(m + m_w) \frac{d^2 y}{dt^2} + (c + c_w) \frac{dy}{dt} + (k + k_w) y = F_0 e^{i\omega t} \quad (C3.45)$$

Zolang de toegevoegde termen frequentieonafhankelijk (zie Paragraaf 3.2.1) zijn, verandert er niets aan de oplossingen zoals gepresenteerd in de vorige paragraaf. Echter, bij constructies in water met een vrije waterspiegel kan golfuitstraling een rol spelen. De toegevoegde termen worden dan wel frequentieafhankelijk. De consequenties zijn in Paragraaf 3.1 reeds besproken.

Omdat het massaveersysteem als beschreven in Vergelijking C3.45 lineair is, ligt bij een langdurige periodieke belasting ook de frequentie van de uiteindelijke responsie vast (deze is gelijk aan die van de belasting) en kunnen de toegevoegde termen zonder meer worden ingevoerd.

Voor willekeurig gevormde constructies zijn de toegevoegde termen, ook in het frequentiegebied waar de toegevoegde massa en de toegevoegde demping frequentieafhankelijk zijn, te berekenen. Er is daarvoor een rekenprogramma beschikbaar dat gekoppeld is aan het TNO-DIANA-programma (ref. WL-rapport Q525). Ook de eigenfrequentie van de constructie in water kan, weliswaar via een iteratieprocedure, worden berekend.

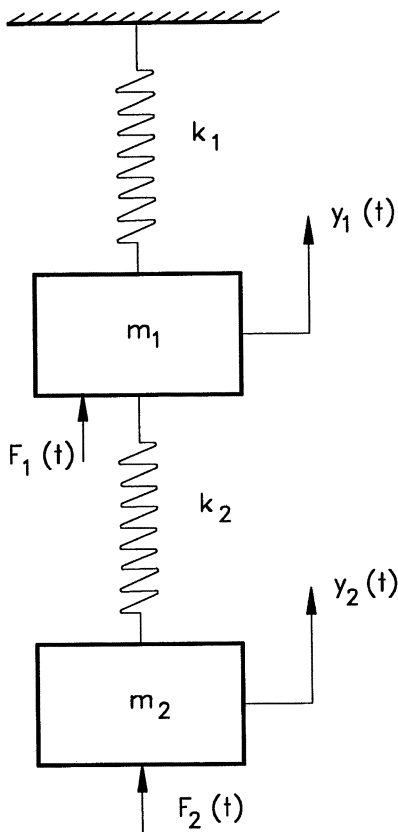
Overigens is de toegevoegde watermassa niet alleen frequentieafhankelijk wanneer een trillende constructie golven uitstraalt. Ook de al aanwezige stroming kan van invloed zijn. Dit wordt verdisconteerd door de toegevoegde watermassa te presenteren als functie van de dimensieloze frequentie (het Strouhalgetal $S=fL/V$ waarin f de frequentie van de trilling, L een lengtemaat van de trillende constructie en V de aanstroomsnelheid is). De frequentieafhankelijkheid van de toegevoegde termen is met name bij cirkelcilinders een belangrijke factor, zie Deel A Figuur A5.12, uit Sarpkaya (1978). In de linkerfiguur zijn de periodieke krachten die in fase zijn met de versnelling van een gedwongen oscillerende cilinder uitgezet als toegevoegde watermassacoëfficiënt. Dat de toegevoegde termen zo sterk afhangen van frequentie en aanstroomsnelheid hangt samen met de bij cirkelcilinders aanwezige stromingsinstabiliteit, die ook aanleiding geeft tot grote periodieke belastingen. In de omgeving van het kritieke Strouhalgetal (i.e. de S -waarde waarbij de maximale stromingsexcitatie optreedt) $S=0,2$ blijkt dat vanaf $0,3$ de toegevoegde watermassa ongeveer constant blijft. Tussen $0,2$ en $0,3$ kan deze toegevoegde watermassa $1,5$ à 2 keer groter worden en onder $S=0,2$ keert zij zelfs van teken om. Bij andere vormen dan cirkelcilinders wordt steeds gevonden dat de toegevoegde watermassa van constructies in ruim water nauwelijks frequentie- en stromingsafhankelijk is mits wordt voldaan aan Voorwaarde C3.1.

3.3.3 RESPONSIË VAN EEN TWEEVOUDIG MASSAVEERSYSTEEM (DIRECTE METHODE)

Figuur C3.6 geeft het schema en de gebruikte symbolen van een tweevoudig massaveersysteem. In het volgende wordt alleen het ongedempte systeem behandeld. Het systeem met demping geeft bij periodieke belasting geen speciale problemen; de berekeningen zijn wel veel bewerklijker.

De dynamische vergelijkingen voor de beide massa's zijn bij periodieke belasting:

$$\begin{aligned}
 m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + (k_1 + k_2) y_1 - k_2 y_2 &= F_1 e^{i\omega t} \\
 -k_2 y_1 + k_2 y_2 + m_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} &= F_2 e^{i\omega t}
 \end{aligned}
 \tag{C3.46}$$



Figuur C3.6:
Schema van een tweevoudig massaveersysteem.

Omdat het systeem ongedempt is, is bij periodieke belasting de responsie van elk van de massa's steeds in fase of in tegenfase met de belasting. Daardoor kan de tijdsafhankelijke factor in de belasting (dus $e^{i\omega t}$ of $\cos(\omega t)$) worden weggedeeld en blijft er een relatie over tussen de amplituden van de belasting en van responsies. De amplituden van de grootheden worden met hoofdletters aangegeven.

De vergelijkingen worden:

$$\begin{aligned} (k_1 + k_2 - m_1\omega^2)Y_1 - k_2Y_2 &= F_1 \\ -k_2Y_1 + (k_2 - m_2\omega^2)Y_2 &= F_2 \end{aligned} \quad (\text{C3.47})$$

Een andere schrijfwijze hiervoor is:

$$\left(\begin{bmatrix} +k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & +k_2 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \right) * \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (\text{C3.48})$$

De verkorte notatie hiervan is:

$$(\mathbf{K} - \mathbf{M}\omega^2)\underline{\mathbf{Y}} = \underline{\mathbf{F}} \quad (\text{C3.49})$$

waarin \mathbf{K} en \mathbf{M} matrices en $\underline{\mathbf{Y}}$ en $\underline{\mathbf{F}}$ vectoren zijn. De stijfheidsmatrix \mathbf{K} bestaat uit vier componenten die als volgt zijn te omschrijven: een eenheidsverplaatsing y_1 bij een vastgehouden tweede massa (dus $y_2=0$) geeft een veerkracht op de eerste massa ($-k_1-k_2$) en een kracht (k_2) die werkt op de tweede massa. Als nu de eerste massa wordt vastgehouden en de tweede massa krijgt een eenheidsverplaatsing, dan is er weer een kracht die werkt op de eerste massa (k_2) en een kracht die werkt op de tweede massa ($-k_2$). Doordat de termen naar het linkerlid verhuizen, draaien ze van teken om. Nadere beschouwing van Vergelijking C3.48 en C3.49 kan een en ander duidelijk maken. De massamatrix \mathbf{M} van een droge constructie bevat alleen diagonaaltermen. Dit wordt anders voor een constructie in water.

Invullen van de belastingsamplitude en de frequentie in C3.47 levert twee vergelijkingen in Y_1 en Y_2 op, waaruit deze direct kunnen worden opgelost. Dit is de particuliere oplossing. Om aan de condities op $t=0$ te kunnen voldoen moet hier weer de algemene oplossing bij worden opgeteld.

Hiervoor moeten eerst de twee resonantiefrequenties van het systeem worden bepaald; deze volgen uit:

$$(\mathbf{K} - \mathbf{M}\omega^2)\underline{\mathbf{Y}} = \mathbf{0} \quad (\text{C3.50})$$

De oplossing wordt gevonden door de volgende determinant gelijk aan 0 te stellen:

$$\begin{vmatrix} k_1+k_2-\omega^2 m_1 & -k_2 \\ -k_2 & k_2-m_2\omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{C3.51})$$

Dit levert een vierkantsvergelijking in ω^2 op. Aangezien fysisch alleen positieve waarden van belang zijn, wordt gevonden dat er twee eigen(hoek)frequenties zijn, namelijk ω_1 en ω_2 . Voor elk van beide frequenties kan de relatie tussen de amplituden Y_1 en Y_2 worden bepaald uit C3.46. Elk van deze relaties wordt vectorisch voorgesteld met de vectoren $\underline{\mathbf{A}}$ en $\underline{\mathbf{B}}$. De absolute grootte van Y_1 en Y_2 kan door vermenigvul-

diging met de (nog vrij te kiezen) amplituden A en B worden weergegeven. Analoog aan wat in Vergelijking C3.39 voor het enkelvoudige massaveersysteem was gevonden, kan nu de algemene oplossing geschreven worden als:

$$y = A_a A e^{+i\omega_1 t} + A_b A e^{-i\omega_1 t} + B_a B e^{+i\omega_2 t} + B_b B e^{-i\omega_2 t} \quad (\text{C3.52})$$

Met de amplituden A_a , A_b , B_a en B_b is het mogelijk om aan de beginvoorwaarden te voldoen. Deze methode van rekenen is ook bruikbaar voor constructies in water in geval van die situaties waarin de toegevoegde massa en demping frequentieafhankelijk zijn. Omdat de oplossing bestaat uit een sommatie van periodieke componenten, is voor elk van deze de geëigende toegevoegde watermassa in te voeren.

In de praktijk vergt deze procedure veel rekenwerk. Daarom wordt de directe methode eigenlijk alleen gebruikt om de particuliere oplossing te vinden.

3.3.4 MODAL ANALYSIS BIJ EEN TWEEVoudIG MASSAVEERSYSTEEM

Zoals in Paragraaf 3.1 al is behandeld wordt Modal Analysis toegepast indien de responsie van systemen met meerdere graden van vrijheid moet worden bepaald. Ook in het frequentiedomein is het vaak lonend dit type analyse toe te passen.

De responsie van de constructie op een willekeurige uitwendige belasting wordt bij deze methode ontbonden gedacht in componenten, eigenwaarden of 'modes' genoemd. Elke mode heeft één eigenfrequentie, één eigentrillingsvorm en één eigenbelasting, die eenduidig aan elkaar gekoppeld zijn. De trillingsvorm wordt gedefinieerd als de relatie tussen amplituden. De eigenbelasting wordt gedefinieerd als de relatie tussen belastingen zoals die op elk massapunt (en in elk van de richtingen waarin het massapunt vrij kan bewegen) aangrijpen. De trillingsvorm van elk van de modes correspondeert met één van de vrije trillingen (dus zonder uitwendige belasting) van het ongedempte systeem. Bij elke mode behoort die eigenbelasting (eigenlijk die belastingsverdeling) die statisch dezelfde uitwijking geeft als behorend bij de betreffende trillingsvorm van de vrije trilling. De grootte van de amplitude van de vrije trilling en die van de bijbehorende eigenbelasting ligt daarbij overigens nog niet vast.

Aangetoond kan worden dat bij deze belastingsverdeling, ongeacht de frequentie waarmee deze belasting aangrijpt, altijd dezelfde trillingsvorm behoort en dat de responsiekromme in het frequentiedomein identiek is aan die van een enkelvoudig massaveersysteem. Daaruit is weer af te leiden dat deze trillingsvorm ook relevant is bij een niet-periodieke eigenbelasting.

Door de werkelijk aanwezige belasting te ontbinden in de betreffende eigenbelastingen ligt de amplitude van elk van de eigenbelastingen vast en kan bij elke eigenbelasting de responsie in de tijd worden berekend, op analoge wijze als bij een enkelvoudig massaveersysteem. Ook kan de impulsresponstechniek worden toegepast (later te behandelen in Paragraaf 3.4.1 en 3.4.2). Sommatie van deze responsies op elk van deze eigenbelastingen levert de werkelijke responsie van de constructie op de belasting op. Zie verder Bouma (1976).

Deze procedure zal aan de hand van een tweevoudig massaveersysteem worden geïllustreerd. De vergelijkingen als gepresenteerd in de vorige paragraaf zijn hiervoor zonder meer bruikbaar.

Eerst worden met Vergelijking C3.51 de beide eigenfrequenties, ω_1 en ω_2 , bepaald. Invullen daarvan in C3.50 levert voor elk van de frequenties de bijbehorende relaties tussen Y_1 en Y_2 op. Met behulp van C3.49 wordt hieruit, met de aanname dat de belasting als een statische belasting is te beschouwen ($\omega=0$), voor elk van de frequenties de relatie tussen de amplitudes van de belastingen F_1 en F_2 bepaald. Omdat de amplitudegrootte nog vrij gekozen kan worden, beginnen we met $F_1=1$. F_2 wordt zodanig gekozen dat de relatie tussen y_1 en y_2 goed is (dat wil zeggen gelijk aan de relatie zoals die bij de eigentrilling is gevonden). De bij elkaar behorende belastingen F_1 en F_2 worden uitgedrukt in een vector \underline{F} , en zodoende krijgen we, behorend bij de frequenties ω_1 en ω_2 , de belastingen $\underline{F}\omega_1$ en $\underline{F}\omega_2$.

Nu kan de werkelijke krachtsvector \underline{F} ontbonden worden in \underline{F}_1 en \underline{F}_2 door te stellen:

$$\alpha \underline{F}_{\omega_1} + \beta \underline{F}_{\omega_2} = \underline{F} \quad (\text{C3.53})$$

Vervolgens kan de complete trillingsberekening plaatsvinden. Voor elk van de krachtsvectoren geldt namelijk dat de 'doorbuigingsvorm' (de relatie tussen y_1 en y_2) niet verandert, ongeacht met welke frequentie of met welke tijdsafhankelijke functie deze aangrijpt. De responsie (de versterkingsfactor) hangt, evenals bij een enkelvoudig massaveersysteem, af van de verhouding ω/ω_n (dat wil zeggen de frequentie van de belasting gerelateerd aan de betreffende eigenfrequentie). De constructie mag ook gedempt zijn, mits de demping parallel aan de veren aangrijpt en proportioneel is met de veerstijfheden. Een andere mogelijkheid is dat elke massa aan de aarde gekoppeld is met een demper waarbij elke demper proportioneel is met de betreffende massa. Deze beide soorten van demping beïnvloeden de trillingsvorm niet, want bij elk van de eigenfrequenties maken de massa- (of liever traagheids-)krachten juist evenwicht met de veerkracht, en is de ruimtelijke verdeling van deze krachten dezelfde. Of de verdeling van de dempingskrachten is gekoppeld aan de veerkracht of aan de traagheidskracht maakt dus geen principieel verschil. Bij elk van de trillingsvormen behouden de massakracht, de dempingskracht, de veerkracht en de uitwendige kracht dezelfde relatie tot elkaar als bij een enkelvoudig massaveersysteem het geval zou zijn.

Uit de proportionaliteit van de demping met of de veren of de massa's is ook de waarde van de relatieve demping te berekenen:

$$\gamma = \frac{C}{M} \frac{1}{2\omega_n} \quad \text{ofwel:} \quad (\text{C3.54})$$

$$\gamma = \frac{C}{K} \frac{\omega_n}{2}, \quad C = \text{dempingsmatrix}$$

Voor constructies in water is een Modal Analysis, waarbij steeds weer het superpositiebeginsel wordt gebruikt, maar beperkt bruikbaar, omdat onder andere de toegevoegde watermassa met de frequentie kan variëren. De toegevoegde watermassa kan wel berekend worden voor een gedwongen trilling van de gehele constructie of van één van de oppervlakte-elementen. Met een iteratieproces kunnen nog wel de eigenfrequenties worden vastgesteld, maar kan niet meer de reactie bij een willekeurige andere belasting bepaald worden uit de sommatie van eigenbelastingen.

Bij golfklapresponsie en bij trillingen opgewekt door stroming is de methode nog wel te gebruiken, omdat de eigenfrequenties van de constructie dan zo hoog zijn dat de toegevoegde massa tendeert frequentieonafhankelijk te worden. Echter, bij responsieberekeningen in geval van belasting door windgolven zijn de frequenties van de windgolven zo laag dat de toegevoegde watermassa wel frequentieafhankelijk is: de responsie is dan niet meer met de methode van de Modal Analysis te berekenen.

Het belang van deze methode is hierin gelegen dat zij laat zien dat trillings-beschouwingen zoals in Deel A gegeven voor een enkelvoudig massaveersysteem ook hun waarde behouden bij meervoudige systemen en bij werkelijke constructies waar-bij alle elementen geheel elastisch zijn (continu-elastische systemen).

3.3.5 ALGEMENE FORMULERING VOOR EEN SYSTEEM MET MEER GRADEN VAN VRIJHEID

In het algemeen zal een constructie meerdere graden van vrijheid hebben. Uitbreiding van de formuleringen naar een meervoudig massaveersysteem ligt dan voor de hand, hoewel ook dat nog een sterk geschematiseerde weergave is van het werkelijke systeem. Een betere schematisatie wordt verkregen door het werkelijke, continu-elastische systeem op te delen in eindige elementen die door middel van knooppunten met elkaar zijn verbonden. Deze methode staat bekend als de eindige-elementenmethode (EEM, in het Engels FEM). In het kort zal nu op deze methode worden ingegaan, ook in relatie tot het gekoppelde constructievloeistofprobleem. Voor meer informatie wordt verwezen naar de uitgebreide literatuur op dit gebied, zoals Bouma (1976).

De constructie zonder water

Bij de EEM wordt het continu-elastische systeem opgedeeld in elementen met eindige afmetingen. In de verbindingpunten van de elementen (de knopen) worden aansluitvoorwaarden gesteld (evenwicht en compatibiliteit). De vergelijkingen worden echter op gelijksoortige wijze opgesteld als voor een veelvoudig massaveersysteem.

Allereerst wordt nu weer het ongedempte systeem beschouwd. De bewegingsvergelijkingen zijn als volgt te schrijven:

$$M \frac{d^2 \underline{w}}{dt^2} + S \underline{w} = \underline{f} \quad (C3.55)$$

met: M = massamatrix

S = stijfheidsmatrix

\underline{w} = vector met lineaironafhankelijke knoopverplaatsingen

\underline{f} = belastingsvector (belasting aangrijpend in de knopen)

De massamatrix en de stijfheidsmatrix zijn opgebouwd uit de massamatrices en stijfheidsmatrices van de afzonderlijke elementen. Als de massa over de knopen wordt verdeeld, ontstaat er als massamatrix een diagonaalmatrix. Wanneer elementen met verdeelde massa worden gebruikt, zijn de element-massamatrices gevuld en ontstaat er een bandmatrix als massamatrix. De stijfheidsmatrix heeft steeds een bandstructuur.

Een systeem met n lineaironafhankelijke vrijheidsgraden heeft n eigenwaarden en daarmee samenhangend n eigenbewegingsvormen (modes). De vrije trilling $\underline{w}(t)$ van het systeem, die bijvoorbeeld na aanstoten ontstaat, is een lineaire combinatie van alle n eigentrillingen:

$$\underline{w}(t) = \sum_{i=1}^n a_i \underline{e}_i \sin(\omega_i t + \theta_i) \quad (C3.56)$$

met: \underline{e}_i = i -de eigenvector (1,.., i , .., n)

ω_i = i -de eigenfrequentie

θ_i = fasehoek van i -de eigentrilling

a_i = amplitudefactor van i -de eigentrilling

De eigentrillingen $\underline{w}_i(t)$ van het systeem volgen uit het homogene stelsel differentiaalvergelijkingen:

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \underline{w}}{dt^2} + \mathbf{S} \underline{w} = \mathbf{0} \quad (\text{C3.57})$$

De invloed van demping is hierbij verwaarloosd. Ook nu wordt weer, in het algemeen, aangenomen dat demping, mits homogeen verdeeld, geen invloed heeft op de eigenvectoren \underline{e}_i . De invloed van de demping op de eigenfrequenties ω_i is bovendien gering, zolang de demping klein is. Dit is bij constructies vaak het geval, zodat demping in de eigenfrequentieberekeningen gewoonlijk niet hoeft te worden meegenomen.

In responsieberekeningen is de demping wel van belang. Indien de belasting in één van de resonantiefrequenties plaatsvindt, is de demping de enige bepalende factor voor de evenwichtsamplitude. Voor een gedempt, lineair systeem met uitwendige belasting \underline{f} zien de bewegingsvergelijkingen er als volgt uit:

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \underline{w}}{dt^2} + \mathbf{C} \frac{d \underline{w}}{dt} + \mathbf{S} \underline{w} = \underline{f} \quad (\text{C3.58})$$

met: \mathbf{C} = dempingsmatrix

Wanneer er demping in het systeem aanwezig is, zijn de eigentrillingen niet meer onafhankelijk van elkaar. Er is een krachtsoverdracht tussen de verschillende eigentrillingen. Deze vindt in het rekenmodel niet plaats wanneer er een specifieke eis wordt gesteld aan de dempingsmatrix \mathbf{C} . Algemeen geformuleerd is deze:

$$\mathbf{C} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{S} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{M} \quad (\text{C3.59})$$

waarin \mathbf{a} en \mathbf{b} constant zijn.

Een dempingsmatrix proportioneel met de stijfheidsmatrix kan in bepaalde gevallen de visco-elastische eigenschappen van materialen goed weergeven. Demping in deze vorm staat bekend als Rayleighdemping.

De responsie $\underline{w}(t)$ op een gegeven uitwendige belasting $\underline{f}(t)$ die aangrijpt in de knopen waar de vrijheidsgraden zijn gedefinieerd, kan weer op verschillende manieren worden berekend:

- a. met gebruikmaking van eigenvectoren (Modal Analysis).
- b. door middel van directe oplossing van de bewegingsvergelijkingen.

In beide gevallen kan in het tijdsdomein en in het frequentiedomein worden gerekend.

Bij methode a is het uitgangspunt weer dat de responsie van een lineair systeem op een willekeurige tijdsafhankelijke belasting opgebouwd gedacht kan worden uit een som van eigenvectoren. De mate waarin de i -de eigenvector \underline{e}_i op een willekeurig tijdstip t meedoet in de responsie, kan worden berekend en wordt aangegeven met de participatiefunctie $\alpha_i(t)$.

De responsie van het systeem wordt nu geschreven als een lineaire combinatie van alle n eigenfactoren \underline{e}_i vermenigvuldigd met α_i :

$$\underline{w}(t) = \sum_{i=1}^n \alpha_i(t) \cdot \underline{e}_i \quad (\text{C3.60})$$

Nodig is dat in een eerste stap de eigenvectoren worden bepaald. Bij elke eigenvector behoort een eigenbelasting. De werkelijke belasting wordt ontbonden in eigenbelastingen. Hiermee wordt de participatiefunctie α_i verkregen. Dit kost rekenwerk; daarna kunnen echter, in het bijzonder bij meervoudige systemen, aanzienlijke voordelen in het rekenproces worden verkregen, omdat het resulterende stelsel vergelijkingen, met de participatiefuncties α_i , ook ontkoppeld kunnen worden. Het resultaat van de ont koppeling is dat er in het stelsel vergelijkingen nog slechts diagonaalmatrices resteren, waardoor dit stelsel eenvoudig is op te lossen. Bij de ont koppeling wordt gebruik gemaakt van de eigenschap dat de eigenvectoren onafhankelijk van elkaar (i.e. orthogonaal) zijn. Fysisch gezien houdt dit in dat er geen energieoverdracht plaatsvindt tussen de eigentrillingen. Zoals reeds gezegd moet de demping dan aan de specifieke eis van C3.59 voldoen.

Voldoet de demping niet aan die eis, of doordat de verdeling niet goed is of omdat de demping niet-lineair is, dan is er, mits de demping niet te groot is, een benadering mogelijk. Uitgangspunt hierbij is dat de demping zo gering is dat deze de trillingsvorm als zodanig niet beïnvloedt. Een gegeven harmonische eigentrilling zal per massapunt of per veerelement een gegeven, bijvoorbeeld niet-lineaire, demping ondervinden en dit levert een energieabsorptie per periode op. Deze energieabsorptie is een functie van de amplitude van de trilling. De bij deze eigentrilling behorende eigenbelasting levert een energietoevoer per periode op. Deze energietoevoer zal weer amplitudeafhankelijk zijn. De amplitude waarbij de energieabsorptie gelijk is aan de energietoevoer is de gezochte evenwichtsamplitude.

Veelal zal bij een dynamische analyse worden nagegaan welke eigenvectoren de grootste bijdrage leveren aan de responsie en welke invloed de demping heeft op deze bijdragen. Daartoe worden de participatiefuncties $\alpha_i(t)$ bepaald bij een harmonische belasting. De excitatiefrequentie Ω wordt daarbij gevarieerd. Ook kan de demping γ_i behorend bij eigenfrequentie ω_i worden gevarieerd. Dit levert een beeld op van de maximale waarde van de participatiefunctie α_i als functie van eigenfrequentie ω_i en demping γ_i .

Constructeurs zullen er naar streven om de laagste eigenfrequenties groter te laten zijn dan de belastingsfrequentie Ω . In dat geval zijn voornamelijk de laagste eigenfrequenties nog van belang voor de responsie, zodat dan slechts een beperkt aantal eigenvectoren hoeft te worden meegenomen in de responsieberekening. Bij golfklappen is de belastingsduur zo kort dat wel een groot aantal eigenvectoren in de berekening moet worden meegenomen.

Bij periodieke belastingen (die zijn op te vatten als een som van harmonische belastingen) kan het snelste in het frequentiedomein worden gerekend.

In geval van belastingen met een beperkte tijdsduur kan gebruik worden gemaakt van Fourieranalyse. De belasting wordt Fouriergetransformeerd naar het frequentiedomein. De bewegingsvergelijkingen worden vervolgens in het frequentiedomein opgelost, waarna de oplossing wordt teruggetransformeerd naar het tijdsdomein. Bij deze procedure kan gebruik worden gemaakt van de eigenvectoren van het systeem.

Het stelsel vergelijkingen met de participatiefuncties α_i als onbekenden kan ook in de tijd worden opgelost. Dit zal aan de orde zijn in geval van een willekeurige, niet-periodieke belasting. Voor een zeker tijdstip t_0 dient de oplossing van het stelsel differentiaalvergelijkingen gegeven te zijn. Deze oplossing dient als beginvoorwaarde voor het stelsel op tijdstip t_1 . Stapsgewijs worden vervolgens de bewegingsvergelijkingen opgelost (time stepping procedure). De grootte van de tijdstap is bij deze rekenwijze van groot belang, omdat zij van invloed is op de stabiliteit van het numerieke rekenproces.

Bij methode b worden de vergelijkingen direct, zonder gebruikmaking van de eigenvectoren van het systeem, opgelost. Deze methode is minder efficiënt. Er zijn namelijk matrixbewerkingen nodig waar veel rekentijd in gaat zitten.

Bij niet-lineaire systemen is de Modal Analysis techniek niet bruikbaar, omdat hierbij van het superpositiebeginsel wordt uitgegaan. Niet-lineaire systemen kunnen wel met een directe oplossingsmethode in het tijdsdomein worden doorgerekend. In de vergelijkingen kunnen bijvoorbeeld niet-lineaire demping en niet-lineair materiaalgedrag worden ingebracht.

Het systeem stilstaand water en constructie bij periodieke belasting

Voor een constructie in water zijn stroming en golven de belangrijkste bronnen van hydrodynamische excitatie. Omdat de constructie onder invloed van deze belastingen beweegt en vervormt, ontstaan er op het grensvlak van constructie en vloeistof ook zogenaamde interactiekrachten: de constructie moet vloeistof verplaatsen en genereert daardoor extra drukken. Bij de berekening van de responsie moeten deze interactiekrachten in de formulering worden meegenomen. Er moet dus een koppeling tot stand worden gebracht tussen het vloeistofsysteem en het constructiesysteem. De koppeling vindt plaats door middel van de randvoorwaarden op het grensvlak van vloeistof en constructie.

De bewegingsvergelijkingen voor de constructie (lineair systeem) kunnen nu als volgt worden geschreven:

$$M \frac{d^2 \mathbf{w}}{dt^2} + C \frac{d\mathbf{w}}{dt} + S\mathbf{w} = \underline{f}_I + \mathbf{f} \quad (C3.61)$$

met:

\underline{f}_I = vector met interactiekrachten in de interfaceknooppunten, \mathbf{f} = vector met hydrodynamische excitatiekrachten.

De vector \mathbf{f} kan afzonderlijk worden bepaald, omdat de responsie van de constructie per definitie geen invloed heeft op deze excitatiekrachten (indien dit wel het geval is, vallen ze onder de vector \underline{f}_I).

Omdat bij constructies in water de matrices M en C frequentieafhankelijk kunnen zijn, moet de berekening betrekking hebben op periodieke excitatie. Indien dit niet zo is, kan nog worden nagegaan of de responsie min of meer periodiek is, in welk geval eerst de frequentie van de responsie wordt afgeschat, dan de matrices M en C worden berekend en vervolgens de frequentie wordt gecontroleerd.

Een relatief eenvoudige formulering voor de vloeistofbeweging wordt gegeven door de potentiaaltheorie. Deze formulering bevat geen viscositeitstermen, omdat demping als gevolg van de viscositeit van het water wordt verwaarloosd, en gaat uit van rotatievrije stroming. Demping als gevolg van uitstralende golven (oppervlaktegolven en/of compressiegolven) kan in deze formulering wel worden meegenomen, evenals toegevoegde watermassa (beide effecten zijn interactiekrachten). Stromingskrachten kunnen met deze formulering niet goed worden bepaald, omdat de potentiaaltheorie als regel de omstroming rond een constructie foutief berekent. Golfkrachten kunnen wel worden berekend, mits de constructie niet te slank is.

Er zijn ontwikkelingen gaande om voor de vloeistof in het constructie-vloeistof-interactieprobleem meer complexe formuleringen toe te passen. Op initiatief van WL is er in het rekenprogramma DIANA van TNO-Bouw een onderdeel ingebouwd, gebaseerd op de potentiaalstromingsleer, waarmee het mogelijk is om een deel van de interactiekrachten (toegevoegde massa en demping door golfuitstraling aan het wateroppervlak) te berekenen (zie WL-rapport Q525). Met dit programma kunnen eigenfrequentieberekeningen worden gemaakt, alsmede responsieberekeningen bij een gegeven belasting. De toegevoegde-watermassamatrix kan worden gextraheerd evenals de dempingsmatrix ten gevolge van golfuitstraling. Beide matrices hebben kleinere afmetingen dan de constructiematrices; de afmetingen zijn gerelateerd aan het aantal vrijheidsgraden in de interfaceknooppunten. Beide matrices zijn ook 'gevulde' matrices (dit in tegenstelling tot de eerder genoemde diagonaalmatrix), omdat een verplaatsing in één van de vrijheidsgraden via de vloeistof drukveranderingen geeft ter plaatse van de andere interfaceknooppunten. Wanneer golfuitstraling in de berekening wordt meegenomen (in DIANA is dit een optie), is zowel de toegevoegde-watermassa matrix als de golfdempingsmatrix frequentieafhankelijk. Zonder golfuitstraling is de toegevoegde-watermassamatrix in de potentiaalstromingsbenadering frequentie-onafhankelijk en de golfdempingsmatrix gelijk aan 0.

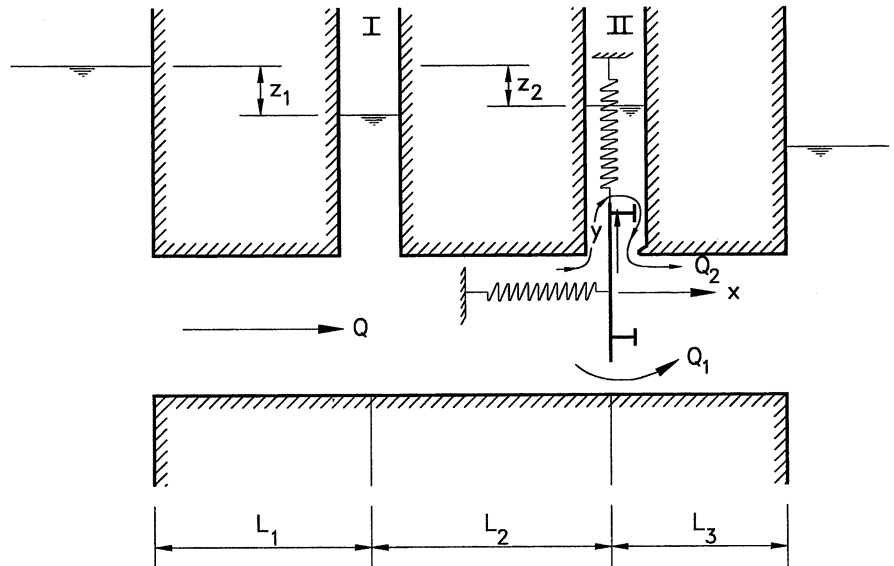
Responsieberekeningen bij niet-periodieke belasting zijn, voor zover M en C frequentieafhankelijk zijn, vooralsnog niet mogelijk. De aanpak hiervan vergt een zeer complexe benadering, waarbij voor elk contactpunt tussen water en constructie een impulsresponsfunctie zou moeten worden bepaald. Zie ook Paragraaf 3.4.2, waar deze procedure is toegepast voor een star voorwerp dat vrij beweegt in water.

3.3.6 GEKOPPELDE SYSTEMEN MET CONSTRUCTIE- EN VLOEISTOFCOMPONENTEN

De diverse rekenmethoden die gebruikt zijn in Deel A gaan uit van een harmonische beweging van de constructie, waarbij de door de vloeistof opgewekte krachten dan worden geanalyseerd in termen van toegevoegde watermassa, toegevoegde waterdemping, toegevoegde veerstijfheid en negatieve demping. Maar, net zoals het bij een meervoudig massaveersysteem mogelijk is om een vrij uitdempende trilling te berekenen, kan ook het systeem water-constructie vaak zo worden behandeld. Daarbij kan dan zelfs in het tijdsdomein worden gerekend. Ook is het mogelijk om de vrij uitdempende trillingen te bekijken die optreden na een initiële belasting.

Voor een aantal gevallen speelt de stromingstraagheid van het water een belangrijke rol, zie Deel A Paragraaf 3.5. Het meest illustratief daarvoor is het water dat door een pijp stroomt.

Net zoals bij constructies de kern van het dynamische gedrag gelegen is in het gedrag van massapunten, die versnellen ten gevolge van de uitwendige kracht en de inwendige krachten van het systeem (veren en dempers), ligt de kern van het niet-stationaire stromingsgedrag van de vloeistof in de traagheid van de stroming in de pijp. Voor een systeem van een pijp met een aantal schachten bijvoorbeeld, wordt het aantal graden van vrijheid bepaald door het aantal stukken pijp tussen de schachten onderling en tussen schacht en buitenwater.



Figuur C3.7:
Schema van een systeem met schuif (twee graden van vrijheid), schachten en verbindingstrielen.

In Figuur C3.7 is het aantal vrijheidsgraden vijf: namelijk twee (doordat de schuif zowel horizontaal als verticaal kan bewegen) plus drie (doordat er drie stukken riool zijn). Al deze vrijheidsgraden zijn min of meer aan elkaar gekoppeld, maar toch zal een dergelijk systeem in principe ook vijf 'modes' van trillen hebben met vijf resonantiefrequenties. Eén of meer van deze modes kan instabiel zijn, bijvoorbeeld door een badstoptrillingsmechanisme.

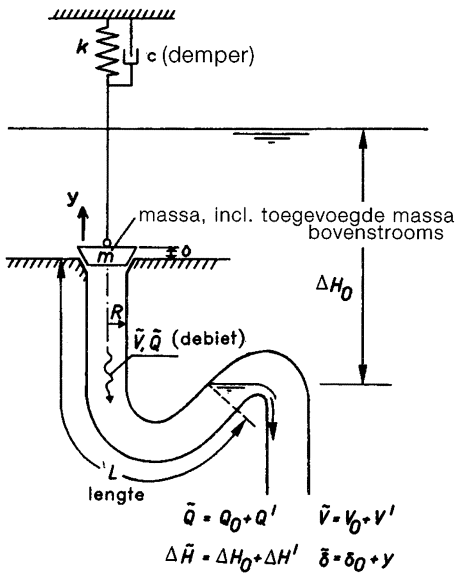
Bij de voorbeelden in de volgende paragraaf worden de vergelijkingen gepresenteerd en, in algemene termen, geanalyseerd.

3.3.7 VOORBEELDEN VAN GEKOPPELDE SYSTEMEN MET CONSTRUCTIE- EN VLOEISTOFELEMENTEN

In deze paragraaf wordt het verschijnsel 'gekoppelde systemen' besproken aan de hand van twee voorbeelden die in Deel A al aan de orde zijn gekomen: het eerste voorbeeld (a) betreft de badstoptrilling en het tweede (b) de instabiele oscillaties van de drijvende sector deuren van de stormvloedkering in de Nieuwe Waterweg (waterspiegeloscillaties ten gevolge van debietvariaties gegenereerd door een aan de waterspiegel gekoppelde schuifpositie).

a. De badstoptrilling

In Deel A, Paragraaf 4.4.2, is uitvoerig de zogenaamde badstoptrilling behandeld. Deze trilling van de badstop die aan een veer/demper hangt, dient als voorbeeld van vele andere gevallen waarin trillen wordt veroorzaakt door een terugkoppeling ten gevolge van debietvariaties doordat een schuifopening periodiek met de trilling in grootte varieert.



Figuur C3.8:
Schema en definities van de badstop.

Omdat tijdens trillen van de badstop het debiet in de afvoerpijp ook een oscillatie uitvoert, heeft het totale systeem twee graden van vrijheid. De koppeling ontstaat doordat de badstopbeweging een periodieke spleetvariatie oplevert; de hieraan gekoppelde periodieke weerstandsverandering veroorzaakt zowel een debietoscillatie als een fluctuerend verval over de badstop.

Figuur C3.8 laat nog eens het schema zien van deze berekening. De berekening zoals die in Deel A is gepresenteerd, omvat uiteindelijk de simultane oplossing van de volgende drie vergelijkingen:

- de vergelijking voor het spleetdebiet (aangevuld met de waterverplaatsing door plunjierwerking van de trillende badstop);
- de pijpvergelijking;
- de dynamische badstopvergelijking.

Er is ook een wijze van berekening mogelijk die uitgaat van een gedwongen harmonische trilling van de badstop. Daarmee vervalt de laatste vergelijking. Wordt de beweging beschreven met:

$$y = Y_0 e^{i\omega t} \quad (C3.62)$$

dan kunnen de opgewekte periodieke krachten onderscheiden worden in een in-fase- en een uit-fasekracht ten opzichte van de opgelegde beweging. Omdat, evenals dat bij de berekening in Paragraaf 4.4.2 van Deel A het geval is, de vergelijkingen worden gelineariseerd (dit kan bij een trilling met een zeer kleine amplitude), zijn de krachten evenredig met de amplitude van de beweging. De fluctuerende kracht is nu te beschrijven als:

$$F_w = \hat{F}_w e^{i\omega t} \quad (C3.63)$$

waarin:

$$\hat{F}_w = Y_0 A(\omega) + i Y_0 B(\omega) \quad (C3.64)$$

Voor de bepaling van $A(\omega)$ en $B(\omega)$ maken we gebruik van de in Deel A afgeleide vergelijkingen voor het pijpdebiet:

$$\frac{dV'}{dt} = \frac{2\mu}{R} \sqrt{2g\Delta H_0} \frac{dy}{dt} + \frac{\mu\delta_0}{R} \sqrt{\frac{2g}{\Delta H_0}} \frac{d\Delta H'}{dt} - \frac{d^2y}{dt^2} \quad (A4.14)$$

en het verval over de pijp:

$$\Delta H' = -\frac{L}{g} \frac{dV'}{dt} \quad (A4.15)$$

Tevens geldt dat het verval over de pijp een toename van de druk oplevert juist benedenstrooms van de badstop, en dat betekent een afname van het verval over de stop. De kracht die, in de richting van y , op de badstop werkt, wordt nu:

$$F_w = -\rho g \pi R^2 \Delta H' \quad (C3.65)$$

Invullen van Vergelijking C3.65 en A4.15 in A4.14 levert:

$$F_w + \frac{2\mu\delta_0 L}{R\sqrt{2g\Delta H_0}} \frac{dF_w}{dt} = 2\mu\rho L\pi R\sqrt{2g\Delta H_0} \frac{dy}{dt} - \rho L\pi R^2 \frac{d^2y}{dt^2}$$

Hierbij kunnen voor de periodieke verplaatsing van de badstop, y , en de hydrodynamische kracht, F_w , dan weer de uitdrukkingen C3.62 en C3.63 worden ingevuld. Dit levert uiteindelijk:

$$\frac{\hat{F}_w}{Y_0} = \frac{\rho L\pi R^2 \omega^2 + 4\pi\mu^2 \rho \delta_0 L^2 \omega^2}{1 + \left(\frac{2\mu\delta_0 L\omega}{R\sqrt{2g\Delta H_0}} \right)^2} + i \frac{\left(2\mu\rho L\pi R\omega\sqrt{2g\Delta H_0} - \frac{2\mu\rho\delta_0 L^2 \omega^3 \pi R}{\sqrt{2g\Delta H_0}} \right)}{1 + \left(\frac{2\mu\delta_0 L\omega}{R\sqrt{2g\Delta H_0}} \right)^2} \quad (C3.66)$$

Gezien de uitdrukking voor $A(\omega)$ en $B(\omega)$ in C3.64 zijn deze termen direct uit C3.66 af te leiden. In Kolkman (1984) is dit als volgt uitgedrukt:

$$A(\omega) = \frac{\omega^2 \rho L A_p (1 + \mu^2 \delta_0 L L_c^2 / A_p^2)}{1 + \{(\omega \mu \delta_0 L L_c) / (A_p \sqrt{2g\Delta H_0})\}^2} \quad (C3.67a)$$

en

$$B(\omega) = \omega \frac{\rho \mu L L_c \sqrt{2g\Delta H_0} \{1 - \omega^2 \delta_0 L / (2g\Delta H_0)\}}{1 + \{(\omega \mu \delta_0 L L_c) / (A_p \sqrt{2g\Delta H_0})\}^2} \quad (C3.67b)$$

Hierin is A_p het oppervlak van de pijpdoorsnede en L_c de omtrek van de pijp.

Ook uit C3.67 is af te leiden welke veerstijfheid kritiek is voor het al dan niet optreden van trillingen bij afwezigheid van een mechanische demping. Dat is als de waterdemping, en dus $B(\omega)$, juist gelijk is aan 0. Dit levert:

$$\omega^2 = \frac{2g\Delta H_0}{\delta_0 L} \quad (C3.68)$$

Nu de ω bekend is, is ook de $A(\omega)$ volledig bepaald. Dit is qua definitie een negatieve (hydrodynamische) stijfheid. Dus geldt (omdat $\omega^2 = \text{stijfheid/massa}$)

$$k = m\omega^2 + A(\omega) \quad (C3.69)$$

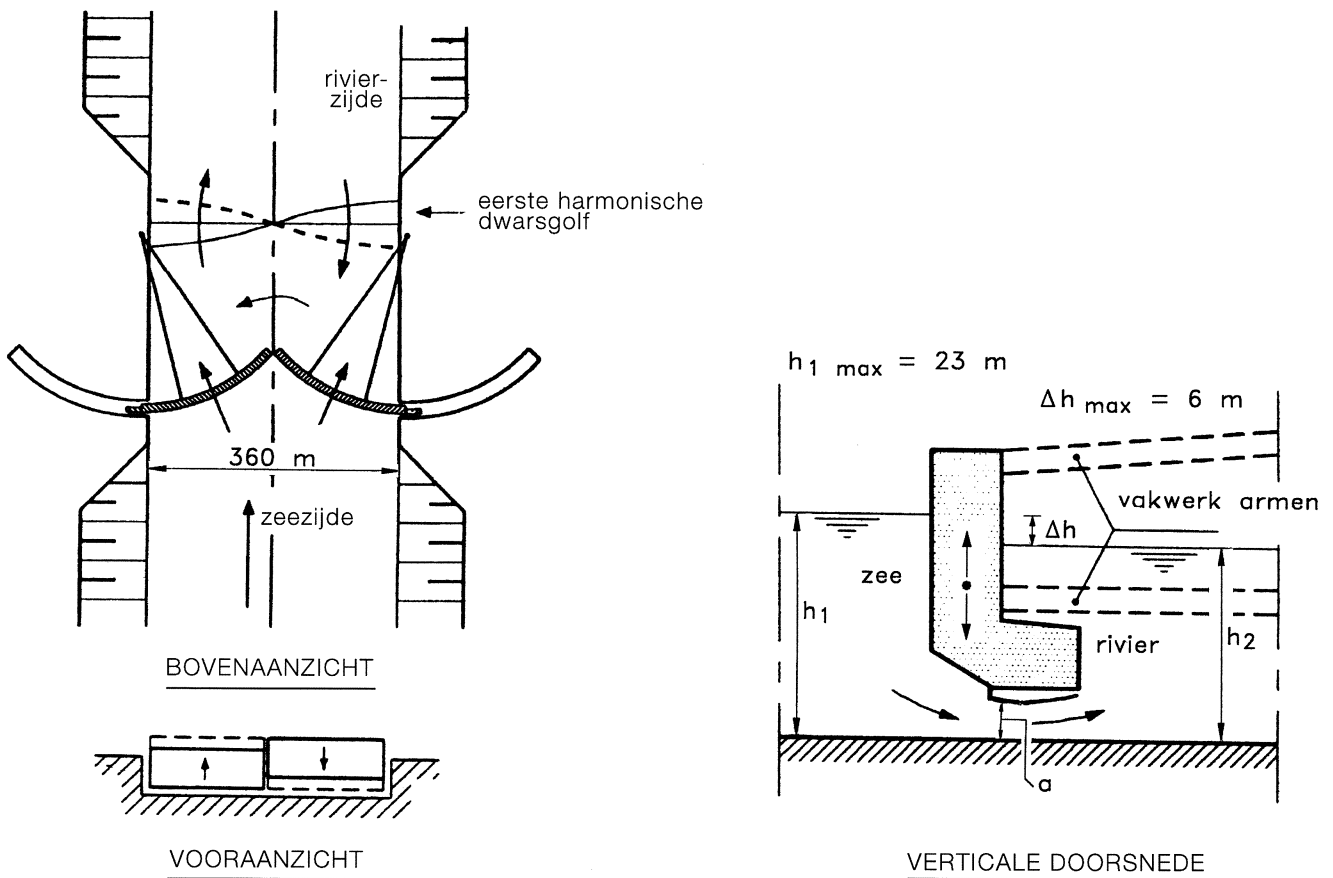
Omdat zowel de ω als $A(\omega)$ volledig bepaald is, kan ook de minimaal benodigde veerstijfheid worden vastgesteld. Het blijkt overigens dat $A(\omega)$ gelijk is aan de in Deel A gedefinieerde plotselinge negatieve hydrodynamische stijfheid (zie in Deel A, Paragraaf 4.4.2 de toelichting bij Vergelijking A4.24).

De uitkomst van C3.68 in combinatie met C3.69 komt geheel overeen met wat in deel A (Paragraaf 4.4.2 en Vergelijking A4.25) voor de stabiliteitsgrens is gevonden.

Het voordeel van de aanpak als hierboven beschreven is dat, ook als er een mechanische demping is, op directe wijze de minimaal benodigde veerstijfheid kan worden vastgesteld.

b. *Instabiele oscillaties bij drijvende sectordeuren*

Het tweede voorbeeld heeft betrekking op instabiele oscillaties van zowel het water als, daaraan gekoppeld, de drijvende sectordeuren van de stormvloedkering in de Nieuwe Waterweg; een en ander is beschreven in Deel A, Paragraaf 4.5. De complete analyse is gepresenteerd in Bakker c.s. (1991). Het verschijnsel werd aanvankelijk ontdekt tijdens een modelonderzoek (zie Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.8 in dit deel) en is later theoretisch geanalyseerd.



Figuur C3.9:

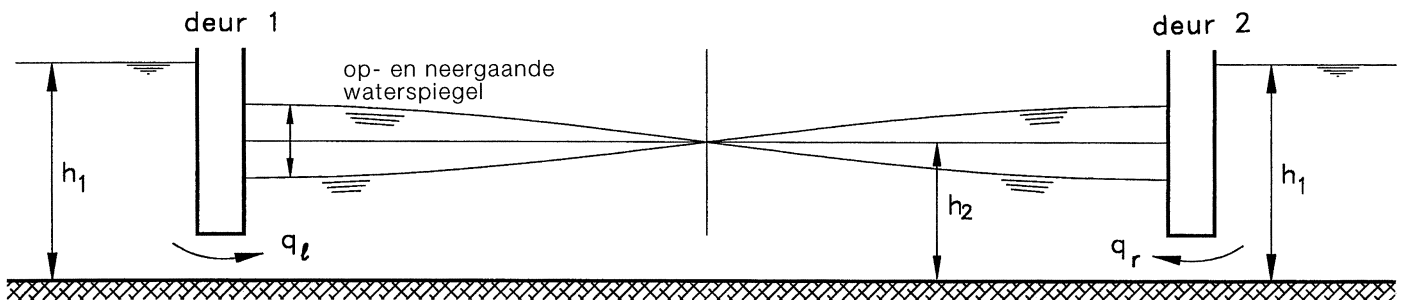
Bovenaanzicht en verticale doorsnede van de sectordeuren in de stormvloedkering in de Nieuwe Waterweg met een aanduiding van de staande golfbeweging loodrecht op de stroomrichting.

Zoals aangegeven in Figuur C3.9 ontstonden in de situatie waarbij de deuren drijvend in de rivier waren gebracht maar nog niet afgezonken waren, heftige deurbewegingen, in een periode overeenkomend (zie vooraanzicht) met de periode van de staande golf aan de benedenstroomse zijde tussen de landhoofden, dwars op de hoofdstroomrichting. De amplitude van de deurbewegingen was van dezelfde orde van grootte als de amplitude van de staande golf. Bovenstrooms van de deuren werd geen golfbeweging geconstateerd. Bij stroming in tegengestelde richting (dan ligt de benedenstroomse kant dus aan de andere zijde van de deuren) trad iets dergelijks ook op, maar dan met de periode van de tweede harmonische staande golf tussen de landhoofden. Dit wordt in het hiernavolgende niet verder behandeld.

Met het op en neer gaan van de waterspiegel bleken dus ook de deuren op en neer te gaan; steeds als de ene deur omhoog ging, ging de andere omlaag. De amplitude van de golfbeweging kon, top-dal, enkele meters bedragen (bij een verval dat

toch niet groter was dan 4,5 m), en ook de deuren gingen met ongeveer dezelfde amplitude op en neer. Later tijdens het onderzoek is het deurontwerp zodanig gewijzigd dat deze deurbewegingen en waterspiegeloscillaties bij de relevante condities konden worden voorkomen.

Bij de analyse van het verschijnsel is het uitgangspunt geweest dat de golven dwars op de hoofdstroom samen zouden kunnen hangen met de debietkarakteristiek van de deuren, en dat het debiet, doordat de deuren min of meer op het benedenwater dreven, gekoppeld was aan het op- en neergaan van de waterspiegel. Daarom is in eerste instantie aan een schematisatie gedacht als aangegeven in Figuur C3.10.

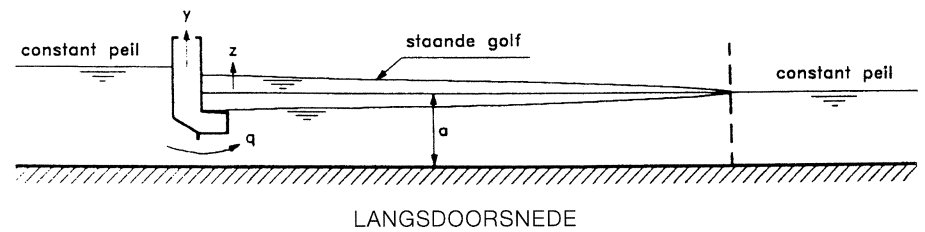


Figuur C3.10:

Schema van de staande golf in een gebied dat aan beide zijden door een deur is begrensd (de debieten q_l en q_r hebben alleen betrekking op het deel van het debiet dat met de tijd varieert).

Op grond van symmetrieoverwegingen kan het schema van Figuur C3.10 weer geschematiseerd worden tot dat van Figuur C3.11. Dit betreft dan een staande golf met aan één zijde een begrenzing door een constante waterspiegel.

Verondersteld wordt dat het debiet per m', q , gekoppeld is aan de benedenstroomse waterspiegelvariatie ter plaatse van de deur. De situatie is zo sterk geschematiseerd dat er een ééndimensionale berekening zou kunnen worden toegepast.



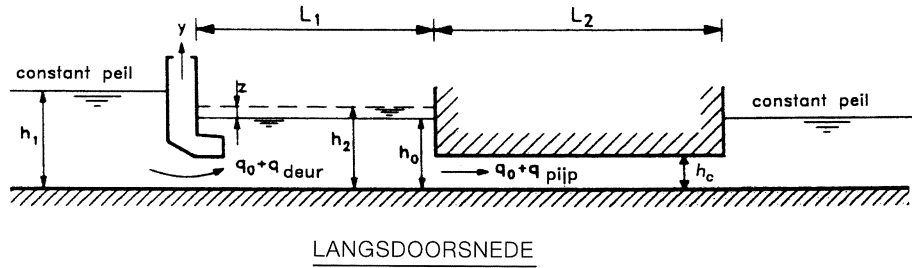
Figuur C3.11:

Schematische weergave van de staande golf veroorzaakt door een fluctuerend debiet.

In de schematisatie is er vanuit gegaan dat alle debietvariatie daar plaatsvindt waar de staande golf terugkaatst (dus in de hoeken tussen landhoofd en deur), en dat de golven niet wegstralen naar en geen energie kwijtraken aan de rivier.

Inderdaad was in het schaalmodel verder op de rivier de staande golf nauwelijks merkbaar.

Omdat alleen de laagste golfperiode wordt bekeken (waarvan de periode vastligt), is besloten een nog sterkere schematisatie toe te passen, waarbij het water maar één enkele oscillatieperiode kent. Alle stromingstraagheid van de staande golf wordt geconcentreerd gedacht in één (pijp)element en de berging in één (bekken)element. Deze schematisatie is toegepast om het mogelijk te maken tot een analytische oplossing te komen. Later is de kwalitatieve uitkomst geverifieerd met een meer complete golfbeschouwing.



Figuur C3.12:
Schematisatie met een bekken-pijpsysteem.

Het uiteindelijke schema omvat nu dus één vat met lengte L_1 dat via een riool (lengte L_2) met de rivier is verbonden (Figuur C3.12). Het riool voert het constante deel van het debiet, q_0 , af en daarbovenop een periodiek variërend debiet, q_{pijp} . In het vat wordt verondersteld dat de waterspiegel op en neer kan gaan, maar hierbij wel horizontaal blijft. Het debiet onder de deur bestaat uit een constant deel, q_0 , en een variërend deel, q_{deur} . De waterspiegel bovenstrooms van de deur en die benedenstrooms van het riool worden beide constant verondersteld.

De koppeling van het debiet met de benedenwaterstand komt als volgt in de vergelijking:

$$q = C_a a \sqrt{2g(h_1 - h_2)} = q_0 + q_{\text{deur}} \quad (\text{C3.70})$$

Hierin is a de spleethoogte onder de deur en C_a de afvoercoëfficiënt.

Nemen we nu aan dat de deuropening in zekere mate gekoppeld is aan de variatie van de benedenwaterstand, z , dan kan voor het debiet geschreven worden:

$$dq = \frac{\partial q}{\partial h_2} dh_2 + \frac{\partial q}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial h_2} dh_2 + \frac{\partial q}{\partial C_a} \frac{\partial C_a}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial h_2} dh_2 \quad (\text{C3.71})$$

Veronderstellen we nu dat C_a slechts weinig met de deuropening varieert

(ofwel $\frac{\partial C_a}{\partial a} = 0$), dan zijn C3.70 en C3.71 te combineren tot:

$$dq = -\frac{1}{2} C_a a \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{h_1 - h_2}} dh_2 + C_a \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \frac{\partial a}{\partial h_2} dh_2 \quad (\text{C3.72})$$

De relatie tussen het debiet en de benedenwaterstand is nu sterk vereenvoudigd en kan beschreven worden met:

$$dq = \alpha dh_2, \quad \alpha = \frac{1}{2} C_a a \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{h_1 - h_2}} + C_a \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \frac{\partial a}{\partial h_2} \quad (\text{C3.73})$$

In termen van q_{deur} en z wordt dit, met $dq = q_{\text{deur}}$ en $dh_2 = z$:

$$q_{\text{deur}} = \alpha z \quad (\text{C3.74})$$

Uit C3.72 tezamen met C3.73 kan worden geconcludeerd dat de factor α , die een maat is voor de koppeling van debiet en benedenwaterstand, zowel positief als negatief kan worden, afhankelijk van het verval en van de mate waarin de deur-

beweging gekoppeld is aan het benedenwater. Later is, tijdens het onderzoek naar het instabiele deurgedrag, deze α -factor een belangrijk punt van onderzoek geweest. α is sterk door de vorm van de deurdoorsnede te beïnvloeden. Bij het onderzoek werd onder meer een star sectiemodel van de deur gebruikt waarin de oprijvende kracht en het debiet onder de deur werden bepaald als functie van beide waterstanden (zie WL-rapp. Q1271 en 1278). Bij verandering van de benedenwaterstand moet dan eerst de positie van de drijvende deur worden berekend.

Om de waterbeweging in het bekken te kunnen berekenen moeten naast Vergelijking C3.74 ook de vergelijkingen voor het pijpdebiet en de berging van het bekken worden meegenomen.

Het pijpdebiet

Uitgegaan wordt van een pijp zonder wrijving, wetend dat wrijving altijd een dempend effect zal hebben op de waterspiegeloscillaties. De bewegingsvergelijking luidt:

$$\rho L_2 \left(\frac{dV}{dt} \right)_{pijp} = \rho g z \quad (C3.75)$$

Wordt nu de rioolhoogte, h_c , in rekening, gebracht dan is dit ook de relatie voor het pijpdebiet.

De waterspiegeloscillatie in het bekken

$$\frac{dz}{dt} L_1 = - q_{pijp} = - V_{pijp} h_c \quad (C3.76)$$

Indien er geen debiet onder de deur door zou zijn, geven de Vergelijkingen 3.75 en 3.76 de basisvergelijking van het vat-pijpsysteem:

$$\frac{L_1}{h_c} \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{g}{L_2} z = 0 \quad (C3.77)$$

Deze vergelijking in z is identiek aan wat in Paragraaf 3.3.1 in geval van het massaveersysteem voor y was geformuleerd.

De eigenfrequentie is nu direct te bepalen:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{h_c g}{L_1 L_2}} \quad (C3.78)$$

Bij de vertaling van de schematisatie volgens Figuur C3.11 naar die volgens Figuur C3.12 is getracht om de periode gelijk te houden alsmede de berging van water bij gelijke z -waarde. De rioolhoogte is gelijk gekozen aan de waterdiepte, a , in Figuur C3.11. Dit alles resulteerde in een lengte $L_1 = L_2 = 130$ m (te bezien in relatie tot de afstand tussen de landhoofden van 360 m en de lengte van 400 m die uit de in het model gemeten staande-golfperiode was berekend).

De vergelijking voor het bekken is nu ook op te stellen inclusief het deurdebiet, gebruik makend van Vergelijking C3.74. Dit resulteert in:

$$\frac{L_1}{h_c} \frac{d^2 z}{dt^2} - \frac{\alpha}{h_c} \frac{dz}{dt} + \frac{g}{L_2} z = 0 \quad (C3.79)$$

Ook dit is een vergelijking die geheel analoog is aan wat voor een gedempt massaveersysteem is gevonden (vgl. C3.33). Het blijkt dat een positieve α aanleiding geeft tot een negatieve demping. Dat betekent dat het systeem in dat geval instabiel is en de oscillatieamplitude na een initiële opwekking exponentieel zal toenemen.

3.4 BEREKENING IN HET TIJDSDOMEIN MET INDIRECTE METHODEN

3.4.1 MODAL ANALYSIS EN IMPULSRESPONSMETHODE VOOR HET GEVAL TOEGEVOEGDE MASSA EN DEMPING FREQUENTIEONAFHANKELIJK ZIJN

In geval van een willekeurig met de tijd verlopende belasting kan voor een lineair mechanisch systeem de responsie berekend worden als bekend is wat de responsie is op een kortdurende impuls met waarde I .

Als illustratie dient het enkelvoudige massaveersysteem. Bij een enkelvoudig massaveersysteem leidt de impuls I tot het onmiddellijk ontstaan van een snelheid van de massa $V=I/m$, terwijl er op het moment dat de impuls aangrijpt ($t=0$) nog geen sprake is van een verplaatsing. Uit Vergelijking C3.39 blijkt dat de trilling bestaat uit een functie met decrement $-\gamma\omega_n t$ maal een periodieke functie met hoekfrequentie $\omega_n\sqrt{1-\gamma^2}$.

Na een kortdurende impuls I is de vrije trilling te schrijven als:

$$y = \frac{I}{m\omega_n\sqrt{1-\gamma^2}} e^{-\gamma\omega_n t} \sin\omega_n\sqrt{1-\gamma^2}t \quad (\text{C3.80})$$

Dit is formeel af te leiden uit C3.39 in combinatie met de begincondities C3.40 en C3.41, waarbij Y_a en Y_b complexe grootheden zijn; het is ook direct in te zien dat Vergelijking C3.80 aan de gestelde voorwaarden op $t=0$ voldoet.

Bezien we nu de situatie op een tijdstip t , waarbij de impuls aangrijpt op een tijdstip $t-\tau$, met $\tau>0$. De trilling is dan opgebouwd uit wat door de impuls op tijdstip $(t-\tau)$ is veroorzaakt, waarbij rekening moet worden gehouden met het feit dat dit inmiddels een tijd τ geleden plaats vond, zodat er daarna een vrije trilling is ontstaan. Rekening moet worden gehouden met alle impulsjes die in het verleden hebben plaatsgevonden; τ varieert van 0 tot ∞ , of, als de belasting begint bij $t=0$, van 0 tot t .

Aangezien de impuls gelijk is aan de momentane belasting maal de tijdsduur dt wordt de totale responsie:

$$y(t) = \int_0^t \frac{F(t-\tau)}{m\omega_n\sqrt{1-\gamma^2}} e^{-\gamma\omega_n\tau} \sin(\omega_n\sqrt{1-\gamma^2}\tau) d\tau \quad (\text{C3.81})$$

Deze uitdrukking staat bekend als convolutie-integraal. Er bestaan rekenprogramma's waarmee, gegeven de responsie op de eenheidsimpuls (dus met $I=1$), de integraal voor een willekeurige belastingsfunctie kan worden berekend.

Voor een lineair tijdsafhankelijk systeem is ook in formele zin de uitdrukking voor de convolutie-integraal af te leiden.

In Paragraaf 3.3.4 en 3.3.5 is reeds uiteengezet hoe Modal Analysis kan worden toegepast op twee- en meervoudige massaveersystemen en op een continu elastische constructie. De eigenbelastingen zijn te bepalen via ontbinding van de werkelijk optredende belasting. Het is nu zonder meer mogelijk een willekeurige, kortdurende impulsbelasting te ontbinden in impulseigenbelastingen. Voor elk van de eigenbelastingen is de responsie op een eenheidsimpuls bekend. Vanuit de gevonden oplossing is het dan weer mogelijk om ook voor een willekeurig met de tijd verlopende belasting de responsie te berekenen.

Bij het tweevoudige massaveersysteem werd gevonden dat bij gebruik van matrixnotatie in de massamatrix alleen termen in de diagonaal voorkomen (C3.48). In geval van water zijn de toegevoegde-massatermen gekoppeld; een versnelling van één massa in een zekere richting geeft krachten evenredig met deze versnelling op alle massa's en in alle richtingen. Dit geldt ook voor de toegevoegde demping en veerstijfheid. Hierdoor blijft de methode van oplossen van de eigenfrequentie, trillingsvormen en eigenbelastingen gelijk.

De eigenbelasting geeft dezelfde trillingsvorm, ongeacht bij welke frequentie deze aangrijpt. Dit geldt echter alleen als de massamatrix niet verandert met de frequentie. De methode van de Modal Analysis is dus alleen effectief te gebruiken als de matrices voor de toegevoegde grootheden frequentieonafhankelijk zijn.

Voor elk van deze eigenbelastingen is de responsie van het systeem (die dus hiervoor qua vervorming overeenkomt met de bijbehorende eigentrillingsvorm) in het frequentiedomein volledig vergelijkbaar met het responsiegedrag van een enkelvoudig massaveersysteem. Als de statische uitbuiging en de eigenfrequentie bekend zijn, geeft de versterkingsfactor, A , de werkelijke vervorming ten opzichte van de statische vervorming. Zie voor de versterkingsfactor Deel A, Figuur A2.2. Wel moeten voor elke eigenbelasting de bijbehorende vervorming, eigenfrequentie en versterking worden gebruikt.

3.4.2 DE IMPULSRESPONSFUNCTIE VOOR HET GEVAL TOEGEVOEGDE MASSA EN DEMPING FREQUENTIE-AFHANKELIJK ZIJN

In het geval van schepen die tegen verende constructies botsen is een aanpak ontwikkeld waarbij, ondanks het feit dat de toegevoegde watermassa en waterdemping frequentieafhankelijk zijn, een impulsresponsmethode wordt toegepast. Is de responsie van het schip op een impulsbelasting bekend, dan kan weer in het tijdsdomein worden gerekend.

Voordat de responsie op een impulsbelasting kan worden vastgesteld, moet eerst worden nagegaan welke de krachten zijn die door het water op een schip worden uitgeoefend als dit in een periodieke oscillatie wordt gedwongen. Daarbij wordt er rekening mee gehouden dat een schip, horizontaal gezien, drie graden van vrijheid heeft, en dat elke bewegingsrichting aanleiding kan geven tot krachten of momenten behorend bij de andere vrijheidsgraden. Deze krachten (de zogenaamde overdrachtsfuncties) moeten voor het hele frequentiegebied worden bepaald. Waar rekenmethoden of beproevingsmogelijkheden tekortschieten, moeten schattingen worden gemaakt. Onderscheid wordt gemaakt tussen krachten die tijdens de oscillaties in fase zijn met de versnelling (de toegevoegde-massakrachten) en krachten die in fase zijn met de oscillatiesnelheid (de dempingskrachten). De toegevoegde watermassa en demping worden de hydrodynamische coëfficiënten genoemd.

Hoewel de methode met de impulsresponsfunctie alleen op de situatie schip/remmingwerk is toegepast, wordt zij hier toch in het kort besproken omdat zij interessant is voor het begrip van de problematiek. De methode kan ook worden uitgebreid tot een systeem met meer graden van vrijheid (Fontijn, 1978 en 1988).

Wij beperken ons in het volgende tot een schip met één graad van vrijheid: horizontaal en in dwarsrichting.

De impulsresponsfunctie moet aan een paar voorwaarden voldoen.

- Als de impulsresponsfunctie bekend zou zijn, moet hiermede kunnen worden berekend hoe de relatie is tussen kracht en beweging bij een periodieke belasting. De responsie moet precies dezelfde relatie tussen kracht en beweging geven die ook bij het gedwongen oscilleren is gevonden. Dit gegeven wordt gebruikt bij de afleiding van de impulsresponsfunctie. De moeilijkheid bij het uitwerken ligt hierin dat van de overdrachtsfunctie soms alleen empirische gegevens ter beschikking staan of dat van de theoretische gegevens bekend is dat deze alleen geldig zijn in een deel van het frequentiegebied.
- Hoewel de hydrodynamische coëfficiënten over het hele frequentiegebied bekend worden verondersteld, moet ook bij frequentie=0 aan bepaalde voorwaarden worden voldaan. Dit levert in de behandeling een singulier punt op (alleen als het scheepsbewegingen in het horizontale vlak betreft).

Aan Fontijn (1978) ontlene we de resultaten die verkregen zijn ten behoeve van een schip dat in dwarsrichting (waarschijnlijk opgeduwd door sleepboten) aan komt varen en dan tegen een verend remmingwerk botst. De botsing zelf wordt hier niet behandeld, alleen de bepaling van de impulsresponsfunctie.

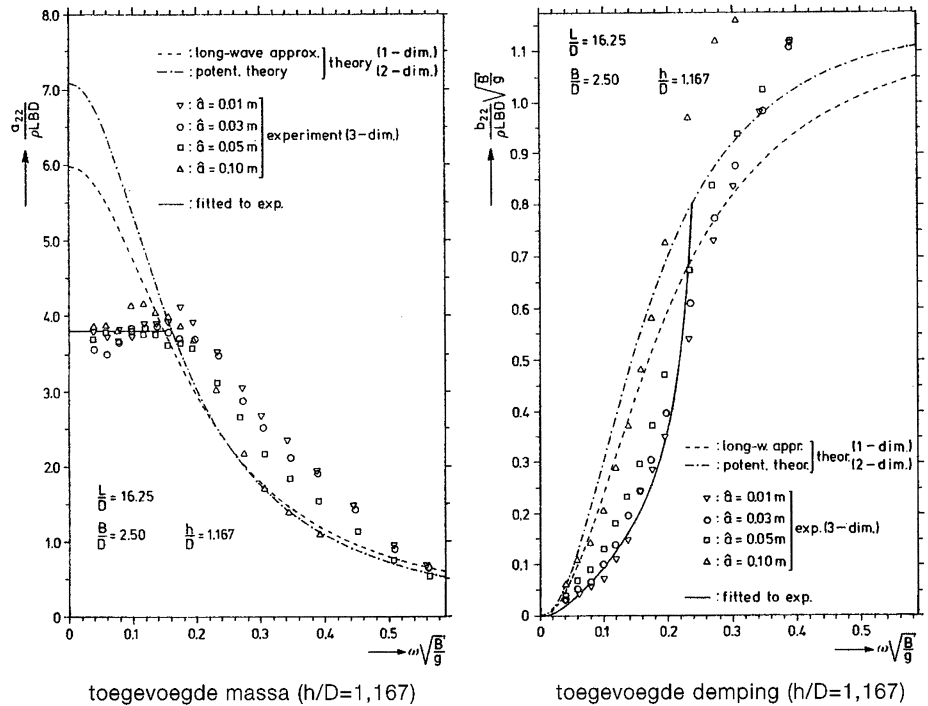
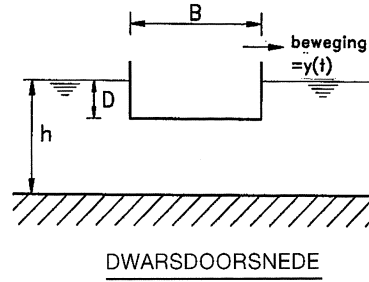
Als voorbeeld beperken we ons tot één van de resultaten.

Figuur C3.13 toont gegevens die bepaald zijn in het frequentiedomein. Deze zijn verkregen uit schaalproeven waarbij het schip in verschillende bewegingsrichtingen (in het horizontale vlak) in een oscillerende beweging is gebracht en uit berekeningen.

Bij puur harmonisch oscilleren van het schip in dwarsrichting zijn de door het water opgewekte krachten op het schip gesplitst in krachten die in fase zijn met de beweging en krachten die uit fase zijn. Door de in-fasekracht te delen door de (momentane) versnelling van het schip en vervolgens de eigen massa van het schip op het resultaat in mindering te brengen, wordt de toegevoegde massa verkregen, die een functie blijkt te zijn van de hoekfrequentie ω . Deze is in de linkerfiguur (dimensieloos) uitgezet als $a(\omega)$. Om deze toegevoegde massa dimensieloos te maken is gedeeld door de massa van het schip zelf. De toegevoegde of hydrodynamische demping wordt verkregen door de uit-fasekracht te delen door de snelheid van oscilleren. Deze demping wordt aangeduid met $b(\omega)$.

De gegevens van Figuur C3.13 zijn op verschillende wijzen verkregen:

- a. Door in een schaalmodel proeven te doen (zie de meetpunten).
- b. Door de lange-golftheorie toe te passen (deze aanpak is alleen geldig in het laag-frequente gebied en voor het geval dat de waterdiepte niet veel groter is dan de scheepsdiepgang).
- c. Door toepassen van de potentiaaltheorie als genoemd in Paragraaf 3.2.2. In Fontijn (1975) worden resultaten gegeven voor het volledige frequentiedomein.
- d. Via aanpassing van de resultaten uit c, door in een bepaald frequentiegebied een lijn door de meetpunten te trekken.



Figuur C3.13: Toegevoegde watermassa en demping bij een gedwongen scheepsoscillatie in dwarsrichting, Fontijn (1978).

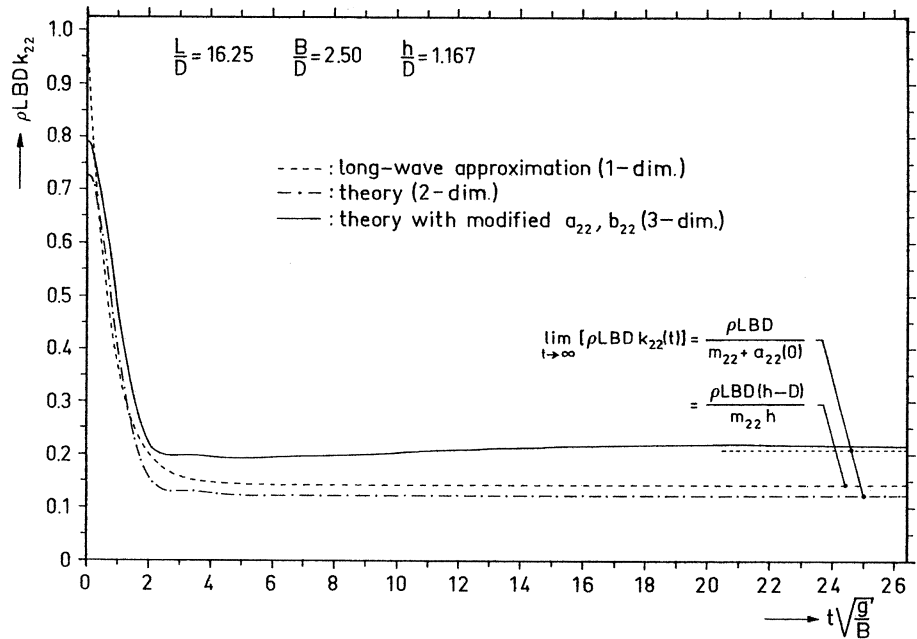
Voor het onderhavige geval (i.e. uitsluitend een ongekoppelde horizontale beweging in de verzetrichting) wordt de impulsresponsfunctie gedefinieerd als de snelheid die het schip krijgt na een eenheidsimpuls; dit is een functie van de tijd, want afgezien van dempingsinvloed krijgt het schip een eindsnelheid.

De volgende betrekking is afgeleid (Fontein, 1978):

$$k(t) = \frac{1}{(m+a(0))} + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{b(\omega) \cos(\omega t)}{\{m + a(\omega)\}^2 \omega^2 + b^2(\omega)} d\omega \quad (C3.82)$$

Herkenbaar is dat, als de watertermen er niet zouden zijn, de eenheidsimpuls juist een snelheid veroorzaakt die gelijk is aan de impuls gedeeld door de massa. De term $a(0)$ heeft betrekking op de toegevoegde watermassa bij $\omega = 0$. Een dergelijke massa is ook terug te vinden in Deel A Figuur A3.1.

In Figuur C3.14 zijn de impulsresponsies gegeven die behoren bij de diverse benaderingen.



Figuur C3.14:
De impulsresponsfunctie van een schip in geval
van zuiver verzetten, Fontijn (1978).

Het blijkt mogelijk te zijn om met toepassing van de lange-golftheorie een redelijk beeld te verkrijgen van de toegevoegde watermassa en demping.

In Paragraaf 3.5.3 wordt aangegeven dat het met de lange-golftheorie ook mogelijk is direct in het tijdsdomein te rekenen. Bij toepassing van de lange-golftheorie moet evenwel eerst worden gecontroleerd of het frequentiegebied waarin de toepassing ligt overeenkomt met de lage frequenties volgens de theorie.

Er is nog een andere benadering mogelijk om in de tijd te rekenen. Deze methode is enigszins vergelijkbaar met de impulsresponsmethode, maar gaat uit van de krachtvergelijkingen, waarbij de 'waterkrachten' zijn ontstaan doordat op een tijdstip τ geleden het schip een bepaalde versnelling en snelheid had. In Appendix I van dit deel wordt de afleiding van de hierbij behorende geheugenfuncties gegeven. De overige krachten in het systeem zijn de krachten van de klassieke mechanica-vergelijkingen, waarin de massa van schip en remmingwerk voorkomen, alsmede de stijfheid van het remmingwerk.

3.5 BEREKENINGEN IN HET TIJDSDOMEIN MET DE DIRECTE METHODE

3.5.1 ALGEMEEN

Berekeningen in het tijdsdomein bieden de volgende voordelen.

- Ze maken het mogelijk om de responsie van een constructie direct te bepalen, waarbij de basisvergelijkingen nauwelijks bewerkt behoeven te worden.
- Niet-periodieke belasting en kortdurende belasting geven geen extra complicaties.
- De gebruikte vergelijkingen bij rekenen in het tijdsdomein zijn eenvoudig te wijzigen en niet-lineaire termen kunnen volledig worden meegenomen.

Er zijn echter ook nadelen.

- Toegevoegde watermassa en waterdemping zijn in principe alleen bekend in het frequentiedomein en moeten dus nog worden omgewerkt naar het tijdsdomein. Dit kan bewerkelijk zijn en vergt gespecialiseerde kennis. In het hoogfrequente gebied verdwijnt de frequentieafhankelijkheid en is direct rekenen in het tijdsdomein mogelijk.
- Bij trillingen moet gerekend worden met kleine tijdstapjes, terwijl de berekening over vele trillingsperioden moet plaatsvinden voordat een evenwichtstrilling wordt bereikt.
- Er zijn vele berekeningen nodig om verbanden tussen grootheden vast te stellen.

Berekeningen in het tijdsdomein zijn nog weinig gedaan en er is nog weinig over gepubliceerd.

In de volgende paragraaf wordt alleen het enkelvoudige massaveersysteem behandeld. Meervoudige systemen kunnen op precies dezelfde wijze worden aangepakt, zoals ook blijkt uit Paragraaf 3.5.3, waar gekoppelde constructievloeistofsystemen worden behandeld.

De kern van de dynamicavergelijkingen bij constructies is steeds de versnelling van de massa's door krachten van buiten (externe belasting) en krachten van binnen het systeem (veer- en dempingskrachten). Bij aanwezigheid van vloeistof is ook de traagheid van de vloeistof van belang; de versnelling van de stroming is gekoppeld aan een drukgradiënt of, bij (pijp)stroming, aan een verval. Zoals reeds vermeld in Paragraaf 3.3.6 is bij een gekoppeld vloeistof-constructiesysteem het aantal graden van vrijheid gelijk aan de som van het aantal vrijheidsgraden van de constructie en het aantal riooldelen waarin het debiet onafhankelijk van andere debieten kan variëren.

3.5.2 RESPONSIE VAN EEN ENKELVOUDIG MASSAVEER-SYSTEEM OP EEN UITWENDIGE BELASTING

De basisvergelijking voor het enkelvoudige massaveersysteem is (zie ook Paragraaf 3.3.1):

$$m \frac{d^2y}{dt^2} + c \frac{dy}{dt} + ky = F(t) \quad (C3.83)$$

waarin m =massa, c =dempingscoëfficiënt, k =veerstijfheid, $F(t)$ =uitwendige kracht variërend met de tijd.

Deze vergelijking moet nu in het tijdsdomein worden opgelost. De begincondities moeten dan bekend zijn: t_0 , y_0 en $(dy/dt)_0$.

Van belang is hoe bij elke tijdstap Δt de beginwaarden t_1 , y_1 en $(dy/dt)_1$ overgaan in t_2 , y_2 en $(dy/dt)_2$. Daartoe wordt de hulpgrrootheid z ingevoerd:

$$z = \frac{dy}{dt} \quad (C3.84)$$

Nu is Vergelijking C3.83 te herschrijven als:

$$m \frac{dz}{dt} + cz + ky = F(t) \quad (C3.85)$$

Hiermee is Vergelijking C3.83, die van de tweede orde is, omgezet naar twee gekoppelde Vergelijkingen, C3.84 en C3.85, van de eerste orde.

Via de eerste afgeleide op een (willekeurig) tijdstip t_1 is te berekenen hoe de (nieuwe) waarden op tijdstip t_2 (een tijdstap Δt later) worden.

$$t_2 = t_1 + \Delta t \quad (\text{C3.86})$$

$$z_2 = z_1 + \left(\frac{dz}{dt} \right)_1 \Delta t \quad (\text{C3.87})$$

$$y_2 = y_1 + z_1 \Delta t \quad (\text{C3.88})$$

Voorafgaand aan de uitwerking van C3.86 t/m C3.88 moet nog een voorbewerking worden gedaan, en dat is de introductie van de 'kernvergelijking' voor het dynamisch gedrag:

$$\left(\frac{dz}{dt} \right)_1 = \frac{F(t_1) - cz_1 - ky_1}{m} \quad (\text{C3.89})$$

Nu kunnen voor elke tijdstap steeds de Vergelijkingen C3.89 en C3.86 t/m C3.88 (in deze volgorde) na elkaar worden afgewerkt. Aan het einde van elke handeling wordt steeds 'de klok verzet' en worden de verkregen eindwaarden de beginwaarde van de volgende berekening:

$$\begin{aligned} t_1 &= t_2 \\ (\text{d.w.z. de nieuwe } t_1 \text{ wordt gelijkgesteld aan de oude } t_2) & \quad (\text{C3.90}) \\ y_1 &= y_2 \\ z_1 &= z_2 \end{aligned}$$

Het grote voordeel van het rekenen in het tijdsdomein is dat zeer eenvoudig een niet-lineaire demping of veerstijfheid ingevoerd kan worden. Alleen Vergelijking C3.89 verandert dan. Het is ook mogelijk om in te voeren dat de belasting een functie is van y of dy/dt .

Er is onderzoek gedaan naar de invloed van de grootte van de tijdstap op de rekenresultaten in geval van een enkelvoudig massaveersysteem, met als conclusie dat bij een te grote tijdstap de numerieke fout resulteert in een zekere opslinging van de trilling. Die opslinging kan bij een enkelvoudig massaveersysteem gecompenseerd worden door naast de reeds aanwezige demping een extra demping in te voeren.

Uit een dimensiebeschouwing is af te leiden dat de numerieke fout tot uiting komt in een fout in het logaritmische decrement, ofwel de relatieve demping γ , die in Paragraaf 3.3.1, onder Vergelijking C3.30, gedefinieerd is als:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{c\omega_n}{2k} \\ \text{of:} & \\ \gamma &= \frac{c}{2m\omega_n} \quad (\text{C391}) \\ \text{of:} & \\ \gamma &= \frac{c}{2\sqrt{km}} \end{aligned}$$

Deze γ -waarde is een eenduidige functie van de relatieve tijdstap (i.e. de tijdstap dimensieloos gemaakt via deling door de resonantieperiode, T). Door gebruik te maken van de relatie $T = 2\pi/\omega_n$ (waarbij de resonantie-hoekfrequentie ω_n volgt uit Vergelijking C3.27) en de γ -waarde weer terug te rekenen naar een correctiefactor op de dempingswaarde c wordt gevonden:

$$\gamma_{corr.} = \frac{c_{corr.}}{2\sqrt{km}} = f\left(\frac{\Delta t}{2\pi\sqrt{m/k}}\right) \quad (C3.92)$$

Nu is bij de vergelijking van rekenuitkomsten met analytisch bekende oplossingen systematisch gevonden dat $c_{corr.}$ en Δt lineair evenredig met elkaar zijn.

Dus:

$$\frac{c_{corr.}}{\sqrt{km}} = \xi \frac{\Delta t}{\sqrt{m/k}} \quad (C3.93)$$

met ξ = evenredigheidsconstante.

Hieruit volgt direct:

$$c_{corr.} = \xi k \Delta t \quad (C3.94)$$

Het blijkt uit de hiervoor genoemde vergelijking van rekenresultaten met analytische oplossingen dat de evenredigheidsconstante ξ gelijk is aan 1. Dus:

$$c_{corr.} = k \Delta t \quad (C3.95)$$

Hiermee is het bijvoorbeeld mogelijk om slechts tijdstapjes van 0,03 maal de resonantietijd toe te passen waar dit anders tijdstapjes van 0,001 maal de resonantietijd zouden zijn geweest. Dit geeft een grote tijdsbesparing.

Het is uiteraard ook mogelijk direct een verfijning in de rekenmethode aan te brengen. Een vierde-orde Runga-Kuttamethode werkt zeer goed, ook bij meervoudige massaveersystemen.

De Relatie C3.95, die de correctie op de dempingscoëfficiënt geeft, is niet getest voor een systeem met meerdere graden van vrijheid.

Bij berekeningen van de badstoptrilling in het tijdsdomein (voor figuur en notaties zie Deel A, Figuur A4.8) is gebleken dat $c_{corr.}$ niet constant is en zelfs afhangt van de spleetgrootte van de badstop; dit heeft te maken met het feit dat ook het water een toegevoegde waterstijfheid geeft.

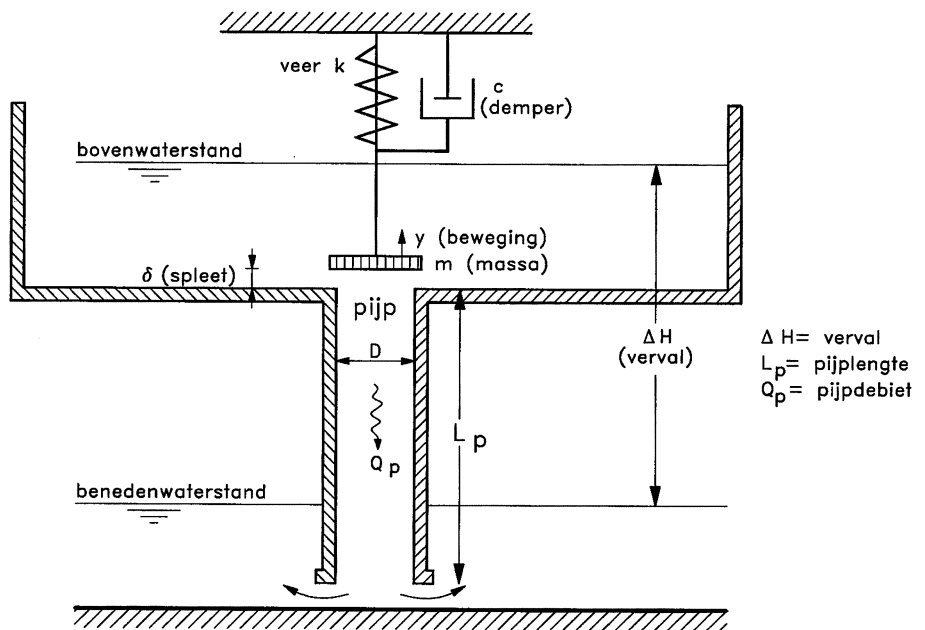
3.5.3 GEKOPPELDE SYSTEMEN MET CONSTRUCTIE- EN VLOEISTOFELEMENTEN

In deze paragraaf worden vier voorbeelden gegeven van situaties waar water en constructie één samengesteld systeem vormen.

- a: De trillingen van de badstop.
- b: De instabiele oscillaties van drijvende sectordeuren.
- c: De instabiliteit in geval van drijvende kleppen bij golfbelasting.
- d: Schip dwars afmerend tegen een fenderconstructie.

a. Trillingen van de badstop

In Deel A, Paragraaf 4.4.2 is de badstoptrilling geanalyseerd, terwijl in Paragraaf 3.3.7 van dit deel nog eens is ingegaan op de vergelijkingen, waarbij de constructieve en hydraulische elementen als één enkel systeem zijn beschreven. Deze zelfde beschouwing wordt hier nog eens herhaald wat betreft het rekenen in het tijdsdomein. De vergelijkingen worden nu echter iets anders opgeschreven; duidelijkshalve wordt in Figuur C3.15 ook het schema van de badstop nog eens gepresenteerd.



Figuur C3.15: Vereenvoudigde schematisatie van de badstop.

De twee grootheden die variëren met de tijd zijn het pijpdebiet, Q_p , en de verplaatsing van de badstop, y . Omdat de laatste grootheid bepaald wordt door de krachten die op de badstop werken, wordt in eerste instantie alleen de versnelling van de badstop gevonden (dus $d^2y/dt^2 = F/m$). Deze tweede-ordevergelijking wordt weer omgezet in twee eerste-ordevergelijkingen door invoering van:

$$z = \frac{dy}{dt} \tag{C3.96}$$

De vergelijkingen voor de met de tijd variërende grootheden worden nu met:

$$t_2 = t_1 + \Delta t \tag{C3.97}$$

als volgt:

$$z_2 = z_1 + (dz/dt)\Delta t \quad (C3.98)$$

$$y_2 = y_1 + z_1\Delta t \quad (C3.99)$$

$$8Q_{p2} = Q_{p1} + (dQ_p/dt)\Delta t \quad (C3.100)$$

Voordat deze berekeningen gedaan kunnen worden, moeten echter de grootheden dz/dt en dQ_p/dt nog worden bepaald.

Eerst worden een paar hulpgrootheden berekend:

$$Q_{spleet} = Q_p + A_p(dy/dt) \quad (C3.101)$$

(A_p = oppervlak pijpdoorsnede),

$$V_{spleet} = \frac{Q_{spleet}}{\mu(\delta+y)O} \quad (C3.102)$$

(O = spleetomtrek, δ = initiële spleetgrootte, μ = afvoercoëfficiënt),

$$V_{pijp} = \frac{Q_p}{A_p} \quad (C3.103)$$

$$\Delta H_{spleet} = \frac{V_{spleet}^2}{2g} \quad (C3.104)$$

De kracht die, in y-richting, op de badstop werkt, is:

$$F = -\rho g \Delta H_{spleet} \cdot A_{stop} \quad (C3.105)$$

met ΔH_{spleet} volgens

$$\Delta H_{pijp} = \Delta H - \Delta H_{spleet} \quad (C3.106)$$

$$(A_{stop} \approx \frac{1}{4}\pi D^2)$$

Nu kunnen de twee ontbrekende grootheden worden berekend:

$$dz/dt = F/m \quad (C3.107)$$

en, uit het pijpverval, de stroomversnelling en dus de dQ_p/dt :

$$dQ_p/dt = \left\{ \Delta H_{pijp} - \frac{\xi_p V_{pijp}^2}{2g} \right\} \frac{g}{L_p} \frac{\pi}{4} D^2 \quad (C3.108)$$

Deze berekening lijkt lastig, maar blijkt bij uitwerken toch redelijk rechttoe-rechtaan te zijn. Bij toepassing van deze vergelijkingen blijken de grootste problemen te bestaan uit het vinden van de juiste beginpositie (de waarde δ van de initiële spleet en de beginwaarde van y) waarbij wel trillen optreedt maar de stop niet meteen wordt 'ingezogen'. Dit probleem is kleiner naarmate de pijplengte groter is. Een ander probleem vormt de zeer kleine tijdstap die nodig is. Hier is het geëigend de Runge-Kuttaprocedure toe te passen.

b. *Instabiele oscillaties bij drijvende sectordeuren*

Dit voorbeeld heeft betrekking op onderzoek naar het dynamische gedrag van de stormvloedkering in de Nieuwe Waterweg, zoals reeds in Paragraaf 3.3.7 is behandeld. Het verschijnsel dat werd bestudeerd, is globaal besproken in Deel A Paragraaf 4.5. De situatie is nog eens weergegeven in Figuur C3.9.

Om het verschijnsel 'dwarsslingering van het benedenwater' in een één-dimensionaal rekenmodel te kunnen vangen wordt dezelfde schematisatie toegepast als bij rekenen in het frequentiedomein waar dit zelfde voorbeeld is behandeld (Paragraaf 3.3.7). Weer wordt uitgegaan van het (gehalveerde) systeem van communicerende vaten (Paragraaf 3.3.7 en Figuur C3.12). De lengte van het vat (L_1) en de lengte van de pijp tussen vat en benedenwater (L_2) komen tezamen ongeveer overeen met de halve afstand tussen de landhoofden. Het vat wordt alleen gevuld en geleidigd gedacht door het extra debiet, q_d , dat onder de deur doorstroomt ten gevolge van de deuroscillatie; het permanente deel van het deurdebiet wordt verwaarloosd. Dat zelfde geldt ten aanzien van het pijpdebiet (q_p).

Uit een speciaal daarvoor verricht tweedimensionaal modelonderzoek was bepaald hoe groot de opdrijvende kracht was als functie van waterstanden en deurpositie. Tevens was bekend hoe groot het deurdebiet per eenheid van deurlengte was, ook weer als functie van de waterstanden.

Het dynamische gedrag van de deur is bij de berekeningen in het tijdsdomein meegenomen, dit wil zeggen dat de verticale versnelling van de deur is uitgedrukt als:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{F_0 - G}{m} \quad (C3.109)$$

(m =deurmassa inclusief een schatting (frequentieonafhankelijk) van de toegevoegde watermassa, G = eigengewicht, F_0 = opdrijvende kracht, y = verticale deurverplaatsing, dit alles per eenheid van deurlengte).

Stel nu dat op een tijdstip t_1 alles bekend is: de waterstandsverhoging in het bekken, z (de waterstand bovenstrooms van de deur wordt constant verondersteld); de deurpositie, y ; de verticale deursnelheid w (ofwel, evenals in de vorige paragraaf $w = dy/dt$); het debiet. Voor de situatie op een tijdstip t_2 , een moment Δt later, kan dan alles worden berekend. De indices 1 en 2 hebben voor alle hierna volgende vergelijkingen betrekking op de tijdstippen t_1 , respectievelijk t_2 .

$$z_2 = z_1 + \frac{q_{d1} - q_{p1}}{L_{\text{bekken}}} \Delta t \quad (C3.110)$$

waarin q_{d1} (het deurdebiet op tijdstip t_1) uit de waterstand in het bekken, z_1 , en de deurpositie, y_1 , op tijdstip t_1 kan worden bepaald.

Verder geldt voor de verticale deursnelheid w :

$$w_2 = w_1 + \frac{F_{01} - G}{m} \Delta t \quad (C3.111)$$

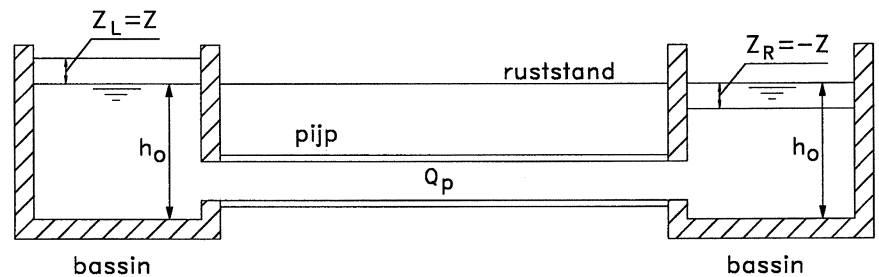
F_{01} volgt uit de waterstanden en de deurpositie op tijdstip t_1 .
Voor de verticale deurpositie geldt:

$$y_2 = y_1 + w_1 \Delta t \quad (C3.112)$$

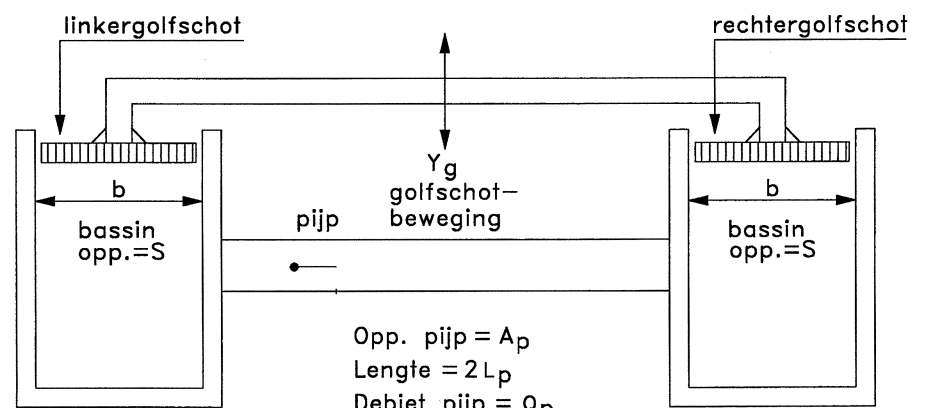
De versnelling van het water in de pijp, dV_p/dt , is evenredig aan het verval over de pijp en de zwaartekrachtsversnelling, g , en omgekeerd evenredig aan de pijplengte, L_{pijp} . Het verval is hier de waterspiegelverhoging, z , van het bassin. Definiëren we de hoogte van de pijp als h_c , dan vinden we:

$$q_{p2} = q_{p1} + h_c \frac{gz_1}{L_{pijp}} \Delta t \quad (C3.113)$$

Nu zijn alle grootheden op tijdstip t_2 bekend en kan de berekening voor het volgende tijdsinterval worden voortgezet. De uitkomsten van de berekeningen in de tijd gaven een goede overeenkomst met andere berekeningen. Later kon in deze berekeningen nog een groot aantal andere componenten worden meegenomen, zoals de variatie van de indompelingsdoorsnede als functie van de benedenwaterstand minus de doorstroomopening onder de deur.



VERTICALE DOORSNEDE



BOVENAANZICHT

Figuur C3.16:
Schema van communicerende vaten met synchroon
werkend golfschot.

c. *Instabiel gedrag van drijvende kleppen bij golfbelasting*

Het betreft hier de situatie van de drijvende-kleppenkering beschreven in Deel A, Paragraaf 4.5.2 en in Jongeling/Kolkman (1995). De optredende oscillaties konden beschreven worden met een communicerende-vatensysteem met een synchroon werkend golfschot; zie Figuur C3.16, overgenomen van Figuur A4.27 in Deel A. Ook de symbolen uit deze figuur worden aangehouden.

Ook nu wordt weer uitgegaan van de toestand op een willekeurig tijdstip t_1 , waaruit de afgeleiden (naar de tijd) van de met de tijd variërende grootheden kunnen worden berekend. Met behulp van deze afgeleiden worden weer de grootheden bepaald op een tijdstip t_2 een tijdstapje Δt later.

$$t_2 = t_1 + \Delta t \quad (C3.114)$$

De basisvergelijkingen om naar de grootheden op tijdstip t_2 te komen zijn:

$$Z_{L2} = Z_{L1} + \left(\frac{dZ_L}{dt} \right)_1 \Delta t \quad (C3.115)$$

$$Z_{R2} = Z_{R1} + \left(\frac{dZ_R}{dt} \right)_1 \Delta t \quad (C3.116)$$

$$Q_{p2} = Q_{p1} + \left(\frac{dQ_p}{dt} \right)_1 \Delta t \quad (C3.117)$$

De indices L en R hebben betrekking op het linker-, respectievelijk het rechterbassin. Om de termen dZ/dt en dQ/dt te berekenen wordt gebruik gemaakt van de continuïteits- en de bewegingsvergelijking. Deze berekeningen moeten vooraf gaan aan de vier hierboven genoemde bewerkingen.

De aanvullende bewerkingen zijn:

$$\frac{dZ_L}{dt} = \frac{-Q_{p1} + V_{g1}(h_0 + Z_{L1})b}{S - by_g} \quad (C3.118)$$

$$\frac{dZ_R}{dt} = \frac{+Q_{p1} + V_{g1}(h_0 + Z_{R1})b}{S - by_g} \quad (C3.119)$$

$$\frac{dQ_p}{dt} = \frac{g(Z_{L1} - Z_{R1})A_p}{2L_p} \quad (C3.120)$$

Hierin zijn y_g en V_g respectievelijk de verplaatsing en de snelheid van het golfschot (naar het bekken toe is positief).

OPMERKING 1: Zoals in de laatste set vergelijkingen te zien is, wordt het oppervlak van elk bassin verminderd met de golfschotverplaatsing maal de breedte. In het rekenmodel is gevonden dat, als dit niet in rekening wordt gebracht, de opslingering van de waterspiegels twee maal groter is, en dat is een foutieve uitkomst. Dit is later ook met een analytische beschouwing geverifieerd.

OPMERKING 2: De pijp is verondersteld wrijvingsloos te zijn, maar voor de berekening als zodanig is dat niet nodig. In de laatste vergelijking zou het waterstandsverschil tussen de vaten verminderd kunnen worden met het wrijvingsverval.

d. *Schip dwars afmerend tegen een fenderconstructie*

Zoals in Paragraaf 3.4.2 al is vermeld, kan voor de berekening van fenderkrachten in geval van een schip dat overdwers tegen een fenderconstructie botst, bij toepassing van de eendimensionale lange-golftheorie, direct in het tijdsdomein worden gerekend. Toepassing van de impulsresponsfunctietechniek is hierbij niet nodig. De lange-golftheorie mag worden toegepast als de golffrequentie laag is; toepassing is mogelijk doordat fenders in de praktijk zo slap zijn dat het schip slechts langzaam afremt. Gecontroleerd dient evenwel te worden of de responsie voldoende laagfrequent dan wel de beweging voldoende langzaam is om deze theorie te mogen toepassen. Kolkman (1977) gaf als bovenbegrenzing voor de frequentie, ω , bij een harmonische beweging:

$$\omega < 0,65 \sqrt{\frac{g}{h}} \quad (\text{C3.121})$$

Hierin is h de waterdiepte. Bij deze conditie is, bij een periodieke golf, de drukamplitude aan de bodem nog maar 20% lager dan aan het oppervlak, terwijl de loopsnelheid van de golf nog 12% lager is dan bij de lange golf. De condities van de lange golf worden dus redelijk benaderd.

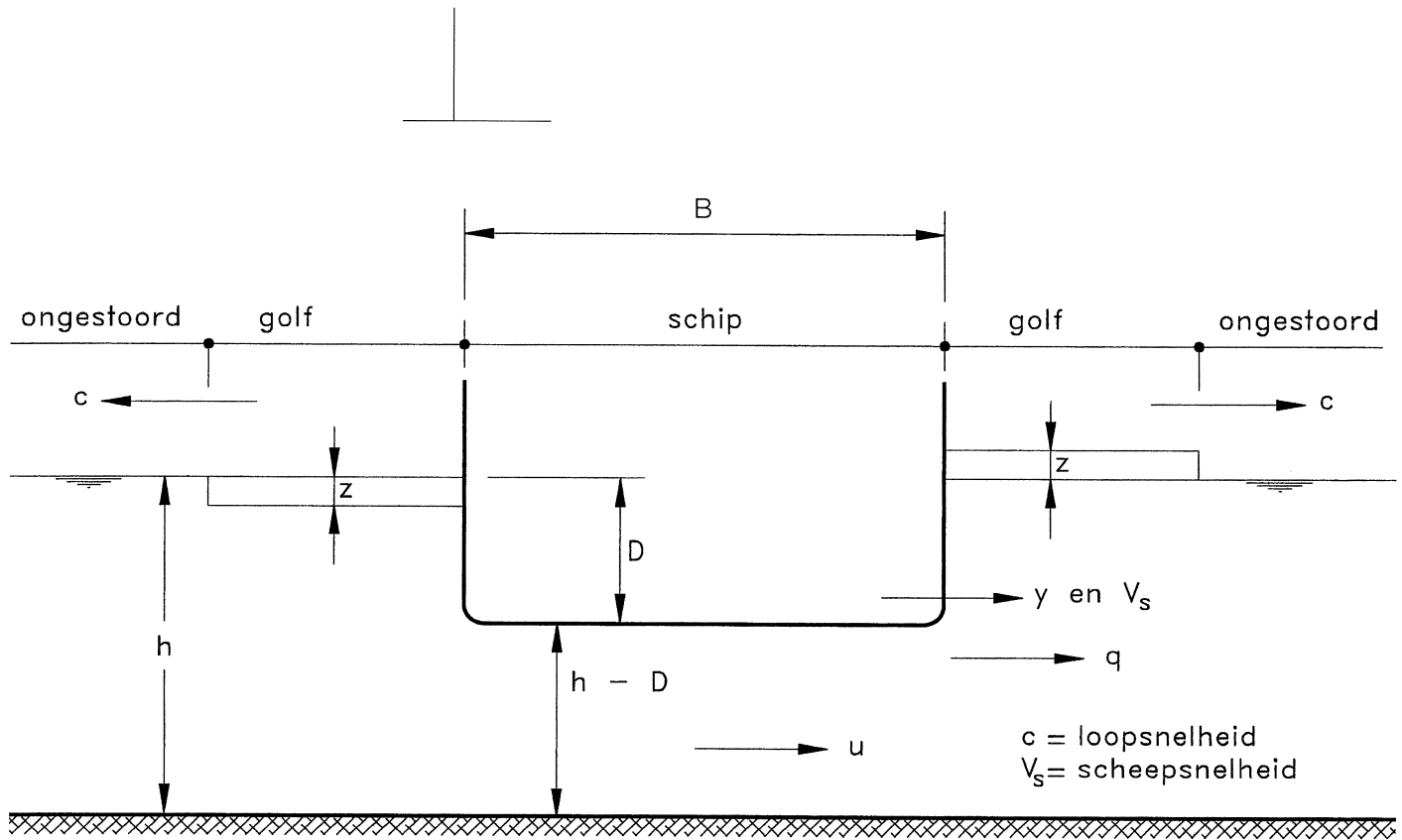
Bij een botsing is de onderbegrenzing voor de tijdsduur T_{\max} (i.e. de tijdsduur tussen het begin van botsen en het tijdstip dat de maximale kracht wordt bereikt):

$$T_{\max} > 2,5 \sqrt{\frac{h}{g}} \quad (\text{C3.122})$$

Er moet nog aan een aantal voorwaarden worden voldaan, die overigens in de praktijk nauwelijks een beperking opleveren:

- Het schip moet zo lang zijn dat het bij boeg en hek omstromend debiet klein is ten opzichte van het debiet dat aan de golfuitstraling is gekoppeld, en
- de waterdiepte onder het schip moet, ten opzichte van de scheepsbreedte zo klein zijn dat sprake is van pijpstroming.

Bij lange golven geldt dat het debiet gelijkmatig over de verticaal is verdeeld.

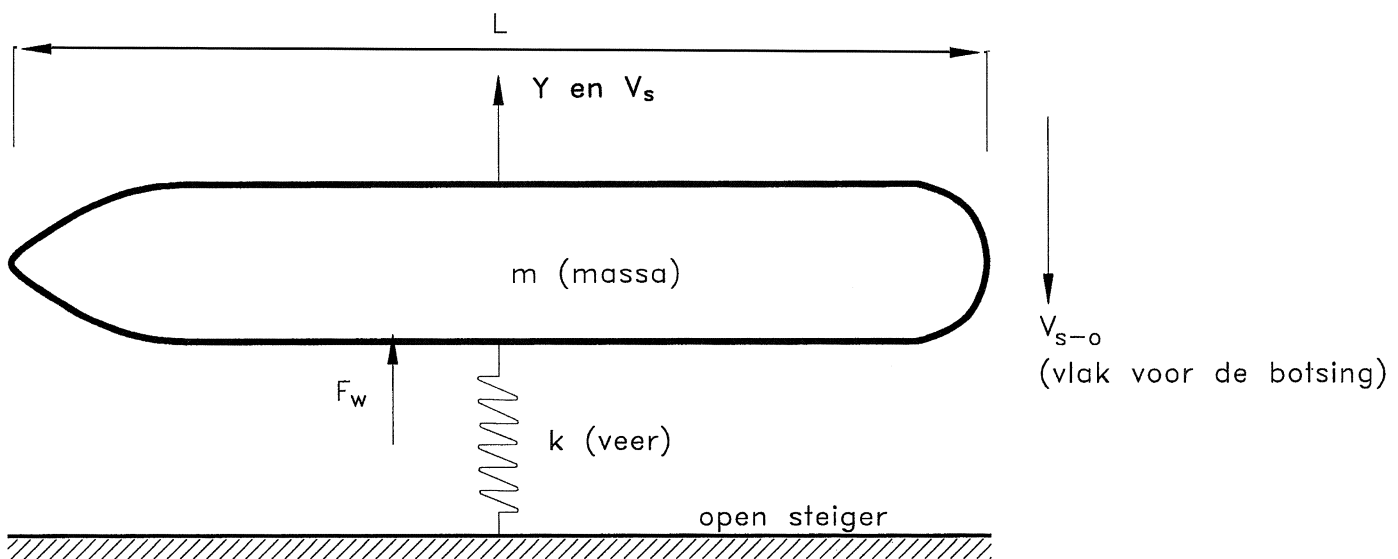


Figuur C3.17:
De eendimensionale situatie.

In het volgende wordt uitgegaan van een schip dat dwars aan komt varen (in de praktijk wordt de voortstuwing daarbij geleverd door sleepboten die deels duwend en deels trekkend het schip voortbewegen). Het schip 'vaart' met een eenparige snelheid V_{s-0} . Initiële weerstandskrachten worden verwaarloosd omdat die door de sleepbootkrachten worden gecompenseerd. Er is hierbij ook geen golfuitstraling, want het door het schip verplaatste water wordt volledig gecompenseerd door een retourstroom onder het schip.

Omdat alle effecten die samenhangen met het permanent bewegende schip klein zijn, krijgen we voor de relatie tussen fenderkrachten die op het schip werken en de snelheidsveranderingen die het schip ondergaat dezelfde betrekkingen die ook gevonden worden bij een schip dat initieel in rust is. Links en rechts van het schip ontstaan golven van gelijke hoogte en omgekeerd van teken. Het waterstandsverschil resulteert in een versnelling van het water onder het schip en veroorzaakt de dwarskrachten op het schip.

Figuur C3.18:
De situatie na het begin van centrisc botsen.



Op het tijdstip $t=0$ geldt nu (zie Figuur C3.17 en C3.18 voor de tekenafspraken) het volgende.

De veervervorming y is:

$$y_0 = 0 \quad (\text{C3.123})$$

De scheepssnelheid V_s is:

$$V_s = -V_{s-0} \quad (\text{C3.124})$$

De kracht die het water op het schip uitoefent is:

$$F_w = 0 \quad (\text{C3.125})$$

Het debiet naast het schip is:

$$q_0 = 0 \quad (\text{C3.126})$$

De watersnelheid onder het schip is:

$$u_0 = \frac{-V_{s-0} D}{h - D} \quad (\text{C3.127})$$

Bovendien geldt bij permanentie voor de golfhoogte z :

$$z_0 = 0 \quad (\text{C3.128})$$

De kern van de berekening in het tijdsdomein is dat uit het verval over het schip en de veerindrukking de kracht op het schip wordt afgeleid en daarmee de versnelling, terwijl uit het verval ook de versnelling van de kolom water onder het schip volgt. Door integratie naar de tijd volgen hieruit de scheepssnelheid en de watersnelheid onder het schip. De andere grootheden, q en z , zijn hieraan gekoppeld.

De golfhoogte z is gekoppeld aan het debiet q . Omdat bij lange golven voor de voortplantingssnelheid, c , geldt:

$$c = \sqrt{gh} \quad (\text{C3.129})$$

en op grond van continuïteit is af te leiden:

$$cz = q \quad (\text{C3.130})$$

en geldt:

$$z = \frac{q}{\sqrt{gh}} \quad (\text{C3.131})$$

en dus:

$$z = \frac{V_s D + u(h - D)}{\sqrt{gh}} \quad (\text{C3.132})$$

Nu kan worden aangetoond dat, als aan de rechterzijde van het schip een positieve golf ontstaat met hoogte z , er aan de linkerzijde een negatieve golf met hoogte $-z$ is. De loopsnelheid van beide golven is namelijk gelijk en aan het systeem wordt geen water onttrokken of toegevoegd. Aangezien bij lange golven de drukverdeling hydrostatisch is, wordt voor de kracht die het water op het schip uitoefent gevonden:

$$F_w = -2\rho g z D L \quad (C3.133)$$

L is hierin de lengte van het schip.

Voor de versnelling van het schip geldt nu:

$$m \frac{dV_s}{dt} = F_w + \text{veerkracht}(y) \quad (C3.134)$$

De veerkracht kan een willekeurige functie van de indrukking zijn. Een positieve verplaatsing y zal een negatieve veerkracht opleveren.

Voor het water onder het schip geldt (traagheid kolom water onder het schip):

$$\frac{du}{dt} = \frac{-2gz}{B} \quad (C3.135)$$

Eenvoudigheidshalve is hier de stromingsweerstand verwaarloosd. Rekentechnisch is het geen probleem om ook deze mee te nemen. In de praktijk betekent dit dat dan alleen de extra weerstand in de vergelijking voor de aanvaarconditie (vgl. C3.125) moet worden meegenomen.

Als laatste voorwaarde geldt:

$$\frac{dy}{dt} = V_s \quad (C3.136)$$

Met Vergelijking C3.132 t/m C3.136 is het mogelijk om vanuit t , V_s , y en u op tijdstip t_1 de corresponderende waarden op tijdstip t_2 , een tijdstap Δt later, te berekenen.

4 REKENMETHODEN MET BETREKKING TOT GOLFKLAPPEN

4.1 ALGEMEEN

Golfklapbelastingen zijn dynamische belastingen waar de constructie dynamisch op reageert. Hier wordt daarom niet de normale periodieke golfbelasting behandeld die ontstaat door golfreflectie, golfdiffractie en stromingskrachten ten gevolge van de waterbeweging samenhangend met golven. Deze krachten worden door de constructie vanwege de relatief hoge resonantiefrequenties ervaren als een quasi-statische belasting.

In Deel B is uitvoerig ingegaan op de verschillende wijzen waarop een golfklapbelasting kan ontstaan.

Wat belasting en responsie betreft kunnen de volgende elementen worden onderscheiden.

- De totale impuls van de klap.
- De tijdsafhankelijke golfklapbelasting.
- De responsie van de constructie in de tijd.
- De interactiekrachten tussen de bewegende constructie en het omringende water.
- De eventuele beïnvloeding (terugkoppeling) van de klapbelasting door de responderende constructie.

Niet al deze elementen zijn (volledig) voor berekening toegankelijk. In dit hoofdstuk zal voornamelijk worden ingegaan op de berekening van de golfklapbelasting. Voor het berekenen van het maximum in de klapbelasting en, voor een enkel geval, de klapduur zijn diverse analytische modellen ontwikkeld, die in de hierna volgende paragrafen zullen worden besproken. Voor deze berekeningen zijn uiteraard invoergegevens nodig, zoals de snelheid van het aankomende water. Deze gegevens zullen in het algemeen beschikbaar moeten komen uit onderzoek in schaalmodellen.

Het analytische model dat wordt toegepast, zal gebaseerd moeten zijn op ervaring en fysische beschouwing. Rekenen is alleen zinvol als een aantal invoergegevens bekend zijn, zoals de snelheid waarmee het water de wand van de constructie nadert en de hoeveelheid ingesloten lucht. Om die reden is in de praktijk het rekenen zelden los te zien van de toepassing van een schaalmodel.

Zolang niet bekend is welk verschijnsel bij een bepaalde situatie en voor een bepaald type golfklap dominant is (en op dit moment is daarover nog weinig bekend), zal het meest ongunstige analytische model moeten worden gebruikt. Dit zelfde keuzeprobleem doet zich voor bij de interpretatie van resultaten uit schaalmodellen. Omdat dit direct aansluit op de problematiek bij het rekenen, wordt in dit hoofdstuk betreffende rekenmethoden ook ingegaan op de interpretatie van (schaal)modelresultaten (Paragraaf 4.8).

In Hoofdstuk 3 is reeds uitvoerig ingegaan op de berekening van de responsie van een constructie op een met de tijd variërende belasting (zoals een golfklap). Hierbij is (impliciet) verondersteld dat de belasting niet wordt beïnvloed door de responsie van de constructie. De methode van berekening van de responsie 'zonder terugkoppeling' wordt daarom hier niet verder behandeld.

De interactiekrachten tussen water en constructie ten gevolge van de responsie van de constructie bestaan voornamelijk uit een hydrodynamische traagheidskracht en een hydrodynamische dempingskracht. De laatste is het gevolg van golfuitstraling en is in feite alleen relevant bij trage bewegingen van de constructie, dat wil zeggen wanneer $\omega^2 h/g < 10$, met ω = hoekfrequentie van de beweging, h = karakteristieke afmeting van de constructie. Zie hiervoor Deel A, Figuur A3.1, waar in de rechterfiguur is uitgezet een drukcoëfficiënt die gerelateerd is aan de golfuitstraling. Bij de meeste waterbouwkundige constructies waar zich trillingen door stroming of golfklappen voordoen, is $\omega^2 h/g > 10$ het geval en kan deze dempingsterm worden verwaarloosd. Op de berekening van de toegevoegde watermassa is in Paragraaf 3.2 al ingegaan.

4.2 IMPULSBESCHOUWING

Een golf die een constructieoppervlak nadert en daar een klap veroorzaakt, bezit een zekere hoeveelheid van beweging of impuls. De impuls \underline{I} is een vectoriële grootte en heeft dus een richting. De impuls is gedefinieerd als:

$$\underline{I} = m \underline{v} \quad (\text{C4.1})$$

met: m = de in beweging zijnde watermassa
 \underline{v} = watersnelheid (vector)

Bij de klap wordt een deel van deze impuls, namelijk de component loodrecht op het constructieoppervlak (I_k), tot nul gereduceerd; dit wil zeggen dat de watersnelheid loodrecht op het oppervlak in een korte tijd wordt teruggebracht tot nul. De kracht \underline{F} die daar voor nodig is, moet door de constructie worden geleverd en is volgens de tweede wet van Newton gelijk aan:

$$\underline{F} = \frac{d(m\underline{v})_k}{dt} \quad (\text{C4.2})$$

met: m = de bij de klap betrokken watermassa
 \underline{v} = snelheidscomponent loodrecht op het oppervlak

Wanneer nu de verandering van de impuls I_k als functie van de tijd bekend is, is ook het krachtsverloop als functie van de tijd bekend.

Om de kracht \underline{F} te berekenen zal eerst een schatting van de impuls, dus van m en \underline{v} , gemaakt moeten worden op het moment van botsen. De naderingssnelheid v van het wateroppervlak kan, wanneer golfperiode en lokale golfhoogte bekend zijn, in een aantal gevallen met redelijke nauwkeurigheid worden geschat. De bij de klap betrokken watermassa m volgt uit een toegevoegde-watermassabeschoouwing (zie ook Paragraaf 3.2). In deze beschouwing wordt op de vloeistofrand ter grootte van het aangeslagen oppervlak een eenheidsversnelling loodrecht op het oppervlak opgelegd, waarna de daarbij optredende traagheidsdruk wordt berekend. Delen door de versnelling levert de toegevoegde massa op. Bij grote versnellingen (in feite bij een korte duur van de belasting, zoals bij golfklappen) kan de toegevoegde watermassa constant (dat wil zeggen onafhankelijk van de grootte van de versnelling) worden verondersteld; dit

maakt de berekening van de klapbelasting eenvoudiger. Voor een aantal geometrieën is de toegevoegde watermassa bekend, zodat hier direct gebruik van kan worden gemaakt. De rekenmethode uit Paragraaf 3.2 is volledig geschikt om de toegevoegde watermassa die relevant is voor een golfklap te bepalen. In Deel A, Paragraaf 3.2.2, Figuur A3.4 is de toegevoegde watermassa gepresenteerd van een schuif met hoogte h_1 die op een drempel staat. De complete waterdiepte is h_2 . Deze situatie is volledig analoog aan die van een golf front met hoogte h_1 dat snel moet worden afgeremd waarbij de waterdiepte h_2 is.

Vervolgens zal de afremtijd van het water (i.e. de tijd waarin de snelheid van het wateroppervlak tot 0 wordt teruggebracht) moeten worden geschat, alsmede het snelheidsverloop in de tijd. In een eerste benadering zou het snelheidsverloop lineair kunnen worden verondersteld. De afremtijd is afhankelijk van de vervormingsmogelijkheid van de verschillende bij de botsing betrokken elementen, zoals de constructie, de eventueel ingesloten lucht, het water zelf en, in geval zich luchtbelletjes in het water bevinden, het water-lucht mengsel. Het slapste element is de meest bepalende factor voor de afremtijd: hoe slapper dit element, des te groter de afremtijd. In de praktijk is de afremtijd voor specifieke gevallen zonder nader onderzoek moeilijk te schatten, zodat een nauwkeurige bepaling van de amplitude van de klapbelasting niet goed mogelijk is.

In Deel B, Paragraaf 5.5 is volgens deze methodiek het geval behandeld van een cilinder die met constante snelheid op het wateroppervlak valt en het water binnendringt.

Een impulsbeschouwing is niettemin van belang, omdat uit metingen bekend is in welke range de klapduur voor sommige specifieke geometrieën kan liggen. Hiervan gebruik makend kan dus ook voor een geschatte impuls de range van klapamplituden worden bepaald. Omdat de responsie van de constructie in belangrijke mate afhankelijk is van de verhouding van klapduur τ en eigentrillingstijd T (zie ook Hoofdstuk 6 van Deel B), kan tevens, uitgaande van de ongunstigste verhouding van τ/T , de maximaal mogelijke responsie bij de gegeven impuls worden berekend.

Bij schaalmodelonderzoek is het belangrijk, zoals hierna zal worden aangegeven, dat de grootte van de klapimpuls wordt gemeten. De impuls I_k volgt uit de integratie van de klapdruk, $p(t)$, over het aangeslagen oppervlak A en over de klapduur τ :

$$I_k = \int_{\tau} \int_A p(t) dt dA = \int_{\tau} F(t) dt \quad (C4.3)$$

De druk $p(t)$ kan in het schaalmodel als functie van tijd en plaats worden gemeten, of de totale kracht $F(t)$ kan apart of gelijktijdig worden bepaald.

In een schaalmodel dat volgens de regels volgend uit de invariantie van het getal van Froude is geschaald (zie Hoofdstuk 5), kan de impuls nu direct met de schaalregel

$$n_I = n_L^{3,5} \quad (C4.4)$$

(n_L = lengteschaal) worden opgeschaald. De schaalregels voor de samenstellende grootheden van de impuls, dit wil zeggen die voor de klapdruk (of de geïntegreerde kracht) en die voor de klapduur, zijn daarentegen niet altijd zonder meer aan te geven. De schaling van deze grootheden is afhankelijk van het wel of niet aanwezig zijn en

comprimeren van lucht tijdens de golfklap; daarin speelt ook mee dat de luchtdruk in het schaalmodel om praktische redenen gewoonlijk niet wordt geschaald, waardoor schaaffecten ontstaan. De schaalregels staan daardoor niet bij voorbaat vast. In Paragraaf 4.8 wordt hier nader op ingegaan. De wel direct te schalen impuls kan worden gebruikt voor een eerste verkenning van het effect van de golfklap op de constructie.

In het geval van een golfklap tegen een constructie beweegt gewoonlijk het water en staat de constructie stil. Het belastingsgeval wordt gecompliceerder wanneer zowel het water als de constructie beweegt. Dit doet zich onder andere voor in de scheepvaart (dompenschip in een golfveld) en wordt daar aangeduid met 'slamming'. Stellen we ons twee lichamen voor met respectievelijk een impuls $(mv)_1$ en $(mv)_2$, dan zal in het bijzondere geval dat $(mv)_1 = -(mv)_2$, dus bij een tegengestelde beweging, een botsituatie ontstaan, die vanwege symmetrieoverwegingen te vervangen is door een situatie waarbij elk van de lichamen tegen een starre wand botst. Met $(mv)_1 \neq -(mv)_2$ zal de botskracht van het lichaam met de in absolute zin grootste impuls kleiner zijn dan bij botsing tegen een starre wand (want de afremtijd dt wordt groter); voor het lichaam met de in absolute zin kleinste impuls geldt het omgekeerde. Vanwege evenwicht in het vlak van botsing zijn de botskrachten van beide lichamen aan elkaar gelijk. Vertaald naar het golfklapprobleem betekent dit dat de afremtijd dt nu wordt bepaald door het vervormen dan wel terugwijken van zowel water als constructie. De schatting van de afremtijd dt wordt daardoor moeilijker dan in het geval dat alleen het water beweegt. In de scheepvaart wordt gebruik gemaakt van het slamming model (i.e. een stromingsdrukmodel) om de golfklapbelasting te bepalen (Fabula, 1957). In dit model wordt de relatieve snelheid tussen schip en water gebruikt. Zie Paragraaf 4.3.

4.3 HET LINEAIRE SCHOKGOLFMODEL

4.3.1 GOLFKLAP TEGEN EEN STARRE WAND

In dit model wordt verondersteld dat het water loodrecht op de starre wand aankomt en niet of niet voldoende snel zijdelings kan wegstromen. Bij de klap wordt het water gecompriëerd en er ontstaat een schokgolf in het water die zich vanaf de wand terugbeweegt. Het front van de schokgolf plant zich voort met de geluidssnelheid in water c_w (1430 m/s in zuiver water). Afgeleid kan nu worden (zie Kolkman, 1981) dat:

$$\Delta p = p_{\max} - p_0 = \rho_w c_w v_0 \quad (\text{C4.5})$$

met: p_{\max} = maximale klapdruk

p_0 = druk in het water vóór de klap (= p_{atm} aan het vrije wateroppervlak)

ρ_w = soortelijke massa water

c_w = geluidssnelheid in water

v_0 = naderingssnelheid van het waterfront

Dit is de bekende waterslagformule (voor een enkelvoudig waterslagprobleem).

De Formule C4.5 is met:

$$c_w = \sqrt{\frac{K}{\rho_w}} \quad (C4.6)$$

waarin K = compressiemodulus = $-\Delta p * V / \Delta V$ (hierin is Δp = drukverandering, ΔV = volumeverandering, V = oorspronkelijk volume)

ook te schrijven als:

$$\Delta p = v_0 \sqrt{K \rho_w} \quad (C4.7)$$

Aangenomen wordt hierbij dat de dichtheid ρ_w constant is (hetgeen niet het geval is bij een compressiegolf; de variatie is echter relatief klein) en dat de compressiemodulus constant is (dus een homogene vloeistof).

Het schokgolffmodel zoals hierboven beschreven geeft een absolute bovengrenswaarde voor de klapdruk. In de praktijk zullen de klapdrukken altijd lager zijn, allereerst omdat de kans dat het wateroppervlak volledig vlak is en parallel tegen de constructie aankomt (waardoor het water niet of niet snel genoeg zijdelings kan afstromen) verwaarloosbaar klein is, en ook omdat zich veelal lucht in het water bevindt, waardoor de klapdruk wordt gereduceerd.

4.3.2 STARRE WAND EN LUCHT-WATERMENGSEL

In het geval dat zich lucht in het water bevindt, kan bij benadering worden gesteld dat de compressibiliteit van het water-luchtmengsel wordt bepaald door de lucht (dit is het slapste element) en de dichtheid door het water. De compressiemodulus van lucht volgt uit de formule voor de toestandsverandering van een ideaal gas:

$$pV^\gamma = \text{constant} \quad (C4.8)$$

met: p = druk
 V = volume
 γ = Poissonconstante (isothermische compressie: $\gamma = 1,0$;
 adiabatiese compressie: $\gamma = 1,405$).

De Poissonconstante γ heeft een waarde die ligt tussen $\gamma = 1,405$ voor adiabatiese compressie en $\gamma = 1$ voor isothermische compressie. Bij grote luchtzakken verloopt de compressie bij benadering adiabatisch.

Differentiëren van C4.8 geeft:

$$V^\gamma dp + \gamma p V^{\gamma-1} dV = 0 \quad (C4.9)$$

ofwel, als drukveranderingen ten opzichte van de initiële druk, p_0 , klein zijn:

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{p\gamma}{V} \approx -\frac{p_0\gamma}{V} = -\frac{K}{V} \quad (C4.9a)$$

Wanneer het water-luchtmengsel nu homogeen wordt verondersteld met $\alpha =$ luchtgehalte en $(1-\alpha) =$ watergehalte, dan geldt bij benadering voor het mengsel van water en lucht:

$$K_{\text{mengsel}} = -\frac{\Delta p V}{\alpha \Delta V} = \frac{1}{\alpha} K = \frac{\gamma P_0}{\alpha} \quad (\text{C4.10})$$

$$\rho_{\text{mengsel}} = (1-\alpha)\rho_w$$

(omdat bij een mengsel alleen het luchtdeel wordt gecomprimeerd, is de volumeverandering ten gevolge van een gegeven drukverandering een factor α kleiner en dus is de compressiemodulus een factor α^{-1} groter dan bij puur lucht).

Formule C4.7 kan met de Formule C4.10 worden herschreven als:

$$\Delta p = v_0 \sqrt{\frac{\gamma P_0 (1-\alpha) \rho_w}{\alpha}} \quad (\text{C4.11})$$

Wanneer zich weinig lucht in het water bevindt (bijvoorbeeld 1 promille) of wanneer de lucht in kleine bellen over een zeker volume water verdeeld zit, verloopt de compressie van de lucht nagenoeg isothermisch ($\gamma=1$) omdat in dat geval de warmte snel aan het water kan worden overgedragen. Om bovenstaande formule te kunnen gebruiken is een schatting van de hoeveelheid in het water aanwezige lucht nodig. De luchthoeveelheid kan evenwel per situatie sterk variëren; dit is onder andere afhankelijk van de voorgeschiedenis ter plaatse van de klapzone (voorgaande klappen en brekende golven kunnen veel lucht in het water brengen) en van de afvoer van het water (wel of geen stroming). De maximale luchthoeveelheid is wellicht enkele procenten; betrouwbare gegevens hierover ontbreken.

Führböter (1966) heeft de invloed van lucht in het water op de maximale klapdruk uitgedrukt in een factor waarmee Δp volgens Formule C4.5 moet worden vermenigvuldigd. Hij vond:

$$\Delta p = p_{\text{max}} - P_0 = \rho_w c_w v_0 \frac{1}{1 + \alpha \left(\frac{K_w}{K_l} - 1 \right)} \quad (\text{C4.12})$$

met:

$K_l =$ compressiemodulus van lucht $= \gamma P_0 = \approx 10^5 \text{ N/m}^2$ voor isotherme compressie

$K_w =$ compressiemodulus van water $\approx 2 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$

Deze formule geeft aan dat de maximale druk, berekend met de waterslagformule C4.5, wordt gereduceerd wanneer de compressibiliteit van de ingesloten luchtbelletjes wordt meegenomen. De formule levert klapdrukwaarden op die dichter liggen bij wat in de praktijk is gemeten dan de waterslagformule. Een probleem is echter om een betrouwbare schatting te maken van het luchtpercentage in het water. Een moeilijkheid daarbij is ook dat de lucht niet altijd homogeen verdeeld is en dat het luchtpercentage sterk in de tijd kan variëren.

4.3.3 GOLFKLAP TEGEN EEN COMPRESSIBELE WAND

Bij een golfklap tegen een compressibele wand ontstaat zowel in het water als in de wand een compressiegolf. De naderingssnelheid van het water is v_0 ; de invertingssnelheid van de wand na de botsing wordt gesteld op ϵv_0 , waardoor de snelheidsverandering van het water $(1-\epsilon)v_0$ wordt. De compressiegolf in het water heeft een snelheid c_w , de compressiegolf in de wand een snelheid c_c . De drukken p_{\max} in het contactvlak, van het water en de wand zijn gelijk en wegens gelijke initiële contactdruk $p_0 = p_{\text{atm}}$ is ook de druksprong over de compressiegolven gelijk:

$$\Delta p = \rho_w c_w (1-\epsilon)v_0 = \rho_c c_c \epsilon v_0 \quad (\text{C4.13})$$

met: ρ_w = soortelijke massa water
 ρ_c = soortelijke massa constructie

Na omwerking volgt hieruit:

$$\Delta p = \rho_w c_w v_0 \frac{1}{1 + \frac{\rho_w c_w}{\rho_c c_c}} \quad (\text{C4.14})$$

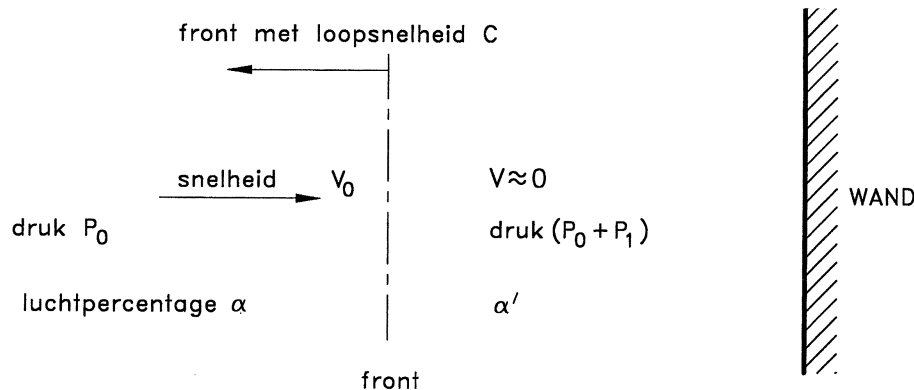
Het blijkt dat de maximale klapdruk berekend met de waterslagformule C4.5 door meeneming van de compressibiliteit van de wand wordt gereduceerd. Ten opzichte van de reductie ten gevolge van lucht in het water is het effect van een compressibele wand echter in het algemeen verwaarloosbaar klein. In de praktijk zullen constructies (bijvoorbeeld stalen plaatvelden) eerder doorbuigen dan comprimeren; bovenstaande formule is dan niet geldig.

4.4 HET NIET-LINEAIRE SCHOKGOLFMODEL

In het lineaire schokgolfformule wordt er vanuit gegaan dat de dichtheid ρ_w en de compressiemodulus K_w van het water, en daarmee de snelheid van de compressiegolf c_w , constant zijn. Ook wordt verondersteld dat de naderingssnelheid v_0 klein is ten opzichte van de compressiegolfsnelheid c_w . Dit laatste is in de praktijk overigens steeds het geval, ook als zich lucht in het water bevindt ($c_w = 1430$ m/s in zuiver water en c_{mengsel} zakt tot een laagste waarde van circa 20 m/s bij een luchtgehalte van 50%; bij 1% lucht is $c_{\text{mengsel}} = \mathcal{L} 100$ m/s, zie Allersma (1961) en Kolkman (1981).

In het geval dat de klapdruk groot is ten opzichte van de initiële atmosferische druk, p_0 , geldt de lineaire benadering niet meer. Voor het algemene geval met luchtbelletjes in het water wordt hieronder aangegeven wat er verandert.

Waar de golf de constructie raakt, ontstaat onmiddellijk een drukverhoging. Deze drukverhoging plant zich in het water (eigenlijk dus het water-luchtmengsel) voort; het front van de drukgolf verplaatst zich van de constructie af, zie ook Figuur C4.1. In het deel van het water achter het schokgolffront heerst de verhoogde druk



Figuur C4.1:
Schema ten behoeve van de berekening
van de schokgolf.

en vóór het front heerst de oorspronkelijk aanwezige druk. De luchtbelletjes achter het front worden gecompriemd, waardoor de lucht 'stijver' wordt; de compressie van het water is daarbij vergeleken verwaarloosbaar. Als gevolg van de afname van het volume van de luchtbelletjes neemt de soortelijke massa van het mengsel toe, maar de relatieve toename is een orde van grootte kleiner dan de relatieve toename van de stijfheid van de lucht. Dit betekent dat de schokgolfsnelheid toeneemt bij toenemende compressie van de lucht.

Noemen we p_1 de drukverhoging in het water achter het schokgolffront en p_0 de druk ervoor (p_0 is de initiële druk, iets boven de atmosferische), dan geldt voor de volumeverandering van de bellen van V_0 tot V_1 :

$$p_0 V_0^\gamma = (p_0 + p_1) V_1^\gamma \quad (\text{C4.15})$$

of:

$$V_1 = V_0 (1 + p_1/p_0)^{-1/\gamma} \quad (\text{C4.16})$$

Het volume lucht α in een eenheidsvolume van het mengsel reduceert dus tot $\alpha(1 + p_1/p_0)^{-1/\gamma}$. Het nieuwe luchtgehalte in het gecompriemde mengsel wordt nu:

$$\alpha^* = \frac{\alpha(1 + p_1/p_0)^{-1/\gamma}}{1 - \alpha + \alpha(1 + p_1/p_0)^{-1/\gamma}} \quad (\text{C4.17})$$

De dichtheid van het mengsel is vóór compressie bij benadering gelijk aan:

$$\rho_{\text{mengsel}} = (1 - \alpha)\rho_w \quad (\text{C4.18})$$

en na compressie gelijk aan:

$$\rho_{\text{mengsel}}^* = (1 - \alpha^*)\rho_w = 1 - \frac{\alpha(1 + p_1/p_0)^{-\frac{1}{\gamma}}}{1 - \alpha + \alpha(1 + p_1/p_0)^{\frac{1}{\gamma}}}$$

en dit kan worden geschreven als:

$$\rho_{\text{mengsel}}^* = \rho_w \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha + \alpha(1 + p_1/p_0)^{-1/\gamma}} \quad (\text{C4.19})$$

Na opstellen van een massabalans:

$$v_0 \rho_{mengsel} = c(\rho_{mengsel}^* - \rho_{mengsel})$$

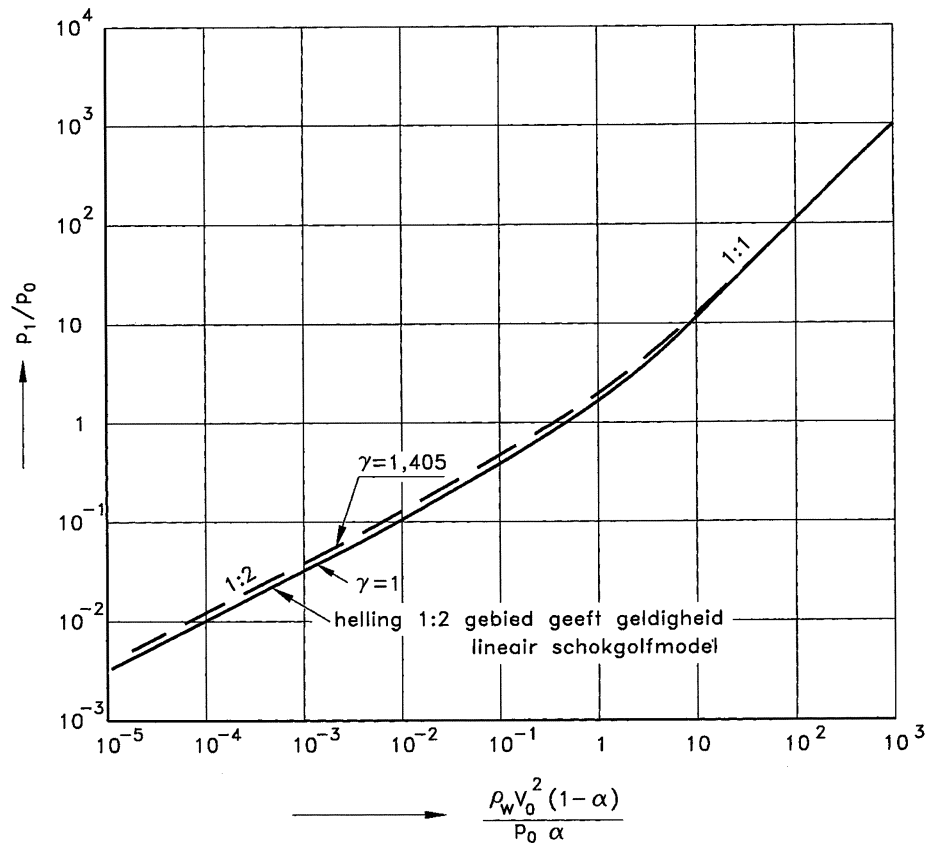
en een impulsbalans:

$$p_1 = \rho_{mengsel} v_0 (c + V_0)$$

volgt voor de verhouding van de extra druk die ontstaat achter het schokgolffront, p_1 , ten opzichte van de initiële druk vóór het front, p_0 :

$$\frac{p_1}{p_0} \left\{ 1 - \left(1 + \frac{p_1}{p_0} \right)^{-1/\gamma} \right\} = \frac{(1-\alpha) \rho_w v_0^2}{\alpha p_0} \quad (C4.20)$$

Dit is uitgezet in Figuur C4.2. Hierin is $\frac{p_1}{p_0}$ uitgezet tegen $\frac{\rho_w v_0^2 (1-\alpha)}{p_0 \alpha}$



Figuur C4.2:
Grafische weergave van Vergelijking C4.20 (het niet-lineaire schokgolfmodel), uit Kolkman (1981/1992).

Als de term in het linkerlid van C4.20 ontwikkeld wordt in een Taylorreeks en alleen

de lineaire term wordt meegenomen (dus geldig zolang $\frac{p_1}{p_0}$ klein is), dan gaat de term $\left(1 + \frac{p_1}{p_0}\right)^{-1/\gamma}$ over in $\left(1 - \frac{1}{\gamma} \frac{p_1}{p_0}\right)$. Uiteindelijk wordt dan weer de oplossing C4.11

gevonden, namelijk de oplossing van het lineaire schokgolfmodel. In Figuur C4.2 is ook te zien in welk gebied het lineaire schokgolfmodel geldig is.

Zoals ook voor het lineaire schokgolffmodel geldt, zal bij toepassing van het niet-lineaire schokgolffmodel eerst een schatting van het luchtgehalte α in het water moeten worden gemaakt. In de praktijk blijkt dit evenwel zeer problematisch te zijn.

4.5 HET STROMINGSDRUKMODEL (VENTILATED SHOCKS)

Bij het stromingsdrukmodel wordt de maximale bij een golfklap optredende klapdruk p_{\max} via een coëfficiënt uitgedrukt in de stromingsdruk:

$$p_{\max} - p_0 = k \left(\frac{1}{2} \rho v_0^2 \right) \quad (\text{C4.21})$$

met: k = coëfficiënt (in de scheepsbouw: slamming coëfficiënt)
 p_0 = druk vóór de klap (= p_{atm})
 v_0 = naderingssnelheid van het water

De coëfficiënt k dient voor een gegeven geometrie en bij gegeven hydraulische randcondities proefondervindelijk te worden bepaald. In een enkel geval is een theoretische schatting mogelijk (bijvoorbeeld voor een cirkelvormige cilinder, zie ook Hoofdstuk 5 van Deel B).

Bij het stromingsdrukmodel wordt er vanuit gegaan dat er geen lucht wordt opgesloten tussen het waterfront en de constructie; dus het waterfront nadert het constructieoppervlak onder een kleine hoek (in de praktijk is dit vrijwel altijd het geval) en er zijn geen opstaande randen en dergelijke die wegstromen van de lucht bemmeren. Ook wordt verondersteld dat het water na de klap voldoende snel zijdelings kan wegstromen, waardoor compressie van het water van ondergeschikt belang is.

De klapdruk wordt nu bepaald door de optredende traagheidsverschijnselen, samenhangend met het 'afstoppen' van het water. Volgens de tweede wet van Newton kan geschreven worden:

$$p = \frac{d(mv)}{dt} \quad \text{of:} \quad (\text{C4.22})$$

$$p = \rho_w L \frac{dv}{dt}$$

Hierbij is aangenomen dat de dichtheid van het water, ρ_w , constant is. De lengtemaat L is een maat voor de hoeveelheid water die moet worden afgestopt ($m = \rho_w L$). Hierbij volgt L uit een toegevoegde-watermassabeschoouwing (zie Paragraaf 3.2).

Aangenomen wordt nu dat de snelheid v_0 wordt teruggebracht tot 0, dus $dv = -v_0$. Wanneer het waterfront de constructie onder een hoek treft, kan de afremtijd, dt , evenredig worden gesteld aan a/v_0 , waarbij a een maat is voor de gemiddelde ruimte tussen waterfront en constructie. We vinden aldus voor de klapdruk op de constructie:

$$p_{\max} - p_0 \therefore \rho_w L v_0^2 / a \quad \text{of:} \quad (\text{C4.23})$$

$$p_{\max} - p_0 = k \left(\frac{1}{2} \rho_w v_0^2 \right)$$

De coëfficiënt k is kleiner naarmate de hoek tussen het waterfront en de constructie groter is. Het stromingsdrukmodel leent zich goed voor een eerste schatting van de klapdruk, mits aannemelijk is dat er geen lucht wordt ingesloten. In het laatste geval kan beter van het compressiemodel gebruik worden gemaakt. Een beperking van het stromingsdrukmodel is dat voor willekeurige geometrieën een (slamming)-coëfficiënt k voorhanden is.

Slammingcoëfficiënten worden veelal door middel van valproeven bepaald. Bij de botsing van het vallende voorwerp met het water wordt een zekere hoeveelheid watermassa (de toegevoegde watermassa) in een versnelde beweging gebracht; dit is dezelfde hoeveelheid watermassa die bij botsing van een bewegend wateroppervlak tegen het star bevestigde voorwerp wordt vertraagd. Beide experimenten leveren dezelfde slammingcoëfficiënt op, mits de toegevoegde watermassa onafhankelijk is van (de grootte van) de versnelling. Dit is het geval wanneer sprake is van een kortdurende versnelling.

Het maakt voor de toegevoegde massa ook niet uit wanneer zowel het wateroppervlak als het voorwerp in beweging is. Wel is nu de afremtijd dt van het invallende wateroppervlak gerelateerd aan de verschillnelheid tussen voorwerp en wateroppervlak, terwijl de te reduceren snelheid v_0 van het wateroppervlak een absolute grootte is. De slammingformule C4.23 is daarom niet meer zonder meer toepasbaar op dit belastingsgeval. In de formule zou de relatieve snelheid ingevoerd kunnen worden; het is dan evenwel discutabel om slammingcoëfficiënten te gebruiken die zijn bepaald uit proeven met voorwerpen die op een stil wateroppervlak vallen.

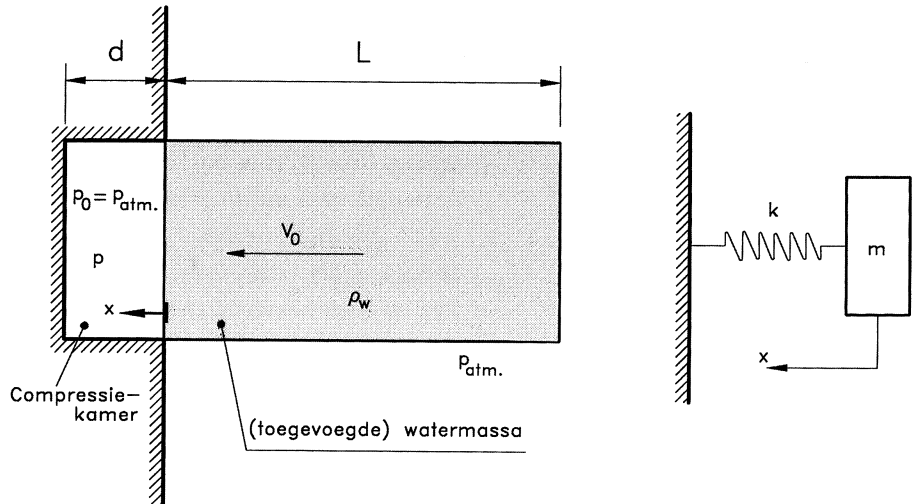
Bhattacharyya (1978) geeft enige resultaten van drukmetingen aan een kielplaat van een schip bij matige golfomstandigheden. Wanneer de gemeten drukken worden uitgedrukt in $1/2\rho v_{rel}^2$, met v_{rel} als relatieve verticale snelheid tussen kielplaat en bewegend wateroppervlak, wordt voor de slammingcoëfficiënt k een gemiddelde waarde van 12,5 gevonden.

4.6 HET LUCHTCOMPRESSIEMODEL

Wanneer tussen het wateroppervlak en de constructie lucht wordt opgesloten en gecomprimeerd, kan het luchtcompressiemodel worden toegepast. Dit model levert niet alleen de maximale klapdruk, maar geeft ook informatie over de duur van de klap en over de frequentie waarmee de gecomprimeerde lucht oscilleert. Plaatsen waar lucht makkelijk wordt ingesloten, zijn de hoeken tussen verticale en horizontale platen. I-liggers op hun kant of verticale kokers met een plafond zijn typisch constructiedelen waar luchtinsluiting kan plaatsvinden. Daarbij zal het echter niet zo zijn dat de lucht gelijkmatig over een groot oppervlak wordt gecomprimeerd; het wateroppervlak nadert het plaatoppervlak in het algemeen onder een hoek, en als gevolg daarvan wordt de ingesloten lucht naar hoeken gedreven. Voor het deel van de plaat waar het water als eerste raakt, is het luchtcompressiemodel niet geldig, maar dient het stromingsdrukmodel te worden toegepast. De hoeveelheid lucht waar het bij het luchtcompressiemodel om gaat, is een orde groter dan die bij het schokgolfmodel met een water-luchtmengsel. In het schokgolfmodel kan vanwege de kleine luchtbelletjes vrijwel steeds van isothermische compressie worden uitgegaan (de warmte wordt snel naar het omringende water afgevoerd); in het luchtcompressiemodel is de luchtbel relatief groot en zal de compressie adiabatisch verlopen.

4.6.1 HET LINEAIRE LUCHTCOMPRESSIEMODEL

Bagnold (1939) heeft, als eerste, een Vergelijking opgesteld voor de compressie van de (ingesloten) lucht bij een golfklap. Hij ging uit van een zuigermodel volgens Figuur C4.3; het verende element is de luchtbel, de zuiger bestaat uit de watermassa.



Figuur C4.3:
Zuigermodel van Bagnold.

De watermassa m volgt uit een toegevoegde-watermassabeschoouwing en is gelijk aan $\rho_w L$ per eenheid van zuigeroppervlak, met $L =$ toegevoegde-watermassalengte en $\rho_w =$ soortelijke massa water.

De stijfheid van de lucht wordt constant verondersteld (lineaire benadering). Dit is alleen bij kleine indrukking van de luchtbel toegestaan. De initiële druk p_0 in de compressiekamer is gelijk aan de atmosferische druk p_{atm} . Volgens Poisson is:

$$p(d-x)^\gamma = \text{constant} \quad (C4.24)$$

Na differentiëren volgt, soortgelijk als was gevonden in Vergelijking C4.9:

$$dp (d-x)^\gamma - \gamma p (d-x)^{\gamma-1} dx = 0 \quad (C4.25)$$

Bij kleine indrukking van de luchtbel geldt $x \approx d$ en $p \approx p_0 = p_{atm}$. De veerstijfheid k van de lucht per eenheid van oppervlak van de zuiger is dus nu:

$$k = \frac{dp}{dx} = \frac{\gamma p_0}{d} \quad (C4.26)$$

De bewegingsvergelijking voor het massaveersysteem kan nu worden geschreven als:

$$\rho_w L \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{\gamma p_0}{d} x = 0 \quad (C4.27)$$

met: $x = (p - p_0)/k$

De oplossing van de bewegingsvergelijking is:

$$p - p_0 = v_0 \sqrt{\frac{\gamma p_0 \rho_w L}{d}} \sin \sqrt{\frac{\gamma p_0}{d \rho_w L}} t \quad (C4.28)$$

Dit is een trilling die niet uitdempt.

Het maximum in de druk en de periode van de oscillatie volgen respectievelijk uit:

$$p_{\max} = p_0 + v_0 \sqrt{\frac{\gamma p_0 \rho_w L}{d}} \quad (\text{C4.29})$$

en

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{d \rho_w L}{\gamma p_0}} \quad (\text{C4.30})$$

Wanneer het lineaire luchtcompressiemodel wordt vergeleken met het lineaire schokgolfmodel voor een lucht-watmengsel, dan blijkt dat beide modellen dezelfde druk opleveren indien geldt (vergelijk Formule C4.11 met Formule C4.29) $(1-\alpha)/\alpha = L/d$, dus als de verhoudingen van watervolume en luchtvolume gelijk zijn. In de praktijk is het luchtgehalte van een water-luchtmengsel veelal niet hoger dan circa 1%; de luchthoeveelheid die bij een compressieklap wordt opgesloten, kan aanzienlijk groter zijn. Als regel zal het lineaire luchtcompressiemodel voor een lucht-watmengsel daarom een lagere druk geven dan het lineaire schokgolfmodel.

4.6.2 HET NIET-LINEAIRE LUCHTCOMPRESSIEMODEL

In het niet-lineaire luchtcompressiemodel is grote vervorming van de luchtbel toegestaan. De uitdrukking voor de maximale druk wordt verkregen door de kinetische energie van het water vlak vóór de klap gelijk te stellen aan de vervormingsenergie van de lucht bij maximale compressie ofwel bij maximale druk. De kinetische energie op het tijdstip $t = 0$ vlak voor botsen is:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \rho_w L A v_0^2 \quad (\text{C4.31})$$

met A = oppervlak van de zuiger

De vervormingsenergie volgt uit een integratie van het produkt van druk en volume over het vervormingstraject. Dit resulteert in (zie ook Kolkman, 1981):

$$E_{ver} = \frac{p_0 A d}{\gamma - 1} \left\{ \left(\frac{p_{\max}}{p_0} \right)^{1-\frac{1}{\gamma} + (\gamma-1)} \left(\frac{p_{\max}}{p_0} \right)^{-\frac{1}{\gamma} - \gamma} \right\} \quad (\text{C4.32})$$

Opmerking:

Hoewel de complete afleiding van Vergelijking C4.32 hier niet wordt gegeven, loopt deze globaal als volgt:

Stel de zuigerlengte wordt verkort van de lengte d naar de lengte d_1 , dan loopt de x , zoals gedefinieerd in Figuur C4.2, van de waarde 0 tot $d-d_1$. Het drukverschil dat de zuiger 'onderweg' ondervindt is $(p-p_0)$. De energie die overwonnen moet worden is nu per eenheid van zuigeroppervlak:

$$E_{ver} = \int_0^{d-d_1} (p - p_0) dx$$

Tevens geldt weer Betrekking C4.25, dus:

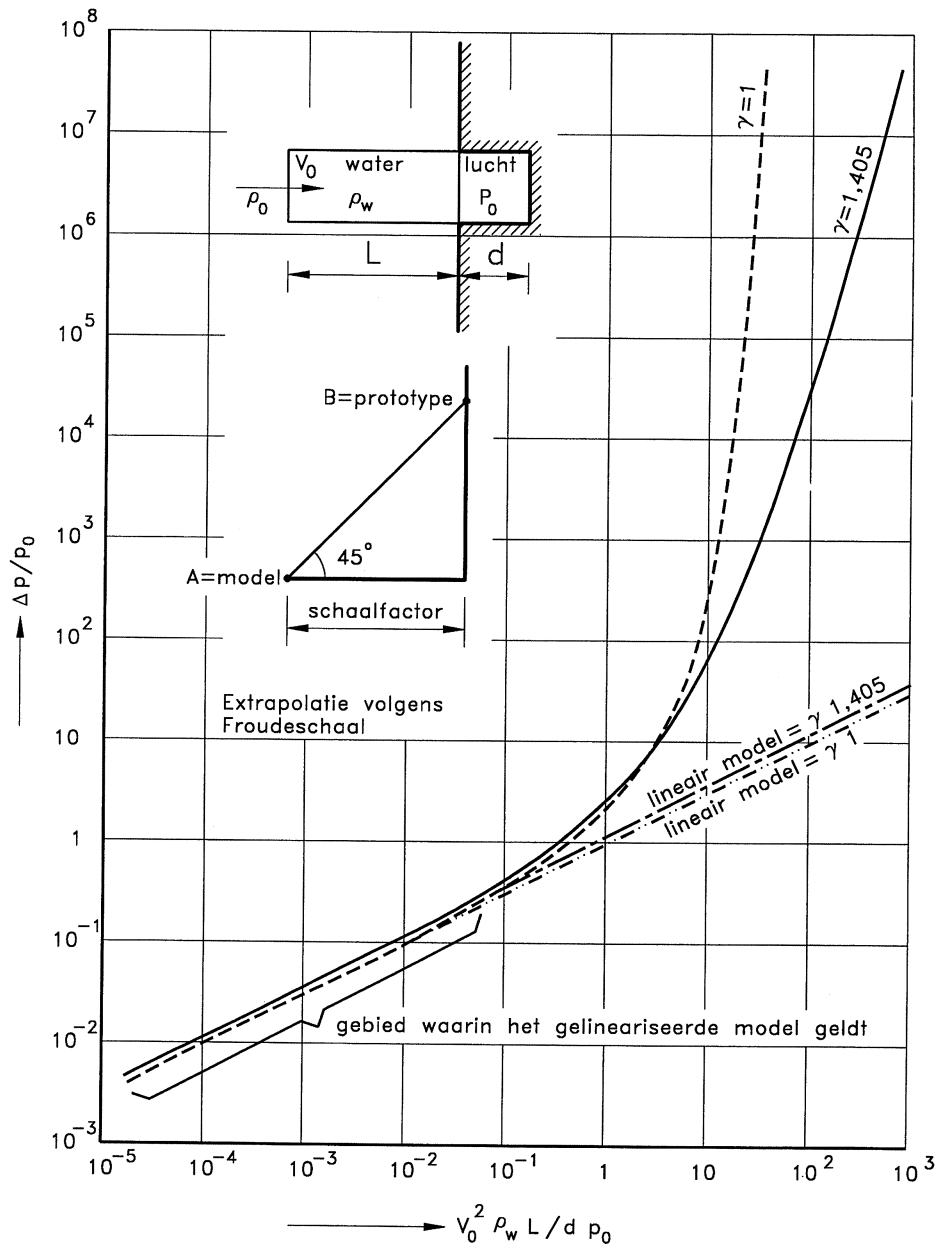
$$p(d-x)^\gamma = \text{constant} = p_0 d^\gamma$$

Deze twee vergelijkingen leiden tot de energie benodigd om van zuigerlengte d naar d_1 te komen. Maar ook is d_1 weer eenduidig gekoppeld aan de druk. Door voor deze druk p_{\max} te nemen wordt Vergelijking C4.32 verkregen.

Gelijkstellen van E_{kin} aan E_{ver} geeft de impliciete vergelijking:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2dp_0}{\rho_w L(\gamma-1)} \left\{ \left(\frac{p_1}{p_0} + 1 \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + (\gamma-1) \left(\frac{p_1}{p_0} + 1 \right)^{-\frac{1}{\gamma}-\gamma} \right\}} \quad (\text{C4.33})$$

met: $p_1 = p_{\max} - p_0$



Figuur C4.4:
Grafische weergave van de Relaties C4.29 en C4.33
(het luchtcompressiemodel), uit Kolkman (1981/1992).

In Figuur C4.4, uit Kolkman (1981/1992), is de relatieve druk:

$$\frac{p_1}{p_0} \quad (C4.34)$$

als functie van de grootheid:

$$\frac{v_0^2 \rho_w L}{dp_0} \quad (C4.35)$$

uitgezet.

De initiële druk p_0 is daarbij gelijk aan de atmosferische druk p_{atm} .

Omdat de assen logaritmisch geschaald zijn, zal Relatie C4.29 voor het lineaire luchtcompressiemodel worden weergegeven door een rechte lijn onder een helling van 1:2. De lijn voor $\gamma = 1,405$ ligt een horizontale afstand $\log 1,405$ verschoven ten opzichte van de lijn $\gamma = 1$.

Relatie C4.33 levert in de grafiek gekromde lijnen op. Daar waar de lijnen van lineair model en niet-lineair model samenvallen, kan het eenvoudiger lineaire model worden toegepast.

De grootheden op de horizontale as van Figuur C4.2 en C4.4 hebben ongeveer een gelijke betekenis. In Figuur C4.2 staat de parameter $\frac{1-\alpha}{\alpha}$ voor de verhouding van het deel water ten opzichte van het deel lucht in het lucht-watermengsel. In Figuur C4.4 is de betekenis van $\frac{L}{d}$ in wezen dezelfde.

4.7 NUMERIEKE BEREKENING VAN HET DRUKVERLOOP BIJ EEN GOLFKLAP

In veel gevallen is het niet alleen belangrijk om de grootte van de klapdruk op de plaats waar het water de constructie treft te kennen, maar ook om het verloop van de druk in de vloeistof en langs de constructie te bepalen. Het gaat daarbij allereerst om de grootte van de totale belasting op de constructie. Maar ook kan de grootte van de drukgradiënt langs de constructie van belang zijn. Een voorbeeld hiervan is een steen in een stortstenen berm aan de voet van een verticale golfbreker: bij een golfklap tegen de golfbreker kan de steen, bij een steile drukgradiënt, een plotselinge grote kracht ondervinden, als gevolg waarvan de steen wordt verplaatst. De stabiliteit van de golfbreker kan dan uiteindelijk, bij meerdere verplaatste stenen, in gevaar komen. Bij de volgende beschouwing is het uitgangspunt dat de maximale klapdruk p_{max} al bekend is, maar dat het drukverloop nader bepaald moet worden.

Uitgaande van niet-compressibel water kan het drukverloop worden berekend uit de volgende Laplacevergelijking (WL-rapport M1504):

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{C4.36})$$

Dit is een soortgelijke vergelijking als die waarmee ook de toegevoegde water-massa wordt bepaald die bepalend is voor de golfklap zoals besproken in Paragraaf 4.2.

De aanname dat het water niet compressibel is, dus dat drukveranderingen door de gehele vloeistof momentaan, zonder faseverschillen optreden, is gerechtvaardigd wanneer de looptijd van de compressiegolf langs de constructie klein is ten opzichte van de klapduur.

Op de randen worden de volgende voorwaarden opgelegd:

- vaste wanden: $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$; n = normaalrichting (Neumannconditie)
 vrije waterspiegel: $p = 0$ (Dirichletconditie)
 vloeistofrand: p gaat naar 0 op oneindig
 klappoppervlak: $p = p_{\max}$ in het druk-tijddiagram.

4.8 EXTRAPOLATIE VAN RESULTATEN UIT EEN SCHAALMODEL NAAR PROTOTYPEWAARDEN

Deze paragraaf over extrapolatie van modelresultaten van golfklappen is in dit hoofdstuk over rekenmethoden opgenomen omdat hij aansluit op de voorgaande paragrafen en omdat rekenmethoden en onderzoek in een schaalmodel toch meestal gelijktijdig toegepast zullen worden. In Hoofdstuk 5, waarin schaalmodellen worden behandeld, wordt uiteraard, in relatie tot schaaleardeffecten in meer uitgebreide zin, ook naar deze paragraaf verwezen.

- De rekenmodellen als behandeld in de Paragrafen 4.3 t/m 4.6 zijn alleen te hanteren als een aantal grootheden bekend is. Voor de diverse rekenmodellen zijn dit:
- Schokgolf zonder lucht (lineair) (vgl. C4.11): ρ_w, K_w (die samen c_w geven), v_0
 - Idem met compressibele wand (vgl. C4.14): $\rho_w, \rho_c, c_w, c_c, v_0$
 - Schokgolf met lucht (lineair) (vgl. C4.12): $\rho_w, c_w, \alpha, \gamma, p_0, K_w, K_p, v_0$
 - Schokgolf met lucht (niet-lineair) (vgl. C4.20): $\rho_w, \alpha, \gamma, p_0, v_0$
 - Stromingsdruk (vgl. C4.23): ρ_w, v_0 , slamming-coëfficiënt
 - Luchtcompressie (lineair) (vgl. C4.29): $\rho_w, d, L, \gamma, p_0, v_0$
 - Luchtcompressie (niet-lineair) (vgl. C4.33): $\rho_w, d, L, \gamma, p_0, v_0$

Dit betekent in de praktijk dat eerst een keuze van het rekenmodel gemaakt moet worden en dat daarnaast nog vele gegevens bekend moeten zijn voordat de golfklapdruk berekend kan worden. Voor alle berekeningen moet de snelheid van het aankomende golf-front bekend zijn; hiervoor is gebruik van een schaalmodelonderzoek onontbeerlijk.

Bij gebruik van een schaalmodel ligt het voor de hand ook de golfdruk te meten. Met uitzondering van het stromingsdrukmodel geeft geen van de rekenmodellen aanleiding te veronderstellen dat de golfdruk via de Froudeschaal of via een andere eenvoudige schaalregel naar het prototype vertaald mag worden. Ook komen bij een onderzoek in een schaalmodel geen aanvullende gegevens beschikbaar om berekeningen betrouwbaar(der) te kunnen uitvoeren.

Zonder dat meteen naar het eindantwoord gezocht wordt, kan wel een gevoeligheidsanalyse worden uitgevoerd, waarbij de kwalitatieve invloed van de diverse parameters op de klapdruk kan worden nagegaan.

Hierbij mag verondersteld worden dat vlak voordat in een schaalmodel de golfklap optreedt de geometrie van de golf en de snelheid van het golffront min of meer goed worden weergegeven (hetgeen wat betreft de gedetailleerde geometrie van het golffront niet geheel juist hoeft te zijn). Nu wordt in het model een golfklap gemeten waarbij alle hierboven genoemde factoren een zekere rol spelen. Er kan voor elk van de in de vorige paragrafen beschreven rekenmodellen worden nagegaan hoe de schaling van de klap is, als we aannemen dat ρ_w , α , γ , c_w en p_0 niet veranderen. Vervolgens kan dan weer kwalitatief de invloed van mogelijke afwijkingen van laatstgenoemde factoren worden bepaald.

Als voorbeeld kan dienen het niet-lineaire compressiemodel waarvan de resultaten in Figuur C4.4 zijn samengevat. Als we aannemen dat de lengtematen d en L op lengteschaal zijn weergegeven, ρ_w en p_0 niet veranderen en de watersnelheid in het kwadraat, v_0^2 , volgens de lengteschaal is gereduceerd, dan betekent vertaling van de modelwaarden van de grootte op de horizontale as naar prototype dat deze grootte volgens de lengteschaal toeneemt. Volgens de Froudeschaal (overeenkomend met wat met het stromingsdrukmodel wordt gevonden), waarbij alle drukken zich op lengteschaal vertalen, zou ook de golfklapdruk met de lengteschaal moeten toenemen. Zie Hoofdstuk 5 en Appendix II voor de betekenis van een model op Froudeschaal. Echter, er is een in het model gemeten waarde van de golfdruk, dat wil zeggen de waarde op de verticale as is wat het schaalmodel betreft bekend. Dus is ook de waarde van de parameter op de horizontale as af te lezen. Nu is ook de waarde van de parameter op de horizontale as in prototype te berekenen, waaruit dan weer de klapgrootte in prototype volgt. Het is dus bij deze methode niet nodig eerst de lengte van de waterkolom, L , en die van de luchtkolom, d , te kennen. Volgen we nu één van de lijnen in Figuur C4.4, dan zien we dat voor niet te grote golfdrukken in het model (in een 1:20 schaalmodel zijn eigenlijk nooit drukken gemeten groter dan 0,2 atmosfeer) de lijn (veel) minder steil loopt dan de helling 1/1 zoals die bij een extrapolatie op Froudeschaal geweest zou zijn.

In Figuur C4.2 is ook voor het niet-lineaire schokgolfmodel de Vergelijking C4.20 grafisch weergegeven. De resultaten geven voor de golfklapdruk globaal hetzelfde verloop te zien als in Figuur C4.4: voor de orde van grootte van drukken als in een model gemeten geeft de vertaling naar prototype ook weer een veel minder steil oplopende lijn dan 1/1.

Nadat dit soort berekeningen is uitgevoerd, is het uiteraard nog mogelijk om kwalitatief de invloed van wijzigingen in de waarden van γ en α na te gaan. Het is waarschijnlijk dat in het prototype de luchtbelletjes relatief kleiner zijn dan in een model waardoor meer warmte-uitwisseling met het omgevingswater plaatsvindt,

zodat de adiabatische constante, γ , meer de waarde 1 benadert. Ook is het waarschijnlijk dat het luchtgehalte in prototype groter is dan in een schaalmodel.

Kolkman (1981/1992) heeft een dergelijke schatting ook gemaakt voor de andere rekenmodellen. Het resultaat is in onderstaande tabel weergegeven. De 'opschaling' naar prototypemetingen is uitgaande van bepaalde waarden van de golfdruk gemeten in een schaalmodel verricht. De in het model gemeten drukken en de berekende drukken in prototype zijn alle uitgedrukt in meters waterkolom (mwk).

gemeten in model		prototypewaarden		
	strom.druk	schokg.z.lucht	schokg.m.lucht	l.compr.mod
1 mwk	40 mwk	6,3 mwk	8,4 mwk	9 mwk
2	80	12,6	20	28
5	200	32	80	178

Wat bij dergelijke berekeningen steeds blijkt, is dat de opschaling volgens het stromingsdrukmodel (ventilated shocks) de grootste prototypewaarden oplevert. Het stromingsdrukmodel correspondeert met de Froudeschaal. Het is dus een veilige benadering om van Froudeschaling uit te gaan. Ook de kwalitatieve beschouwingen van de andere factoren leiden niet tot grotere drukken.

Conclusies:

Tenzij er duidelijke redenen zijn om hiervan af te wijken is de conclusie dat bij vertaling van een in een schaalmodel gemeten klapdruk naar prototype in het algemeen (veiligheidshalve) de Froudeschaalregel toegepast moet worden.

Een andere conclusie is dat golfklapberekeningen nog niet in de plaats kunnen komen van onderzoek in een schaalmodel. Wel zijn aanvullende berekeningen zinvol.

4.9 BEÏNVLOEDING KLAPBELASTING DOOR EEN RESPONDERENDE CONSTRUCTIE

Over het effect van de responderende constructie op de klapbelasting (terugkoppeling) is weinig bekend.

Zolang de constructie een enkelvoudig massaveersysteem is, zal het effect van een zeer kortdurende klap zijn dat de massa in beweging komt, waarbij de hoeveelheid van beweging mV gelijk is aan de impuls van de klap, I . De massa bestaat uit de massa van de 'constructie' en de toegevoegde watermassa. De toegevoegde watermassa bestaat uit de massa aan de zijde waar de golf vandaan komt plus, bij een constructie die geheel in het water staat, de massa achter de constructie. Hoe groter de toegevoegde massa is, des te kleiner de veerbelasting wordt. Dat is als volgt in te zien. Theoretisch is de responsie van de constructie op een kortdurende belasting een ongedempte trilling, waarbij de beginsnelheid gelijk is aan $Y\omega_n$, met Y = trillingsamplitude en ω_n = eigen(hoek)frequentie van de constructie. Wordt de totale massa bijvoorbeeld twee maal groter, dan wordt, bij dezelfde zeer kort durende belasting, de beginsnelheid, en dus ook $Y\omega_n$, een factor twee lager, terwijl ω_n met de wortel uit

de massa lager wordt (Vergelijking C3.27). Hieruit is eenvoudig af te leiden dat bij een twee maal grotere massa de amplitude van de trilling evenredig met de wortel uit de totale massa afneemt.

Bij de berekening van de drukken, ten gevolge van de golfklap plus die ten gevolge van de toegevoegde watermassa aan de voorkant, ontstaat door de responsie van de constructie een verminderde totaaldruk.

Bij onderzoek aan de spuisluizen in het Haringvliet is gevonden (overigens niet vermeld in WL-rapport M399) dat de toegevoegde watermassa aan de golfzijde van de constructie berekend moet worden met de waterstand behorend bij de golfhoogte na de klap. Dit is de waterstand die na de klap nog een korte tijd een zekere drukverhoging geeft (ten opzichte van de ongestoorde situatie), zie Deel B, Figuur B5.2.

Er zijn aanwijzingen uit fysisch modelonderzoek (Witte, 1988) dat er ook een andersoortige invloed van het terugwijken van de constructie mogelijk is.

Bij statistisch bewerkte metingen bij één bepaalde golfsituatie en gevarieerde stijfheid van een wand is gevonden dat bij een elastische wand de lagere drukpieken tot 25% verlagen (vergeleken met waarnemingen bij een stijve wand), terwijl de hoge piekwaarden niet verlagen. Bij de stijve wand is bovendien gevonden dat de lagere drukpieken samengaan met een langere stijgtijd. Uit deze twee gegevens zou, als de duur en het verloop van de klap steeds dezelfde zijn, te concluderen zijn dat verlagings van piekwaarden optreedt als de verhouding van klapduur τ en eigentrillingstijd T van de constructie voldoende groot is. Dat is dus het geval van een (relatief) langduurende klap en/of een stijve constructie. Dit resultaat is daarom minder waarschijnlijk, omdat dit zou betekenen dat een stijver model meer afwijkt van een volledig stijve constructie dan een slapper model.

Een meer plausible verklaring is dat bij de hogere drukwaarden, waarbij het waterfront sneller naar de wand toe komt, de lucht moeilijker weg kan, zodat er dan meer (compressibele) lucht ingesloten is, waardoor de stijfheid van de constructie zelf bij de hogere klapdrukken minder effect heeft.

Miller (1980) heeft in plaats van de momentane druk direct de naar de tijd geïntegreerde druk geregistreerd; dit is een maat voor de lokaal werkende impulsbelasting:

$$P = \int_0^{\tau} p(t) dt \quad (C4.37)$$

met τ = klapduur, die onbekend blijft. Deze aanpak lijkt zinvol als bekend is dat de eigentrillingstijd van de gehele constructie of van het betreffende onderdeel lang is ten opzichte van de tijdsduur van de klap. Als dit niet zo is, dan moet ook het drukverloop worden gemeten.

Voor zover bekend is het effect van de terugwijkende (doorbuigende) constructie op de klapbelasting nog niet rekenkundig benaderd. Het effect zal sterk afhangen van het type klap. Het probleem bij een gegeven werkelijke constructie is bovendien dat deze vele graden van vrijheid heeft en dat bijvoorbeeld ook de doorbuigingsstijfheid van de beplating van een schuif al belangrijk is.

Het effect van inwendig materiaal (dit wil zeggen van een compressibele constructie) is, onder aanname dat het schokgolffmodel geldig is, via de geluidssnelheid mee te nemen, zie Paragraaf 4.3.3.

Bij het onderzoek van de schuiven voor de spuisluis in de Eiderdam (WL-rapport M915) zijn op magneetband geregistreerde golfklappen via lineaire filters, die equivalent aan het gedrag van een massaveersysteem werden ingesteld, nog eens opnieuw geregistreerd. Hiermee kon, naast een statistische analyse van de piekbelasting en de impulswaarden van de klappen, ook een statistische analyse van de responsie van bepaalde onderdelen van de schuiven worden gemaakt.

5 SCHAALMODELLEN

5.1 INLEIDING

5.1.1 ALGEMEEN

Een schaalmodel wordt gebouwd om inzicht te verkrijgen in processen die zich in prototype voordoen. Het kunnen watermodellen zijn en constructieve modellen, al dan niet gecombineerd met andere elementen als zout/zoet water, sediment en bodemeigenschappen. Bij trillingsonderzoek en onderzoek naar de responsie op golfklappen wordt gezocht naar een combinatie van een watermodel en een constructief model.

Om een eenduidig verband te verkrijgen tussen eigenschappen in model en prototype moet aan drie voorwaarden worden voldaan:

- Geometrische gelijkvormigheid; dit wil zeggen dat alle lengtematen in dezelfde mate geschaald zijn. De geometrie betreft de omgeving, de constructie en de ligging van de waterspiegel(s).
- Kinematische gelijkvormigheid; dit wil zeggen dat alle snelheden in het model op dezelfde schaal gereduceerd zijn ten opzichte van de corresponderende snelheden in het prototype. Als de lengteschaal en de snelheidsschaal gegeven zijn, ligt de tijdschaal vast.
- Dynamische gelijkvormigheid; dit wil zeggen dat alle krachten in het model ten opzichte van het prototype volgens dezelfde krachtenschaal zijn gereduceerd.

Aan alle eisen moet gelijktijdig worden voldaan.

Schaalregels voor *hydro-elastische modellen* (dat zijn schaalmodellen waarbij simultaan het stromingsgedrag en het dynamische gedrag van de constructie worden gemodelleerd) worden verkregen door de dynamische vergelijkingen van stromend water en van de constructie te toetsen op dynamische gelijkvormigheid bij een vooronderstelde geometrische en kinematische gelijkvormigheid. Het blijkt dat niet aan de voorwaarde kan worden voldaan dat alle termen gelijktijdig volgens dezelfde schaal reduceren. Bepaalde termen in de vergelijkingen zullen verwaarloosbaar klein moeten zijn om toch reproductie in een schaalmodel mogelijk te maken.

Welke termen van de dynamische vergelijkingen wel of niet geschaald moeten worden, hangt af van de vraag welke verschijnselen in het model gereproduceerd moeten worden. De termen die het belangrijkst zijn, leveren de zogenaamde schaalregels op. De weggelaten termen leiden, indien ze niet klein genoeg zijn om verwaarloosd te kunnen worden, tot schaaffecten.

Zijn de schaalregels eenmaal vastgesteld, dan liggen daarmee ook vast de lengteschaal (en dus ook de schaal van de trillingsamplitude en van andere vervormingen), de snelheidsschaal van het water en van de trillingen, de tijdschaal en de schaal van de krachten en de drukken. Hiermee kunnen alle gegevens die via metingen in het model verkregen zijn, vertaald worden naar prototypewaarden. De schaal wordt gedefinieerd als de verhouding tussen de overeenkomende waarden in prototype en model. Een model op (lengte)schaal 25 is dus in lengte, breedte en hoogte 25 maal kleiner dan in werkelijkheid.

Schaaleffecten zijn via de vergelijkingen niet te kwantificeren omdat modelonderzoek juist wordt gedaan voor die gevallen waarvoor de vergelijkingen niet tot een oplossing kunnen worden gebracht. Wel kunnen via de vergelijkingen zogenaamde kentallen worden afgeleid die representatief zijn voor de schaalregels en voor de schaaffecten. Hoe groot of hoe klein deze getallen moeten zijn om geen belangrijke schaaffecten meer te geven, kan alleen empirisch worden vastgesteld.

Het schaalmodel heeft naast schaaffecten ook andere 'fouten' en beperkingen. Zo geeft het maar een stukje van de werkelijkheid weer. Ook is de geometrie, voor zover het een toekomstige situatie betreft, niet altijd volledig bekend; te denken valt aan de bodemligging van een rivier. Deze fouten worden modeffecten genoemd, ter onderscheiding van de hiervoor genoemde schaaffecten.

Dit hoofdstuk is als volgt ingedeeld. In Paragraaf 5.2 worden de schaalregels samengevat voor schaalmodellen ten behoeve van trillings- en golfklaponderzoek (zie vooral de conclusies 1 t/m 6) en worden mogelijke schaaffecten besproken. De afleiding van de schaalregels is te vinden in Appendix II. In Paragraaf 5.3 wordt een overzicht gegeven van de typen schaalmodellen die worden toegepast. In Paragraaf 5.4 worden de kritieke punten behandeld die mogelijk aanleiding kunnen geven tot fouten. Paragraaf 5.5 bevat informatie over verificatiemetingen. In Paragraaf 5.6 en 5.7 wordt nader ingegaan op het meetsysteem, de gegevensverwerking en de bewerking van meetresultaten.

5.1.2 STRATEGIE VOOR EEN PROJECTGEBONDEN ONDERZOEK

De strategie van onderzoek is sterk variabel. Zij varieert met de 'zwaarte' van het project, de mate van bekendheid van en ervaring met het type constructie en met risico's die met falen gemoeid zijn. Bovendien spelen in belangrijke mate mee de beschikbare kennis, middelen van onderzoek, tijd en geld. Zijn er weinig mogelijkheden voor onderzoek, dan zal worden teruggegrepen op een bekend ontwerp en zullen conservatieve ontwerpaannamen moeten worden gedaan.

In een onderzoek kunnen een paar fasen worden onderscheiden:

- a. Brainstormfase met als doel alle problemen en belangrijke ontwerpaspecten te kennen.
- b. Systematisch genereren van varianten die getoetst worden bij een grote variatie van omstandigheden.
- c. Verificatie van het gekozen ontwerp.

In *fase a* zal een schaalmodel een belangrijk hulpmiddel zijn.

Betreft het een rechte schuif of een slank lichaam dat dwars wordt aangestroomd, dan zal een tweedimensionaal model geplaatst in een (smalle) goot voldoende zijn. Wel zal het model in meerdere richtingen moeten kunnen bewegen (trillen). Varieert de vorm van de schuif of de staaf over de lengte, dan moet overwogen worden in het tweedimensionale model meerdere doorsneden te onderzoeken (zie Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.3b).

Zijn er koppelingen tussen trillingsvormen of trillingsrichtingen te verwachten, dan zal ook dit in het model mogelijk moeten zijn (Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.6a).

Wordt een vormgeving bestudeerd waarbij een grote invloed van het Reynolds-getal is te verwachten, dan zal in het eerste stadium al een ruim gedimensioneerd model worden toegepast (Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.1a).

Is het stroombeeld sterk driedimensionaal, dan zal ook al in de brainstormfase een meer compleet model moeten worden toegepast (Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.5a en 6.7a).

Voor golfklaponderzoek kan in deze fase worden volstaan met een star model waar drukken of krachten worden gemeten. Wel moet, ook bij een rechte schuif, rekening worden gehouden met scheef inlopende golven die in de hoeken bij pijler en landhoofd extra belasting kunnen geven.

Bij trillingsonderzoek wordt, om snel een variatie aan omstandigheden te kunnen doormeten, gebruik gemaakt van langzaam maar continu variërende waterspiegels, waarbij trillingen doorlopend worden geregistreerd. Hieruit worden de kritieke omstandigheden bepaald die in fase b worden aangehouden.

In *fase b* zal gezorgd moeten worden voor een grote efficiency. Indien uit fase a voldoende inzicht is verkregen in de wijze van trillen, kan getracht worden een berekeningsmethode te ontwikkelen waardoor het gebruik van een schaalmodel gereduceerd wordt tot een 'leverancier van coëfficiënten' (Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.5a). Indien toch in een schaalmodel trillingsonderzoek moet worden gedaan kan wellicht worden volstaan met onderzoek in een tweedimensionaal model aan slechts één trillingsvorm. Bij het optimaliseren van de vorm van de constructie wordt het onderzoek beperkt tot een aantal in fase a bepaalde kritieke omstandigheden. In een dergelijk tweedimensionaal model kan de vormgeving vrij gemakkelijk worden gewijzigd.

In *fase c* zal bij voorkeur een zo volledig mogelijk schaalmodel worden gebruikt. Soms zal dit weer hetzelfde model zijn als gebruikt in fase a (Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.5a en 6.7a).

Deze controlefase is belangrijk omdat het onderzoek in fase b uitgaat van bepaalde van tevoren vastgestelde mechanismen van trillingen bij een beperkt aantal omstandigheden; dus is er in het algemeen sprake van onvolledigheid.

Als er van de constructie al een eindige-elementenberekening is uitgevoerd, wordt het ontwerp van een volledig elastisch model vergemakkelijkt. Dat geldt ook voor de interpretatie van metingen.

De praktijk kan afwijken van het voorgaande. Zo is een driedimensionaal schaalmodel vaak nog niet beschikbaar in fase a.

Doordat er meer bekend is over de (beperkte) invloed van elastische eigenschappen van de constructie, is er tegenwoordig een tendens om golfklaponderzoek alleen in starre modellen uit te voeren. In dat geval is het onderscheid in fasen a, b en c minder zinvol.

5.2 SCHAALREGELS EN SCHAALEFFECTEN BIJ ONDERZOEK NAAR TRILLINGEN EN GOLFBELASTINGEN

De afleiding van schaalregels en mogelijk optredende schaalears effecten worden uitvoerig behandeld in Appendix II. Hier worden alleen de conclusies weergegeven.

De afleiding van de schaalregels uit de hydrodynamische vergelijkingen en de dynamische vergelijkingen van de constructie leiden tot de noodzaak een aantal dimensieloze 'kentallen' in het model gelijk te maken aan die in het prototype.

Deze kentallen zijn:

Het Reynoldsgetal:

$$Re = \frac{VL}{\nu} \quad (C5.1)$$

Hierin is L een representatieve lengtemaat van de constructie, V de aanstroomsnelheid en ν de kinematische viscositeit van het water ($\nu = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ voor water van 14°C). Het Reynoldsgetal is de verhouding tussen de stromingsdruk (ρV^2) en de viskeuze schuifspanning in het stromende water.

Het Webergetal:

$$We = \frac{\rho L V^2}{\sigma} \quad (C5.2)$$

Hierin is ρ de dichtheid van het water ($1000 \text{ kg}/\text{m}^3$) en σ de oppervlaktespanning (bij water-lucht geldt $\sigma = 0,077 \text{ N}/\text{m}$). Het Webergetal is de verhouding tussen de stromingsdruk en de druksprong die de oppervlaktespanning geeft bij een gekromd wateroppervlak.

Het Froudegetal:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}} \quad (C5.3)$$

Het kwadraat van het Froudegetal geeft de verhouding tussen de stromingsdruk en de drukverschillen door verschil in hydrostatische druk bij een sprong of een verloop in de waterspiegel bij geometrische gelijkvormigheid.

Het massagetal:

$$Ma = \frac{m}{\rho L^3} \quad (C5.4)$$

Hierin is m de massa van de constructie of van een constructiedeel. Het massagetal kan beschouwd worden als de verhouding tussen de massa van de constructie en de toegevoegde watermassa; deze laatste is steeds evenredig aan ρL^3 .

Het Cauchygetal (betrokken op de veerstijfheid):

$$Ca_1 = \frac{k}{\rho V^2 L} \quad (C5.5)$$

Hierin is k de veerstijfheid van veren waarmee massa's gekoppeld zijn. Het Cauchygetal is de verhouding tussen de veerkracht bij een indrukking of uitrekking op lengteschaal en de kracht die de stromingsdruk op het voorwerp uitoefent.

Het Cauchygetal (betrokken op de elasticiteit van het materiaal):

$$Ca_2 = \frac{E}{\rho V^2} \quad (C5.6)$$

Hierin is E de elasticiteitsmodulus van het materiaal. Dit kentel geeft de materiaalspanning in verhouding tot de stromingsdruk bij een (in model en prototype) gelijk blijvende relatieve vervorming van het materiaal.

Het Strouhalgetal:

$$S = \frac{fL}{V} \quad (C5.7)$$

Hierin is f een frequentie (òf de excitatiefrequentie, òf de resonantiefrequentie). De eis van een gelijk blijvend Strouhalgetal volgt wat betreft de excitatiefrequentie eigenlijk direct uit de eis van kinematische gelijkvormigheid (daaruit volgt dat de tijdschaal gelijk is aan de lengteschaal gedeeld door de snelheidsschaal). Aan de eis van reproductie van het Strouhalgetal betrokken op de resonantiefrequentie wordt al voldaan als aan de eis van reproductie van het massagetel en het Cauchygetal is voldaan. Het Strouhalgetal is dus een afgeleide en hoort daarom eigenlijk niet thuis in deze reeks van kentallen.

Het dempingsgetal:

$$De = \frac{c}{\rho VL^2} \quad (C5.8)$$

Hierin is c de dempingscoëfficiënt van een massa-veer-dempersysteem. De dempingskracht bij een trillingssnelheid die op dezelfde wijze geschaald is als de watersnelheden, wordt hier gerelateerd aan de kracht ten gevolge van de stromingsdruk. Betreft het een continu-elastische constructie (waarbij de gehele constructie kan vervormen, dit in tegenstelling tot een gediscrètiseerd systeem met een aantal massa's en veren), dan vertaalt dit zich in de eis dat de relatieve demping, γ , in model en prototype gelijk moet zijn.

Aan de eis van simultane reproductie van al deze kentallen kan niet worden voldaan. Conflicterend zijn de simultane reproducties van het Reynolds-, het Weber- en het Froudegetal. Moet voor reproductie van het Froudegetal de snelheid in het model worden verlaagd met de wortel uit de lengteschaal, reproductie van het Reynoldsgetal levert bij een watermodel op dat juist met een, op lengteschaal, verhoogde snelheid gestroomd moet worden.

Het is lastig om een materiaal te vinden waarvan zowel de massa, de stijfheid als de demping goed is. Dit leidt tot compromissen in de schaalkeuze; soms wordt zelfs de geometrie van het model aangepast om betere elastische eigenschappen te verkrijgen.

Wordt gekozen voor reproductie van het Froudegetal (het model is op Froudeschaal), omdat de aanwezigheid en de vervorming van de vrije waterspiegel sterk bepalend zijn voor de te onderzoeken verschijnselen, dan moet aangetoond worden dat het foutieve Reynolds- en Webergetal geen grote fout geven. Dit is het geval als beide kentallen groot genoeg zijn, zowel in het prototype als in het model.

In een model geplaatst in een tunnel speelt de zwaartekracht geen rol; het Froudegetal behoeft dan niet te worden gereproduceerd en allerlei coëfficiënten kunnen worden bepaald als functie van het Reynoldsgetal. Het Webergetal is vooral gekoppeld aan verschijnselen met luchtbellen en cavitatie. Deze verschijnselen zijn echter zo complex, dat niet met een eenvoudig schaalmodel kan worden volstaan.

Hieronder volgen een aantal conclusies die zijn overgenomen uit Appendix II.

Conclusie 1:

Indien in het model de stromingsbegrenzings vastliggen (een model ingericht als een 'tunnelmodel'), dan zal de reproductie van het Reynoldsgetal mogelijk de watersnelheid in het model bepalen. De viscositeit, ν , is in model en prototype gelijk, want het is moeilijk om met een andere vloeistof dan water te stromen. De reproductie van het Reynoldsgetal betekent dat in het model de watersnelheid veel groter moet zijn dan in het prototype. Dit is vaak moeilijk te realiseren. Als de verwachting is dat de invloed van de viscositeit in het prototype gering is (dit is het geval bij waterbouwkundige constructies die slecht of niet gestroomlijnd zijn), dan kan in een model de stroomsnelheid vrij worden gekozen, mits ook daar het Reynoldsgetal niet onder een kritieke grens komt. Over deze kritieke grens, die afhangt van de vorm van de constructie, is veel literatuur beschikbaar.

Conclusie 2:

Bij een model met vrij wateroppervlak moet, als de stroming zo sterk is dat drukverschillen een belangrijke vervorming van de waterspiegel geven, het Froudegetal worden gereproduceerd. Dit geldt ook voor golven. Er moet dan wel worden voldaan aan de conditie dat ook in het model het Reynoldsgetal groot genoeg is.

Is het Froudegetal klein, zowel in prototype als in model, dan hoeft dit niet te worden gereproduceerd. Worden er in het model golfstudies verricht, dan moet het Froudegetal altijd worden gereproduceerd.

Een soortgelijke conditie als voor het Reynoldsgetal kan ook voor het Webergetal worden geformuleerd. Het Webergetal, $\rho LV^2/\sigma$, (met σ = oppervlaktespanning) heeft, mits groot genoeg, geen invloed. De invloed van de oppervlaktespanning is dat er een druksprong ontstaat tussen lucht en water die afhangt van de kromming van het wateroppervlak.

Conclusie 3:

Bij dynamische massa-verenmodellen is de schaling van de massa onafhankelijk van de gekozen snelheidsschaal. Het massagetal, $m/\rho L^3$, moet in het model dezelfde waarde hebben als in het prototype. Dus geldt:

$$n_m = n_\rho n_L^3$$

Hierin is n de schaalfactor, terwijl de index de grootheid weergeeft waarop deze betrekking heeft. n_L = lengteschaal, n_ρ = schaal van de dichtheid van het water. In het algemeen geldt bij schaalmodellen $n_\rho = 1$, omdat ook in het model met water wordt gestroomd.

Bij vrij te kiezen snelheidsschaal (vrij omstroomde voorwerpen, stroming in een tunnel etc.) zijn de schaal van de stroomsnelheid, n_v , en die van de veerstijfheid, n_k , aan elkaar gekoppeld via het Cauchygetal, $k/\rho V^2 L$.

Daaruit volgt:

$$n_k = n_\rho n_v^2 n_L$$

Het dempingsgetal moet ook worden gereproduceerd, waaruit volgt:

$$n_c = n_\rho n_v n_L^2$$

In de praktijk wordt (veiligheidshalve) veelal onderzoek gedaan in laaggedempte modellen. Omdat in het model ook de waterdemping kan worden gemeten, kan, als de werkelijke constructiedemping in prototype bekend zou zijn, ook de totale demping in prototype worden bepaald. In bepaalde gevallen, als ook het trillingsmechanisme bekend is, kan dan weer de invloed van een afwijkende demping op de gemeten trillingsamplitude worden verrekend.

In Deel A, Hoofdstuk 3 zijn beschouwingen gewijd aan de toegevoegde watermassa, waterstijfheid en waterdemping. Daar is gevonden dat de toegevoegde watermassa evenredig is met ρL^3 , de stromingsstijfheid met $\rho V^2 L$ en de stromingsdemping met $\rho V L^2$. De daaruit voortvloeiende modelwaarden komen overeen met de schaalfactoren die geformuleerd zijn voor de overeenkomstige mechanische eigenschappen.

Aan de eis dat de schaal van de resonantiefrequentie overeenkomt met de reproductie van het Strouhalgetal (betrokken op de resonantiefrequentie) wordt automatisch voldaan.

Conclusie 4:

Voor een model van een continu-elastische constructie is bij een vrij te kiezen snelheidsschaal de schaal van de elasticiteitsmodulus gelijk aan de schaal van de hydrodynamische drukken, en moeten de dichtheid en de dimensieloze demping van het constructiemateriaal gelijk zijn aan die in het prototype.

Dus:

$$n_E = n_p = n_\rho n_v^2$$

$$n_{\rho;\text{constr.}} = n_{\rho;\text{vloeistof}}$$

en

$$n_\gamma = 1$$

Om aan de laatste twee eisen te voldoen wordt bij de tunnelmodellen, waar er een vrije keuze is ten aanzien van de in te stellen stroomsnelheid, het model bij voorkeur van prototypemateriaal gebouwd, wat dan als consequentie heeft dat gestroomd wordt met snelheidsschaal 1 (windtunnelonderzoek naar vliegtuigtrillingen). Het voordeel van het toepassen van het prototypemateriaal voor een

model is dat ook de inwendige demping wordt gereproduceerd. De keuze van een ander materiaal is uiteraard ook mogelijk.

Omdat voldaan wordt aan de eis dat de rek wordt weergegeven op schaal één, kunnen rekken die in het model gemeten worden meteen dienen als prototype-waarden.

Conclusie 5:

Bij reproductie van het dynamische gedrag van constructies in modellen met water waarbij op Froudeschaal wordt gestroomd of gegolfd, moet in het ideale geval in het elastische model de elasticiteitsmodulus op lengteschaal worden gereproduceerd. Meer in het algemeen wordt dit geformuleerd als:

$$n_E = n_\rho n_g n_L$$

terwijl blijft gelden

$$n_{\rho;\text{constr.}} = n_{\rho;\text{vloeistof}}$$

en

$$n_\gamma = 1$$

Conclusie 6:

Bij continu-elastische schaalmodellen waarbij aan de Froudeschaal moet worden voldaan, is het pragmatisch om het model in kunststof uit te voeren, waarbij geaccepteerd wordt dat dit in het model tot een plaatdikte leidt die te groot wordt.

De schaal voor de dikte van de beplating wordt dan:

$$n_d = n_L^2 n_\rho n_g / n_E$$

Als geheugensteun hierbij kan dienen dat bij een geometrische reproductie van de plaatdikte de elasticiteitsmodulus van het modelmateriaal op lengteschaal verkleind zou moeten zijn. De factor waarmee de werkelijke elasticiteit van het modelmateriaal hiervan afwijkt, wordt gecompenseerd door de dikte met deze factor te corrigeren.

Indien (bij golfklaponderzoek) ook de beplatingsstijfheid goed moet zijn, krijgt de beplating een geringere dikte: er moeten dan aanvullend elders verstijvingen in het model worden aangebracht.

Schaaleffecten bij trillingsonderzoek

Wordt gekozen voor een model waarbij het Froudegetal wordt gereproduceerd, dan hebben de met de gekozen schaalregels samenhangende schaaleardeffecten in de eerste plaats betrekking op het niet juist reproduceren van het Reynoldsgetal en het Webergetal. In het algemeen geldt dat, als het Reynolds- en Webergetal ook in het model groot genoeg zijn, deze weinig of geen schaaleardeffecten zullen geven. Hoe groot deze kentallen dan moeten zijn, kan bijvoorbeeld worden gekwantificeerd aan de hand van literatuur over weerstandscoefficienten (als functie van Re) en aan de hand van berekeningen met betrekking tot de invloed van de kromming van de waterspiegel bij

golven en het gedrag van ingesloten luchtbellen met kleine diameter (zo is bijvoorbeeld de diameter van luchtbellen aan een maximum gebonden waardoor bellen uit elkaar spatten en de belldiameter in een schaalmodel zeker niet juist wordt geschaald).

Bij dynamische modellen is het lastig om in alle details aan de eis van geometrische reproductie te voldoen; de meetelementen en de ophanging mogen de stroming niet beïnvloeden en bij continu-elastische constructies is de te dikke beplating in het model een versturende factor. Ook elementen als rubber afdichtingsstrips, die in- en uitveren, zijn lastig te reproduceren.

De fout in de beplatingdikte maakt dat de buigingsstijfheid van de beplating ook niet goed wordt weergegeven. Hiervoor moet een compromisoplossing worden gevonden.

Een voorwaarde waaraan moeilijk voldaan kan worden is:

$$n_{\gamma}=1$$

In een tunnelmodel waarin het model van dezelfde materialen is gemaakt als het prototype, blijft γ gelijk omdat de demping een materiaalconstante is. Bij wrijvende delen, bij scharnieren of rubber afdichtingen is de demping niet automatisch op schaal. Bij elastische modellen van kunststof is de materiaaldemping te groot.

Ook in de demping ten gevolge van de vloeistof zijn schaaffecten te verwachten. Wat dit laatste betreft zal de demping wél op schaal zijn als deze het gevolg is van de sleepkracht van bijvoorbeeld liggers in turbulente stroming, maar niet als de viscositeit maatgevend is (bijvoorbeeld in geval van een plaat die in zijn vlak trilt: dan is de slipstroming namelijk afhankelijk van de grenslaagontwikkeling).

De demping is maatgevend bij de bepaling van de evenwichtsamplitude in geval van resonantie. In het algemeen zal echter bij het optreden van resonantie de vormgeving zodanig veranderd moeten worden dat er geen resonantie meer optreedt. Het model geeft, ook al is de demping niet geheel juist, wel een indicatie voor het al dan niet optreden van resonantie. Bij voorkeur is de demping in het model lager dan in prototype.

Indien er geen pure resonantie optreedt, is de demping van veel minder belang. Dit is in te zien door de responsiegrafiek van een enkelvoudig massaveersysteem te beschouwen (Deel A, Figuur A2.2). Ook is de responsie op niet zuiver periodieke excitatie (bijvoorbeeld ten gevolge van turbulentie) minder gevoelig voor de demping, omdat deze excitatie ook componenten met andere frequenties dan de resonantiefrequentie bevat.

De demping is van ondergeschikt belang bij de responsie op stootverschijnselen, daar de maximale amplitude kort na de klap optreedt, zodat er weinig energiedissipatie kan ontstaan.

Schaaffecten bij golfklaponderzoek

Zoals in Deel B is beschreven, ontstaan golfklappen als het water door aanwezigheid van de constructie plotseling afgeremd wordt. De hoeveelheid beweging die hierbij verloren gaat, is gekoppeld aan en wordt omgezet in de impuls waarde van de belasting (de over de tijd geïntegreerde grootte van de kracht). In een schaalmodel waarin het Froudegetal goed is weergegeven (en dit is voor onderzoek waarbij golven zijn betrokken noodzakelijk), wordt de impuls goed gereproduceerd.

De drukverdeling is echter in ruimte en tijd afhankelijk van de elastische eigenschappen van water, lucht en constructie. Maatgevend is die component die de kleinste stijfheid heeft.

In schaalmodellen kunnen niet alle elastische eigenschappen volledig worden weergegeven. Zie voor het effect van de foutieve stijfheid van de lucht op de golfklap zie Paragraaf 4.8, WL-rapport M1335 en Ramkema (1978).

Met betrekking tot de stijfheid van de constructie is het van belang op te merken dat ook bij continu-elastische modellen de lokale stijfheid van de beplating alleen is te reproduceren als hiervoor afzonderlijke maatregelen worden genomen. Zoals blijkt uit Conclusie 6, wordt normaal volstaan met een kunststof model waarbij voor beplating en liggers een te grote materiaaldikte wordt toegepast. Dit betekent dat de lokale buigingsstijfheid in verhouding te groot is.

Extra maatregelen om de beplatingsstijfheid goed te krijgen zijn genomen voor het model van de sectorschuiven van de buitenschuif van de spuisluizen in het Haringvliet (zie Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.8b). Dit is in het algemeen lastig te combineren met de reproductie van de stijfheid van de gehele constructie en vergt een aparte studie (zie Conclusie 6).

Om de stijfheid van de lucht in een model op Froudeschaal goed weer te geven zou in het model de compressibiliteit (en dus de initiële luchtdruk) op lengteschaal moeten worden gereduceerd. Dit is zo lastig te realiseren dat het tot nu toe niet algemeen wordt gedaan. Bovendien blijft het probleem van de kleine luchtbelletjes: daar spelen ook de oppervlaktespanning en de viscositeit nog een rol, en wel om verschillende redenen: de luchtdruk in de belletjes wijkt af van de omgevingsdruk (waardoor ook de compressibiliteit weer anders wordt) en de grootte en de stijgsnelheid van de belletjes worden niet gereproduceerd (waardoor de verdeling en de grootte van de belletjes ook afwijken). In WL-rapport M1057 staan proeven beschreven van golfklappen op een talud bij verlaagde luchtdruk. De resultaten waren niet systematisch verschillend ten opzichte van die voor de situatie met niet-verlaagde druk.

Volstaan wordt daarom veelal met een globaal onderzoek van golfklappen met gebruikmaking van een continu-elastisch model (responsie van de constructie als geheel) en een gedetailleerd onderzoek in een stijf model, waarbij de gemeten golfdrukken via speciale schaalbeschouwingen worden vertaald naar prototypewaarden. In Paragraaf 4.8 is aangegeven dat, veiligheidshalve, in het algemeen de in een model gemeten drukken ten gevolge van de golfklap volgens de Froudeschaling naar het prototype moeten worden vertaald.

Overige modeffecten

Naast schaaffecten zijn er nog een groot aantal factoren die bepalen of in een model de situatie goed wordt weergegeven. Te noemen zijn de nauwkeurigheid van de maatvoering, de grootte van het gebied dat gemodelleerd is, de manier waarop aan de rand water wordt ingebracht (stroomverdeling, stroomrichting, de mate van turbulentie) en golven worden opgewekt etc. Voorts kan ook nog de verstoring door meetinstrumenten van het stroombeeld of de te meten trillingen een rol spelen. Er zijn voor specifieke gevallen betreffende trillingsonderzoek foutenschattingen gemaakt van resultaten uit schaalmodellen (WL-rapport Q1140).

Bij trillings- en golfklaponderzoek komt daar nog de vraag bij of de golfvorm wel voldoende nauwkeurig tot in alle details wordt weergegeven.

5.3 INDELING IN CATEGORIEËN VAN SCHAALMODELLEN TEN BEHOEVE VAN TRILLINGS- EN GOLFKLAP-ONDERZOEK

In het volgende wordt met betrekking tot twee aspecten een indeling in categorieën gemaakt, namelijk betreffende de reproductie van de geometrie en betreffende de reproductie van de dynamische eigenschappen.

5.3.1 INDELING WAT BETREFT REPRODUCTIE VAN DE GEOMETRIE

Voordat de dynamische schaalmodellen kunnen worden geïntroduceerd, is het nodig om eerst een overzicht te hebben van de manieren waarop de geometrie van een constructie tezamen met haar omgeving kan worden gereproduceerd.

A. *Tunnelmodel*

Een tunnelmodel, waarbij een model van de constructie in een gesloten tunnel wordt opgesteld, kan betrekking hebben op een omstroomd voorwerp in ruim water, op een constructie die ook in prototype in een riool of in een tunnel geplaatst is, en op een constructiedeel dat zich zo diep onder water bevindt dat de waterspiegel niet gereproduceerd hoeft te worden. Tunnelmodellen worden bij waterbouwkundige constructies niet veel toegepast vanwege de slechte toegankelijkheid en de eis van waterdichtheid. Aspecten van een tunnelmodel zijn:

- In een tunnelmodel kan zowel een totale constructie worden onderzocht als een (tweedimensionale) sectie van een constructie.
- De aanwezigheid van tunnelwanden betekent dat vaak onvolledig aan de eis van geometrische reproductie wordt voldaan.
- In een tunnelmodel speelt de zwaartekracht geen rol; het model kan ook op zijn kant of op zijn kop worden gezet.
- Omdat de contour van de vloeistof niet vervormt en omdat de zwaartekracht geen invloed heeft op de stroming, kan de watersnelheid vrij worden gekozen. Het stroombeeld verandert daarbij niet, afgezien van mogelijke schaaffecten doordat het Reynoldsgetal te laag gekozen is. Alle stromingsdrukken en -krachten, zowel permanent als dynamisch, nemen evenredig met de gekozen schaal van de stromingsdruk, dus ρV^2 , toe of af.
- Later zal nog worden besproken dat het in een tunnelmodel op schaal reproduceren van de dynamische eigenschappen van een constructie zeer eenvoudig is, doordat de stroomsnelheid in het model aan de materiaaleigenschappen van de constructie kan worden aangepast in plaats van andersom.

Bij een geometrisch model dat gemaakt is van prototypemateriaal zijn, indien gestroomd wordt met een snelheid gelijk aan de prototypewaarde, ook alle dynamische eigenschappen (dus veer stijfheid en massa) in het model goed. Het resultaat is dat de tijdschaal gelijk is aan de lengteschaal. Het Reynoldsgetal wordt hierbij overigens niet gereproduceerd.

- In een tunnelmodel kunnen de drukken worden verlaagd, waardoor in het model ook cavitatie opgewekt kan worden. Dit houdt overigens niet in dat cavitatie en erosie ten gevolge van cavitatie precies op schaal worden gereproduceerd. Cavitatie valt verder buiten het bestek van dit boek.
- Alleen in een tunnelmodel kunnen de snelheden zo hoog worden opgevoerd dat in een schaalmodel soms prototypewaarden van het Reynoldsgetal kunnen worden bereikt, althans benaderd.
- Zolang in het model alleen stroomsnelheden, drukken en krachten worden gemeten en geen trillingen, kan ook een windtunnel gebruikt worden voor de studie van waterproblemen of kan een watermodel worden gebruikt voor de studie van luchtstromingen. Om in een model hoge Reynoldsgetallen te bereiken staan zodoende ook de speciale windtunnelfaciliteiten met hoge stroomsnelheid ter beschikking. Zie ook Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.1a.
- Indien er trillingen ten gevolge van waterstroming worden bestudeerd, is het gebruik van windtunnels niet aan te bevelen. Omdat de relatie $\rho_{\text{constr.}}/\rho_{\text{vloeistof}}$ niet goed is, worden interactieverschijnselen zeer onvolledig gereproduceerd.
- Een model met vrij wateroppervlak en lage stroomsnelheid kan ook als een soort tunnelmodel fungeren. De waterspiegel is dan nagenoeg vlak en kan als een vlakke tunnelwand worden beschouwd. In een dergelijk 'tunnelmodel' is het grootste nadeel dat normaal aan een tunnelmodel kleeft, namelijk de slechte toegankelijkheid, ondervangen. Zo kan een spleetstroming onder een schuif worden bekeken in een model op zijn kant; de vrije waterspiegel is dan een wand van het sectiemodel.
Door de hierboven genoemde mogelijkheden wordt een dergelijk 'watertunnelmodel met vrije waterspiegel' vaak gebruikt in het stadium van een voorontwerp. Het betreft dan geen dynamisch model. Door de eis van lage snelheden zijn echter ook de Reynoldsgetallen erg laag.

B. *Sectiemodellen*

Dit zijn tunnel- of gootmodellen die tweedimensionaal zijn. In een goot met vrije waterspiegel en een verval over de constructie wordt, bij reproductie van het verval op lengteschaal, automatisch gestroomd op Froudeschaal. Hierbij wordt het Froudegetal gereproduceerd (Vergelijking C5.3). Bij klein verval en dus lage Froudegetallen hoeft dit niet; er is dan een zekere parallel met het tunnelmodel, en de snelheidsschaal kan, mits het verval ook in het model klein blijft, nog vrij worden gekozen. Een model op Froudeschaal is zonder meer geschikt voor onderzoek met golven.

Sectiemodellen worden zeer veel toegepast. Doordat het aantal geometrische parameters ten opzichte van een driedimensionale werkelijkheid sterk gereduceerd is, kunnen de resterende parameters systematisch worden gevarieerd.

Deze modellen kunnen dienen voor spuurwerk (zie Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.3c), maar ze worden ook veel toegepast in de ontwerpfase van een project ten behoeve van dimensionering en vormgeving van de doorsnede van de constructie of van details (Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.3a en 6.3b).

Ook worden sectiemodellen gebruikt voor het bepalen van coëfficiënten voor een rekenmodel.

C. *Driedimensionaal overzichtsmodel of detailmodel*

Dit type model heeft het voordeel van een zeer volledige reproductie van de werkelijkheid. Het nadeel, in vergelijking met een sectiemodel, kunnen de benodigde

ruimte en andere voorzieningen zijn, alsmede de grote bewerkelijkheid bij bouwen en onderzoek. Ook de toegankelijkheid (denk bijvoorbeeld aan het plaatsen van meetinstrumenten) kan een beperkende factor zijn. In een driedimensionaal model is het lastig om het stroombeeld te visualiseren. Lastig is ook de reproductie van een riool of een tunnel met schuiven, die dynamisch moeten worden beproefd. Vandaar dat vaak een combinatie gezocht wordt met een tweedimensionaal model of driedimensionaal model tezamen met een rekenmodel. Toch is er ook dan meestal een driedimensionaal overzichtsmodel als eindcontrole van het ontwerp.

Voor dynamisch onderzoek worden alle drie de typen schaalmodel die hierboven zijn genoemd toegepast.

5.3.2 INDELING WAT BETREFT REPRODUCTIE VAN DYNAMISCHE EIGENSCHAPPEN

De reproductie van dynamische eigenschappen kan op verschillende manieren worden gerealiseerd. Met oplopende complexiteit worden de volgende typen modellen gebruikt:

- a. *Star model*, waarin krachten en drukken worden gemeten. Essentieel voor het meten van krachten is dat de resonantiefrequentie (die bepaald wordt door de stijfheid van de krachtmeter, de massa van het model en de toegevoegde watermassa), hoog genoeg is ten opzichte van het frequentiegebied waarin men geïnteresseerd is. Dit laatste verschilt per geval. De druk- en krachtmetingen geven op zich geen volledige informatie ten aanzien van te verwachten trillingen. Over zelfexcitatie kan niets worden vastgesteld; deze is pas te bepalen als de constructie ook werkelijk trilt. Toch wordt het starre model, vanwege de eenvoud, vaak toegepast. Het beste is als de toepassing plaatsvindt in combinatie met werkelijke trillingsmodellen (zoals in Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.1a).

Voor golfklaponderzoek is een star model adequaat, in die zin dat de gemeten drukken en krachten nauwelijks beïnvloed worden door elastisch gedrag van de constructie. Wel zijn er problemen wat betreft schaaleffecten (samendrukbaarheid van water en lucht, zie ook Paragraaf 4.8) en vertaling van gemeten drukken naar de ruimtelijke verdeling van materiaalspanningen (zie ook Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.2a en 6.2b).

- b. *Enkelvoudig massaveermodel*: dit is een stijf model dat elastisch is opgehangen met één graad van vrijheid (trillingsrichting), waarbij de richting van trillen wel kan worden gevarieerd. De veerstijfheid kan ook worden gevarieerd.

Binnen dit type model zijn nog te onderscheiden:

- Een model waarin massa en veerstijfheid zo goed mogelijk zijn gereproduceerd.
 - Een model waarbij massa en veerstijfheid te groot zijn, maar de resonantiefrequentie goed is. Hiermee kunnen een aantal belangrijke typen trilling toch nog worden onderzocht (zelfexcitatie, resonantietrillingen), terwijl ook de toegevoegde watermassa, waterdemping en waterstijfheid bepaald kunnen worden.
- c. *Actief geëxciteerd model*: dit is een stijf model opgehangen aan een excitorator. Het wordt alleen toegepast bij meer algemeen (niet-projectgebonden) onderzoek.

Men kan er coëfficiënten mee bepalen waarmee complete trillingsberekeningen kunnen worden uitgevoerd.

d. *Meervoudig massaveermodel*, te onderscheiden in:

- Een model met één enkele massa maar met meerdere veren, waarin twee of meerdere trillingsbewegingen, elk met één bewegingsmogelijkheid (bijvoorbeeld in één vlak translatie en rotatie), gelijktijdig kunnen optreden (onderzoek naar interacties). Essentieel is dat elke vrijheidsgraad ontkoppeld is van de andere, zodat mogelijk voor elk van deze vrijheidsgraden de veerstijfheid onafhankelijk kan worden ingesteld zonder dat er overspraak van belastingen is. Ook de drijvende deur als in Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.5a valt in deze categorie.
- Een model vrij opgehangen in veren, waarbij het model vrij kan trillen in de drie bewegingsrichtingen in het platte vlak. Doordat hier niet de eis van ont koppeling is gesteld, is van tevoren niet te schatten welke trillingsvormen zullen ontstaan (zie Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.6a).
- Een model met meerdere massa's en veren.
Het eerste type heeft als voordeel, mits van tevoren alle relevante trillingsfrequenties en de trillingsvormen bepaald zijn, dat het onderzoek betrekking heeft op steeds één interactieverschijnsel tegelijk.
Bij het tweede en derde type kunnen nog verrassende ontdekkingen worden gedaan wat betreft mechanismen van trillingsexcitatie die niet bekend waren. Toch is dan de kwantitatieve vertaling naar het prototype niet altijd mogelijk.

e. *Continu-elastisch model* van een continu-elastisch prototype.

Het betreft hier modellen waarbij de stijfheid en de massa van niet alleen het geheel, maar ook van alle onderdelen afzonderlijk (liggers en beplating) zo goed mogelijk in model worden gebracht. Doordat in dit type model geometrie en stijfheid volledig aan elkaar gekoppeld zijn, moet het ontwerp van de te maken constructie al goeddeels bekend zijn voordat het model gebouwd kan worden. Een dergelijk model wordt dan ook meestal toegepast als eindcontrole, nadat in de ontwerpfase onderzoek in een sectiemodel is verricht. Voorbeelden van continu-elastische modellen worden gegeven in Hoofdstuk 6, Paragraaf 6.7 en 6.8.

Met bovenstaande opsomming wordt niet bereikt dat een keuze gemaakt kan worden wat in een concreet geval gedaan moet worden. Daarover kunnen slechts een paar algemene opmerkingen worden gemaakt. Voor belangrijke constructies worden soms meerdere modellen toegepast.

- Het starre model, waarin dynamische krachten en drukken worden gemeten, geeft geen indicatie voor het kunnen optreden van zelfexciterende trillingen. Starre modellen kunnen alleen dienen om krachten te bepalen voor zover deze niet door de beweging en de vervorming van de constructie worden beïnvloed. Wel kan een analyse van het stroombeeld soms al aangeven of instabiliteit van de stroming is te verwachten. In bepaalde gevallen zijn rekenmethoden voor instabiele trillingen beschikbaar (zie bijvoorbeeld Paragraaf 4.4.5 in Deel A betreffende 'galloping'), waarvoor als invoer de krachten dienen als gemeten in een niet-trillend model bij gevarieerde richting van aanstroming.
- Het continu-elastische model heeft een stijfheid die sterk gekoppeld is aan de vormgeving en is daardoor een weinig flexibel middel van onderzoek. Het wordt

dan ook meestal toegepast als eindcontrole van het ontwerp, nadat eerst in het vooronderzoek andere modellen zijn gebruikt ter vaststelling van het hoofd-ontwerp.

- Als een analyse van het prototype aangeeft dat één trillingsvorm het meest gevoelig is voor een eventuele trilling (bijvoorbeeld een zeer stijve schuif die aan een elastische kabel hangt), dan zal ook volstaan kunnen worden met een model met één graad van vrijheid.
- Sommige trillingen ontstaan alleen in een constructie met meer graden van vrijheid; een schaalmodel moet dan ook zodanig zijn dat het beoogde verschijnsel kan optreden.
- Bij golfklappen is het slapste element maatgevend voor de grootte van de klapdruk. Is dit de compressibiliteit van een ingesloten luchtvolume of van het waterluchtmengsel, dan is deze compressibiliteit niet op schaal. Bij het onderzoek van de Oosterschelde-stormvloedkering is een star model met een transparante wand gebruikt om het volume van een hoeveelheid ingesloten lucht te filmen ten einde van daaruit verdere berekeningen te kunnen uitvoeren.

5.4 MOGELIJK KRITIEKE PUNTEN BIJ DYNAMISCHE MODELLEN

Sectiemodellen voor dynamisch onderzoek geven als mogelijke punten van twijfel:

- Is het tweedimensionale stroombeeld voldoende representatief?
- Is de dominante trillingsrichting goed geschat en is deze ook niet dwars op de as van de goot?
- Is het voldoende om alleen de horizontale en/of verticale trilling te bekijken?
- Is zijdelingse lek qua stroombeeld aanvaardbaar en veroorzaakt deze geen trillingen?
- Is het model goed opgehangen en zijn, afgezien van de gewenste wijze van trillen, de stijfheden groot genoeg?
- Als de ophanging componenten onder water heeft, bevindt deze zich dan voldoende buiten de hoofdstroming? Indien de ophanging ingebouwd is in een nis, hoe worden de toegevoegde watermassa en demping dan beïnvloed?
- Is de modelgeleiding (die vaak bestaat uit parallelle veren en draden) zodanig dat verticale trillingen geen parasitaire horizontale trillingen veroorzaken en vice versa?
- Is het model niet te zwaar geworden, zodat ook de veerstijfheid overdreven moet worden? In dat geval wordt namelijk alleen informatie verkregen over de mate van zelfexcitatie en niet over de responsie in het gehele frequentiegebied.
- Is de demping van het model laag genoeg?
- Wat is in het model gedaan met de uit- of ingepeerde prototypeafdichting?
- Beïnvloedt de meetapparatuur niet de stroming of het trillingsgedrag?
- Is de goot voldoende trillingsvrij en stijf?
- Is de veer zo stijf te maken dat het model ook als een betrouwbare krachtmeter is te gebruiken? Met name bij modellen voor onderzoek van dynamische golfbelastingen is een voldoende stijfheid van groot belang.

Een probleem dat zich bij een sectiemodel voor kan doen, is dat de veerstijfheid die volgt uit de trillingsfrequentie waarbij onderzoek gedaan moet worden, zo laag is dat het lastig is om met deze veer de stationaire waterdruk op te nemen, of dat geaccepteerd moet worden dat het model hierbij van zijn plaats komt.

Continu-elastische modellen hebben als vraagpunten:

- Is met de beschikbare materiaalkeuze (perspex, trovidur of een andere goede thermohardende pvc) voldoende keuze van plaatdikte mogelijk?
- Is de temperatuur niet te sterk wisselend? Deze beïnvloedt bij kunststof namelijk sterk de elasticiteit.
- Is met de schaling van de stijfheid de geometrie niet in het gedrang gekomen?
- Is de materiaaldemping acceptabel? Voor kunststof is deze vijf tot tien maal hoger dan voor staal. Hierbij moet opgemerkt worden dat vaak blijkt dat ook het prototype dikwijls onverwacht zwaar gedempt is door bijvoorbeeld wrijving of vervorming van rubber of voorspanboutverbindingen.
- Beïnvloeden de aangebrachte massacorrecties de stijfheid en de geometrie?
- Kan de fout in de toegevoegde watermassa (ten gevolge van een te dikke beplating) door extra massacorrectie worden gecompenseerd?
- Beïnvloeden de meetapparatuur en in het bijzonder de rekstrookjes de stijfheid en de geometrie en oefenen ze geen dempingskracht uit?
- Is het model zonder meer geschikt om met rekstrookjes te meten (deze moeten constant van temperatuur blijven)? Er is wel gewerkt met een nevelspuit voor koeling.

Een aantal kritieke punten van het continu-elastische model kan ondervangen worden door het model in droge toestand grondig op doorbuigings- en trillingseigenschappen te ijken. Zeker als ook de prototypeconstructie al in detail is doorgerekend, wordt met een ijking veel inzicht (ook in de prototypeconstructie!) verkregen. Bij een dynamische berekening zijn nog meer controles mogelijk. Indien bij het ontwerp van een eindige-elementenprogramma gebruik is gemaakt, kan dit ook worden aangepast om de trillingseigenschappen van het model door te rekenen. Soms leidt een vergelijking met de ijking van het model nog tot aanpassing van het model. Het is wellicht mogelijk om tot wat grovere schematisaties van het schaalmodel te besluiten, waardoor beter gebruik kan worden gemaakt van beschikbare dikten van plaatmateriaal.

5.5 VERIFICATIE VAN DE MODELTECHNIEK

Verificatiemetingen naar aanleiding van een trillingsonderzoek in een model hebben alleen plaatsgevonden bij het eerste project van het WL waarbij van elastische modellen gebruik is gemaakt. Dit onderzoek betrof het dynamische gedrag van de vizierschuiven van de stuw te Hagestein (WL-rapport M561 en M700). Later zijn weliswaar ook nog uitvoerig trillingsmetingen verricht aan de sectorschuiven van de spuisluis in het Haringvliet (WL-rapport M620 en M754), maar de omstandigheden in model en prototype waren daarbij te sterk afwijkend om van een verificatie van de modeltechniek te kunnen spreken.

Controle van golfklaponderzoek met prototypemetingen is nauwelijks mogelijk. Meetresultaten zijn sterk gespreid en hangen vooral in prototype sterk af van lokale golfkenmerken. Bovendien komen golfklappen alleen bij bepaalde weersomstandigheden voor, zodat langdurige meetcampagnes nodig zijn.

Bij de spuisluizen in het Haringvliet zijn in het prototype golfdrukken en totaalcrachten op de zeeschuif gemeten (WL-rapport M754). Deze waren, in tegenstelling tot de toentertijd verkregen modelresultaten (WL-rapport M399) van zeer geringe grootte. Dat ze kleiner zouden zijn was voorspeld. In het model werd toen met overdreven windsnelheden gewerkt om onregelmatige golven op te wekken. Daardoor was het voorfront van de golven ook overdreven steil en traden grote klappen op. Tijdens de prototypemetingen was aan de zeezijde reeds aanlanding opgetreden, zodat ook de golfhoogte kleiner was dan voorspeld.

In het hierna volgende wordt in het kort het modelonderzoek betreffende de vizierschuiven van de stuw te Hagestein besproken.

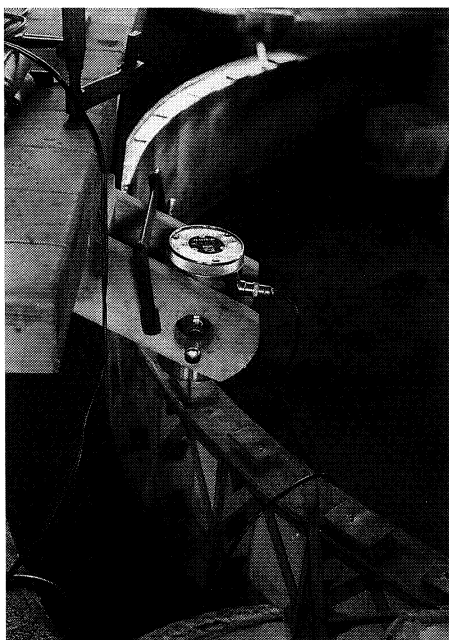
De vizierschuiven van de stuw te Hagestein dienen voor de peil- en afvoerbeheersing van de Nederrijn en moeten gedurende lange tijd, meestal maanden achtereen, in een regelstand kunnen staan. De vormgeving van de stuw was van een nieuw type, met als voornaamste kenmerk de lichte, slappe, half-cirkelvormige schuiven. Zie voor een overzicht van de stuw en de doorsnede van de schuiven Deel A, Paragraaf 6.2, Voorbeeld a.

Omdat er met een dergelijke constructie geen ervaring was, is er een uitvoerig onderzoek verricht naar het dynamische gedrag van de schuiven. Omdat dit het eerste onderzoek bij het WL was naar het trillingsgedrag van schuiven met behulp van trillingsmodellen, en tevens de reproductie van continu-elastische constructies net nieuw ontwikkeld was (door WL en TNO-IBBC gezamenlijk), is met modellen op verschillende schaal getracht om inzicht te krijgen in schaaffecten en mogelijke andere modeffecten. Daarna zijn er in het prototype uitvoerig metingen gedaan ter verificatie.

Alle onderzoekingen in schaalmodellen waren op Froudeschaal.

In het kort bevatte het modelonderzoek de volgende fasen:

- a. Met behulp van het continu-elastische model (1:20, ofwel lengteschaal 6) zijn de trillingsvormen en resonantiefrequenties bepaald. Zie Figuur C5.1 voor het model en de gebruikte excitorator. Zie ook Voorbeeld 6.7a. Door de, in horizontale richting, slappe constructie was de kleinste resonantiefrequentie erg laag, namelijk droog 1,3 Hz en ondergedompeld 0,6 Hz. Thans zou een dergelijke studie met behulp van een eindige-elementenprogramma kunnen worden gedaan, mits dit is uit te breiden met een moduul dat ook de toegevoegde watermassa in rekening brengt.
- b. In een star model van een 'moot' (i.e. een sectiemodel) zijn drukfluctuaties gemeten. De drukken gaven alle frequenties tussen 0 en 10 Hz te zien, zodat altijd enige trillingen verwacht moeten worden. Door variatie van de vorm van de onderrand werd dit weinig beïnvloed.
- c. Onderrandproeven. In een model van een moot (schaal 1:6), in veren opgehangen, werd nagegaan of bij horizontale of verticale beweging (bij verschillende resonantiefrequenties), resonantiestrillingen optraden. Bij het gekozen profiel van



Figuur C5.1:

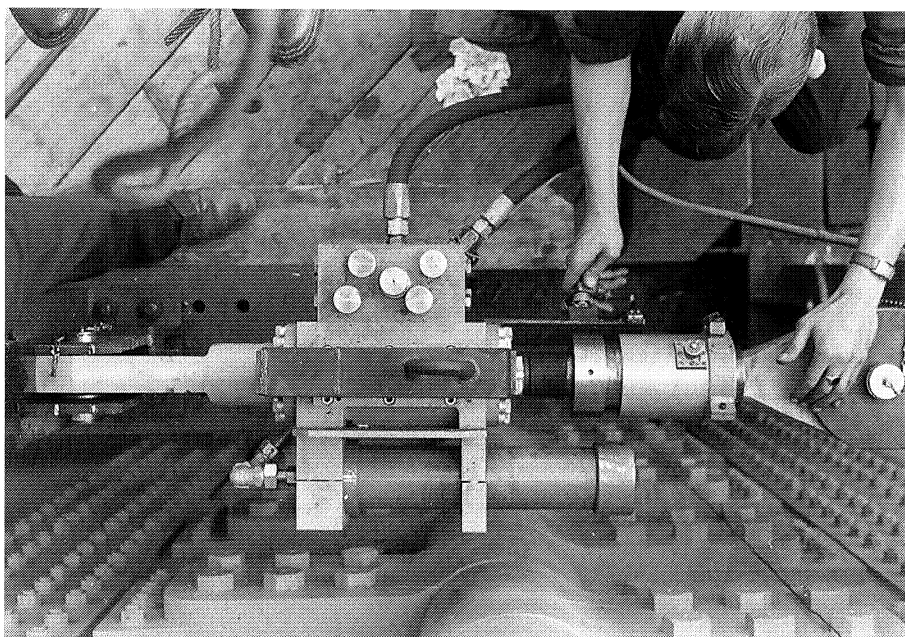
Elastisch gelijkvormig model tijdens excitatieproeven.



Figuur C5.2:
Stripophanging prototype schuif.

- de afdichting aan de onderrand traden deze nauwelijks op. De trillingen die geconstateerd werden betroffen de responsie op een soort ruisexcitatie, in een brede frequentieband, naar alle waarschijnlijkheid afkomstig van de turbulentie in het water benedenstrooms van de schuiven. In dit model was de lokale rubberstijfheid niet gereproduceerd.
- d. Metingen onder stromingscondities in het elastisch gelijkvormige model. De perforatie van de onderste verstijvingsligger bleek nog een aanmerkelijke reductie van de verticale trillingen te geven. De systematische metingen bij verschillende hefhogten en waterstanden gaven geen belangrijke trillingsamplituden te zien; voor de horizontale beweging was de maximale amplitude 7 mm, voor de verticale 1,7 mm (prototypewaarden).
 - e. Verificatieproeven in het sectiemodel als genoemd onder c en in een nieuw (sectie-)schaalmodel op schaal 1:20. Het reeds aanwezige 1:6-model had de vormgeving die de werkelijke constructie zoveel mogelijk benaderde; het 1:20-model had de doorsnede die overeenkwam met die van het continu-elastische model. De door stroming opgewekte trillingen werden vergeleken, evenals de demping door het water.

Aangezien de uitkomsten onder d. een grote marge van veiligheid toonden, en omdat de proeven onder e. geen grote schaafeffecten deden verwachten, werd de constructie als voldoende veilig beoordeeld. In de praktijk blijkt onder speciale omstandigheden resonantie van delen van de beplating op te treden, die met een verandering van schuifpositie is te ondervangen. Dit kon in het elastische model niet worden waargenomen, omdat de onderdelen hierin veel te stijf zijn ten gevolge van de te grote plaatdikte. In een later stadium zijn aan de werkelijke schuiven nog metingen verricht (WL-rapport Q322-I; dit rapport heeft betrekking op de vizierschuiven in de Rijn te Driel), omdat de hierboven genoemde plaattrillingen steeds sterker werden. De mogelijke oorzaak is gelegen in een sterke plaatselijke vervorming van en schade aan de rubber onderrand. Er zijn later extra verstijvingen aan de onderzijde van de schuiven aangebracht.



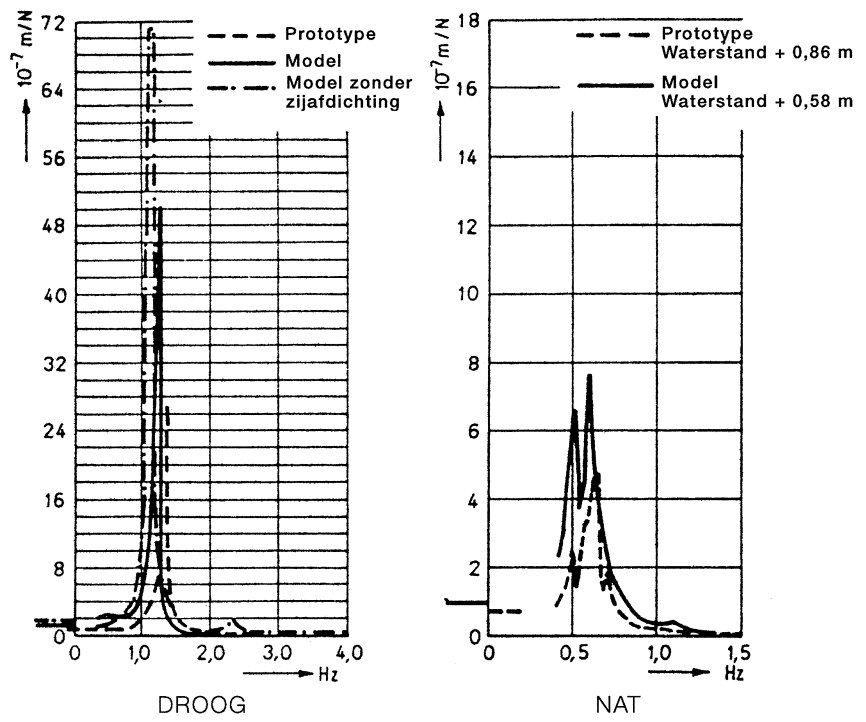
Figuur C5.3:
Pulsator, gebruikt bij prototypemetingen.

Verificatiemetingen:

Om de modeltechniek te toetsen zijn prototypemetingen verricht¹. Het model is opnieuw opgesteld om alle condities van de metingen te kunnen reproduceren. De stijfheid van de rubber zijafdichting is afzonderlijk getoetst bij dynamische belasting. Deze stijfheid is in het model gereproduceerd.

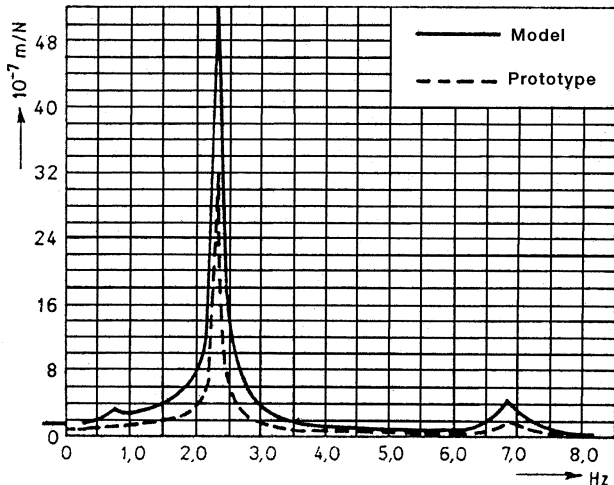
Omdat bij de droge excitatieproeven de kabels nog niet aangebracht waren, is de schuif tijdelijk in strippen opgehangen (Figuur C5.2). Dit was voor de verificatie nuttig, omdat anders de elasticiteit van de kabel te veel zou domineren en de conclusies betreffende deze modeltechniek minder betrouwbaar zouden zijn.

Er zijn periodieke-excitatieproeven gedaan met een hydraulische pulsator die aangreep in het midden van de schuif. Dit is gedaan voor de horizontaal-tangentiële en de horizontaal-radiale richting. Deze proeven zijn uitgevoerd zowel in prototype als in model. Het model werd hierbij opnieuw getest onder zoveel mogelijk gelijke omstandigheden als tijdens de prototypemetingen. Figuur C5.4 en C5.5 tonen de resultaten (bij overeenkomstige meetpunten) bij de horizontaal-tangentiële en bij de horizontaal-radiale richting van exciteren. De overeenkomst in frequentie in zowel droge als natte toestand is bevredigend. De opslingering was in het model meestal groter dan in het prototype. De invloed van het water op de resonantiefrequenties werd in het model behoorlijk gereproduceerd.



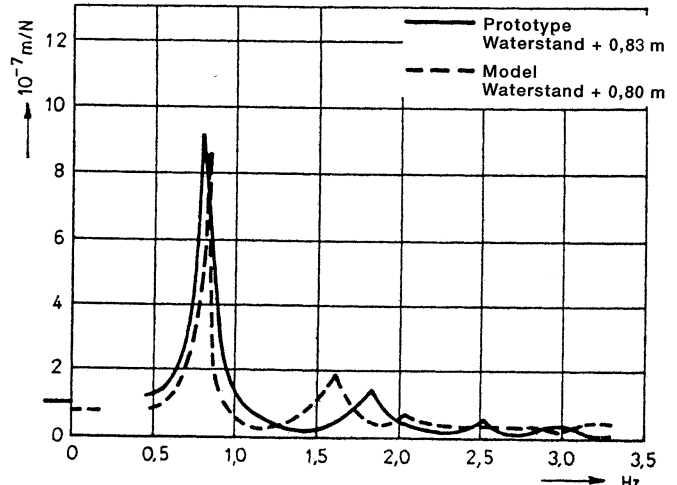
Figuur C5.4:
Responsie, prototype en model,
bij horizontaal-tangentiële exciteren.

¹ Uitgevoerd door het Instituut TNO
voor Werktuigkundige Constructies.



DROOG

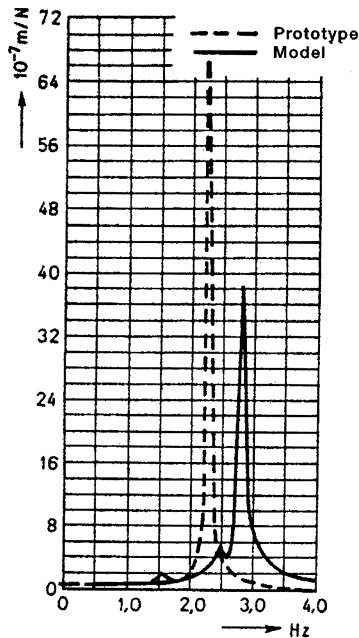
Figuur C5.5:
Responsie, prototype en model,
bij horizontaal-radiaal exciteren.



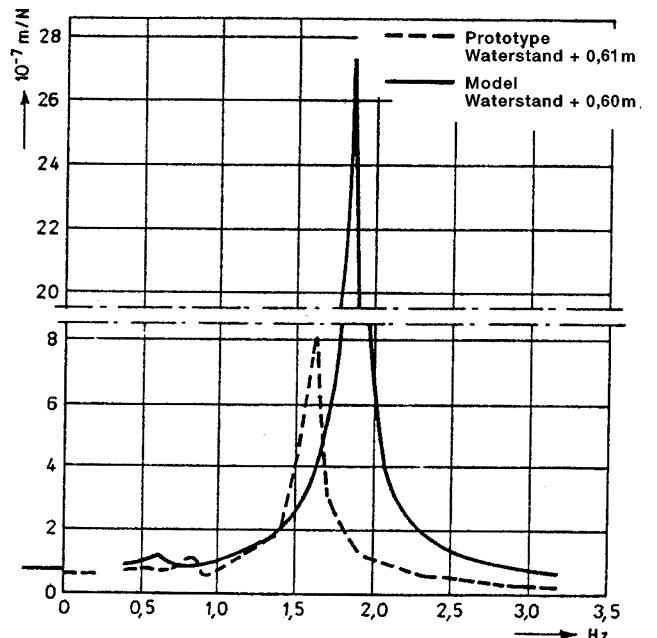
NAT

Figuur C5.6 geeft soortgelijke resultaten bij verticaal exciteren. De te grote torsiestijfheid van het model, gevolg van een sterke schematisatie van de vorm, geeft een te hoge resonantiefrequentie. Deze was van tevoren redelijk te voorspellen. Opvallend is de grote demping van het water in het prototype; bij deze metingen traden in de beplating hoogfrequente trillingen op die vermoedelijk veel energie absorbeerden.

Figuur C5.7 toont de trillingsregistraties verkregen tijdens een normale gebruikssituatie bij stroming. In zowel prototype als model hing de schuif in kabels. De overeenkomst tussen de resultaten was bevredigend.



DROOG



NAT

Figuur C5.6:
Responsie, prototype en model, bij verticaal exciteren.

Het onderzoek heeft aangetoond dat de modeltechniek betrouwbaar is, mits van tevoren rekening wordt gehouden met de moeilijkheden veroorzaakt door een te grote materiaaldemping in het model en mits ook veel aandacht wordt geschonken aan de details, zoals elasticiteit en demping van rubber afdichtingen, wrijving en demping in scharnieren en elasticiteit van kabels.

5.6 MEETSYSTEEM EN GEGEVENSVERWERKING

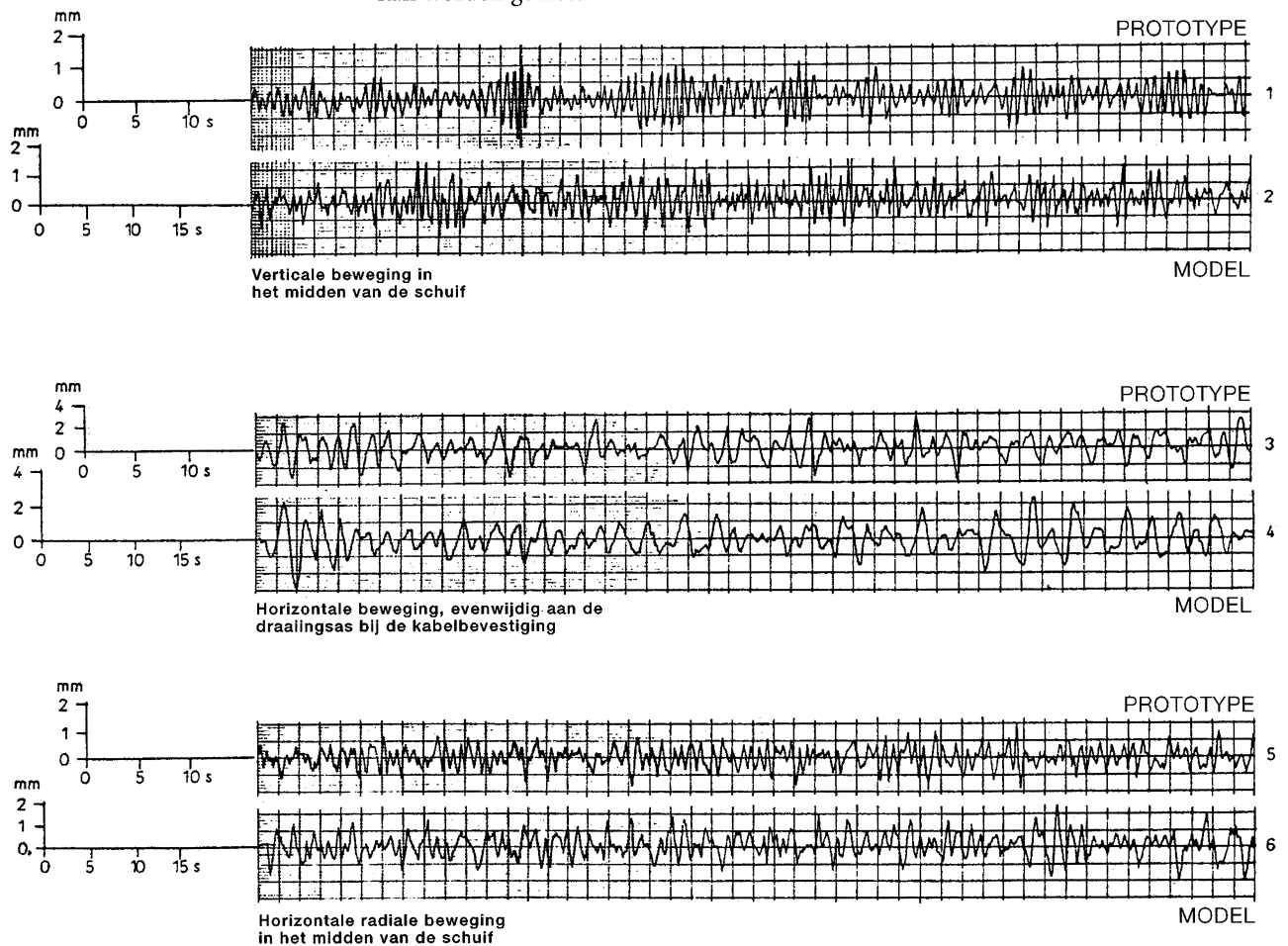
5.6.1 ALGEMEEN

Het doel van meten is om verschijnselen zichtbaar te maken, in dit geval het dynamische gedrag van de constructie. Hierbij zijn ook opslag en verwerking van gegevens van groot belang.

Tijdens het ontwerp van het model moet reeds worden nagegaan welke grootheden er in het model dienen te worden gemeten om voldoende informatie te verkrijgen voor de interpretatie en de vertaling van de in het model opgetreden processen. Het model wordt zodanig ingericht dat deze grootheden kunnen worden gemeten zonder dat meetinstrumenten, bekabeling en ondersteuning van meetinstrumenten de in het model te meten processen wezenlijk beïnvloeden. De meeste instrumenten werken elektronisch en geven een spanning af die (recht) evenredig is met de waarde van de gemeten grootheid. Er wordt met deze instrumenten een continu signaal (in de tijd) verkregen. Sommige instrumenten worden alleen afgelezen (bijvoorbeeld peilnaalden) en geven dus discontinu informatie. Daarnaast kunnen processen visueel worden vastgelegd op video of film (continu) of met behulp van foto's (discontinu).

Bij de keuze van de meetinstrumenten zal van tevoren een schatting van het benodigde meetbereik en het frequentiebereik van de opnemers moeten worden gemaakt, opdat met een zo groot mogelijke nauwkeurigheid in het relevante frequentiegebied kan worden gemeten.

Figuur C5.7:
Trillingsregistraties, prototype en model,
tijdens stroming.



In hoofdlijnen bestaat het meetsysteem (elektronische opnemers) uit de volgende componenten:

- meetopnemers met bekabeling en versterkers;
- analoge controle-, registratie- en verwerkingsapparatuur en/of;
- digitale registratie- en verwerkingsapparatuur.

In de volgende paragrafen wordt nader ingegaan op het meetsysteem en de verwerking van de meetsignalen.

5.6.2 INSTRUMENTATIEASPECTEN

De voornaamste bijzondere aspecten die naar voren komen bij metingen aan trillingsmodellen vloeien voort uit de eis dat de instrumenten klein moeten zijn en dat opnemers en bekabeling noch de stroming noch de massa, stijfheid en demping van het model mogen beïnvloeden. Dit heeft als consequentie dat het aantal meetpunten als regel klein gehouden moet worden. Daarom is het belangrijk om, parallel aan het schaalmodel, ook een (dynamisch) eindige-elementenberekening uit te voeren. Daarmee kan, uit de meetresultaten die op een beperkt aantal plaatsen verkregen zijn, een beeld worden verkregen van de totale vervorming.

In trillingsonderzoek wordt vaak gebruikgemaakt van de volgende soorten opnemers:

- **Rekstroken:** Deze worden gebruikt voor het meten van relatieve vervormingen. Uit de gemeten waarden kunnen spanningen en krachten worden afgeleid. Ze zijn geschikt voor het meten in elastisch gelijkvormige modellen. De eis is wel dat de gecombineerde stijfheid van de rekstroken en de bijbehorende waterafdichting niet zo groot is dat hierdoor de spanningsverdeling in het model beïnvloed wordt. Geminiaturiseerde rekstroken zijn beschikbaar. Bij gebruik op kunststof schaalmodellen moet erop worden gelet dat de warmte die in de rekstroken wordt ontwikkeld in voldoende mate kan worden afgevoerd (dit kan boven water een probleem zijn) en dat de kunststof en de lijm op langere termijn voldoende waterdicht zijn.
- **Krachtsmeters:** Indien in het model ook veren nodig zijn, worden de krachtsmeters hiermee vaak geïntegreerd. Belangrijk is dat eenduidig de kracht in één richting wordt gemeten zonder beïnvloeding door krachten die in andere richtingen op het model werken.
- **Drukopnemers:** Deze moeten precies in het vlak van het oppervlak van het model worden gemonteerd, opdat geen luchtinsluiting plaatsvindt en geen component van de stromingsdruk wordt meegemeten.
- **Verplaatsingsmeters:** Contactloze (bijvoorbeeld akoestische) opnemers hebben de voorkeur, omdat deze de bewegingen van het model niet beïnvloeden.
- **Versnellingsopnemers:** Om geen resonantie in de opnemers zelf te verkrijgen (met name bij stootvormige belastingen) moet de eigenfrequentie van de opnemers voldoende hoog gekozen worden. Er zijn evenwel gedempte opnemers beschikbaar; de demping werkt in het eigenfrequentiegebied van de opnemer en bij hogere frequenties, waardoor resonantie kan worden voorkomen. Ook dan moet de eigenfrequentie nog hoog worden gekozen om geen last te hebben van fasedraaiing in het relevante meetgebied.

Om de trillingsvorm te bepalen zijn minimaal twee versnellings- of verplaatsingsmeters nodig. De ene opnemer staat op een vaste plaats, bij voorkeur in de buurt waar de buik van de trilling wordt verwacht, en dient als referentie; de andere opnemer wordt langs de constructie verplaatst. Door amplituden en fasehoeken met elkaar te vergelijken kan een volledig beeld van de trillingsvorm worden verkregen. Diverse fabrikanten hebben meet- en verwerkingssystemen ontwikkeld waarmee een dergelijke analyse mogelijk is. De berekende bewegingsvorm kan dan bijvoorbeeld op een scherm worden getoond.

Wanneer met versnellingsmeters wordt gewerkt, zal het signaal veelal worden omgewerkt tot verplaatsingen. Uiteindelijk gaat het om de materiaalspanningen en die kunnen uit de verplaatsingen worden afgeleid. Dit betekent dat of het versnellings-signaal twee maal moet worden geïntegreerd, of de spectrale waarden in het energiedichtheidspectrum moeten worden gedeeld door de vierde macht van de frequentie. De laatste, indirecte methode is veel onnauwkeuriger.

Wanneer een analoog versnellingssignaal op een magneetband wordt opgeslagen en vervolgens wordt geïntegreerd, wordt de ruis van de band ook geïntegreerd en ontstaat er een frequentieafhankelijke fout. Om dit te voorkomen moet het signaal eerst worden geïntegreerd en dan pas opgeslagen. Bij gedigitaliseerde signalen doet dit probleem zich niet voor.

5.6.3 MONITORING EN REGISTRATIE VAN MEETSIGNALEN

Analoge signalen

Meetgrootheden die als continue elektronische (analoge) signalen worden binnengehaald, moeten worden gecontroleerd en worden vastgelegd. Vastleggen gebeurt met behulp van zogenaamde schrijvers (het signaal wordt op papier uitgeschreven) of met behulp van bandrecorders. Wanneer het signaal alleen wordt uitgeschreven, zijn er geen vervolgbewerkingen meer mogelijk; in de meeste gevallen is dit niet voldoende. Het frequentiebereik van de recorders moet toereikend zijn voor de optredende frequenties in de meetsignalen.

Uitschrijven van de signalen tijdens een proef geeft direct informatie over het functioneren van de instrumenten, over de kwaliteit van het signaal en over het verloop van de proef, en is daardoor sterk aan te raden. Wanneer een bandrecorder wordt gebruikt voor opslag van de signalen, kunnen de uitgaande signalen van de bandrecorder worden uitgeschreven, zodat ook een controle van het functioneren van de bandrecorder kan worden verkregen.

Een directe controle van de meetsignalen kan tevens worden verkregen met behulp van oscilloscopen, voltmeters en dergelijke.

Analoge signalen kunnen verontreinigd zijn (bijvoorbeeld door 'brom' van het elektriciteitsnet). Ook kunnen spectrale componenten van het signaal niet relevant zijn voor de meting. In die gevallen kan worden overgegaan tot het analoog filteren van de signalen, waardoor spectrale componenten worden verwijderd. Het filteren kan een fasedraaiing van (delen van) het signaal opleveren; aandacht hiervoor is geboden.

Filteren is soms ook nodig om parasitaire effecten in de spectrale analyse te vermijden. Met name als de registratieduur kort is, moet de analyse tot een bepaalde maximale frequentie beperkt blijven. Zie het hierna volgende.

Analoge signalen kunnen direct verwerkt worden. Hier is in de loop der jaren diverse verwerkingsapparatuur voor ontwikkeld. De mogelijkheden zijn echter beperkt.

Digitale signalen

Digitalisering van de signalen opent de weg naar verwerking met computers: tal van geavanceerde computerprogramma's zijn beschikbaar om gegevensbestanden te bewerken, om te werken tot karakteristieke grootheden, grafieken en dergelijke en ze te combineren met andere gegevens. Gegevensbestanden (bijvoorbeeld in ASCII-format) kunnen makkelijk worden uitgewisseld en ook worden gebruikt als input voor simulatieprogramma's.

De (oorspronkelijk) analoge signalen worden gedigitaliseerd door met een zeker tijdsinterval samples van het signaal te nemen. De samplefrequentie (i.e. de reciproque waarde van het bemonsteringsinterval) moet voldoende hoog gekozen worden in verband met het goed weergeven van het oorspronkelijke signaal. Minimaal moet de samplefrequentie theoretisch gelijk zijn aan twee maal de hoogste relevante frequentie (f_{\max}) in het signaal, maar in de praktijk is dit drie à vier maal f_{\max} om geen hinder te hebben van het zogenaamde terugvouweffect (aliasing), dat kan optreden rond de Nyquistfrequentie (= halve samplefrequentie). Beter is het om de signalen boven f_{\max} af te filteren en de signalen te bemonsteren met een samplefrequentie van $2f_{\max}$. Dit voorkomt aliasing en beperkt de hoeveelheid data. Zie ook Bendat en Piersol (1971). Gedigitaliseerde meetbestanden kunnen als normale computer-bestanden worden opgeslagen.

5.7 BEWERKING VAN DE MEETRESULTATEN

5.7.1 ALGEMEEN

Tijdsafhankelijke grootheden kunnen deterministisch zijn en stochastisch (random). Voor deterministische data kunnen mathematische relaties worden aangegeven, zodat het proces exact in de tijd kan worden beschreven en voorspeld. Een voorbeeld is een periodiek signaal dat is opgebouwd uit een eindig aantal sinussen. De in een model gemeten grootheden zijn echter vrijwel altijd van het stochastische type; dit wil zeggen dat de gemeten grootheden zich niet in de tijd laten voorspellen.

De meetsignalen hebben een beperkte duur; voor een correcte interpretatie van de in een model opgetreden verschijnselen moet de meetduur zodanig zijn dat de meting representatief is voor het gehele proces. Wanneer de statistische eigenschappen van een meting met een beperkte duur representatief zijn voor het gehele proces, spreekt men van een stationair ergodisch proces.

De meetduur hangt dus allereerst af van het type signaal. Bij een zuiver sinusvormig (deterministisch) signaal is meting gedurende één periode voldoende. Bij een stochastisch signaal is stationaire ergodiciteit vereist (deze is overigens moeilijk aantoonbaar, maar er wordt in de modelpraktijk als regel wel vanuit gegaan); de meetduur hangt dan vooral samen met de laagste frequentie in het signaal. De te kiezen meetduur is echter ook afhankelijk van de soort bewerking die op het signaal zal worden uitgevoerd, omdat de statistische fout voor verschillende bewerkingen steeds op een andere manier met de meetduur samenhangt. In het algemeen geldt: hoe langer de meetduur, hoe kleiner de statistische fout.

Bewerkingen kunnen worden uitgevoerd in het tijdsdomein en in het frequentiedomein. Veelal worden ook statistische bewerkingen uitgevoerd. Hierna worden enkele veel uitgevoerde bewerkingen besproken.

Gebruik is gemaakt van Bendat en Piersol (1971).

5.7.2 STATISTISCHE BEWERKINGEN

Stel gegeven is het tijdsafhankelijke proces $x(t)$, gemeten op het tijdsinterval $(0, T)$.



Figuur C5.8:
Tijdsafhankelijk proces $x(t)$.

Voor dit proces kunnen de volgende karakteristieke waarden worden berekend.

- De gemiddelde waarde μ_x :

$$\mu_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (C5.9)$$

- De rms-waarde (root mean square value) Ψ_x :

$$\Psi_x = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (C5.10)$$

- De variantie var_x :

$$\text{var}_x = \frac{1}{T} \int_0^T \{x(t) - \mu_x\}^2 dt \quad (C5.11)$$

- De standaardafwijking σ_x :

$$\sigma_x = \sqrt{\text{var}_x} \quad (C5.12)$$

De standaardafwijking σ_x wordt veelal gebruikt als maat voor de grootte van de fluctuatie van het tijdsafhankelijke proces $x(t)$. Boven gegeven grootheden zijn in feite gedefinieerd als de limietwaarde voor $T \rightarrow \infty$, maar in de praktijk volstaan meetbestanden met beperkte duur (aannee van stationaire ergodiciteit). Er volgt wel uit dat meetbestanden met een langere duur als regel meer representatief zijn voor een stationair proces. Tussen genoemde grootheden bestaat de volgende relatie:

$$\Psi_x^2 = \sigma_x^2 + \mu_x^2 \quad (C5.13)$$

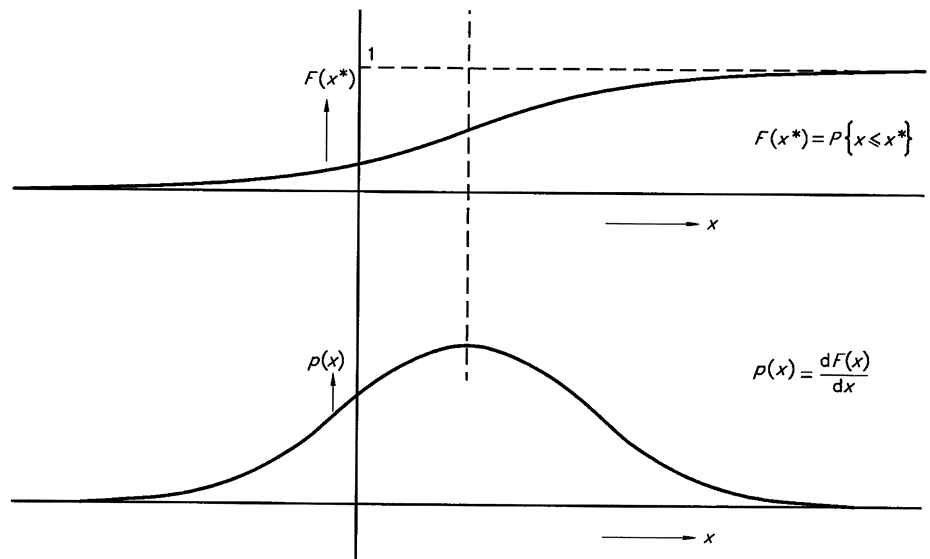
In het geval dat de gemiddelde waarde μ_x gelijk is aan 0, is de standaardafwijking σ_x gelijk aan de rms-waarde ψ_x .

Het gemiddelde en de variantie van het proces $x(t)$ laten zich ook uitdrukken met behulp van de kansdichtheidsfunctie $p(x)$. De kansdichtheidsfunctie $p(x)$ is de eerste afgeleide van de kansfunctie of kansverdelingsfunctie $F(x)$. De functie $F(x)$ geeft de kans dat de stochastische variabele x groter of kleiner is dan een zekere waarde x^* . Ter illustratie is in onderstaande figuur de kansfunctie $F(x^*) = P\{x \leq x^*\}$ getekend ($P =$ kans) en de afgeleide $p(x) = dF(x)/dx$, waarbij $p(x)$ de kansdichtheid is. Per definitie geldt: $F(\infty) = P\{x \leq \infty\} = 1$ en $F(-\infty) = P\{x \leq -\infty\} = 0$.

Omdat de kansdichtheid altijd positief is, is $F(x)$ een monotoon stijgende functie. Afgeleid kan nu worden:

$$\mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot p(x) dx \quad (C5.14)$$

Wanneer het proces $x(t)$ een normale (i.e. Gaussische) kansdichtheidsfunctie $p(x)$ heeft, zijn de gemiddelde waarde en de standaardafwijking voldoende om dit stochastische proces te beschrijven.



Figuur C5.9:
Kansfunctie $F(x)$ en kansdichtheidsfunctie $p(x)$.

$$\text{var}_x = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 \cdot p(x) dx \quad (C5.15)$$

In analogie met de variantie voor een enkel proces $x(t)$ kan voor twee tijdsafhankelijke processen $x(t)$ en $y(t)$ de covariantie, cov_{xy} , worden bepaald. Deze is gedefinieerd als:

$$\text{cov}_{xy} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)(y - \mu_y) \cdot p(x,y) dx dy \quad (C5.16)$$

Hierin is $p(x,y)$ de gezamenlijke kansdichtheidsfunctie van de processen $x(t)$ en $y(t)$. De mate van gecorreleerdheid van de twee processen wordt veelal aangegeven met de correlatiecoëfficiënt ρ_{xy} :

$$\rho_{xy} = \frac{\text{cov}_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \quad (C5.17)$$

De waarde van deze genormaliseerde grootte ligt tussen -1 en +1. Een waarde 0 wil zeggen dat de twee processen ongecorrleerd zijn. Alle statistisch onafhankelijke processen zijn ongecorrleerd. Het omgekeerde is niet altijd waar, maar voor processen met een normale kansverdeling geldt wel dat ongecorrleerdheid statistische onafhankelijkheid inhoudt.

Een veel toegepaste statistische bewerking is het bepalen van de *overschrijdingsverdeling*. De overschrijdingsverdeling geeft voor, bijvoorbeeld, een golfhoogtemeting de kans dat een zekere golfhoogte in het meetbestand wordt overschreden. Daartoe worden de gemeten golfhoogten ingedeeld in klassen (discretisatie). De berekening van het overschrijdingspercentage is gebaseerd op het totale aantal golven in het meetbestand. Een voorbeeld van een overschrijdingsverdeling is te zien in Figuur B2.1. De overschrijdingsverdeling is een toepassing van de kansverdelingsfunctie $F(x)$, zoals hiervoor besproken.

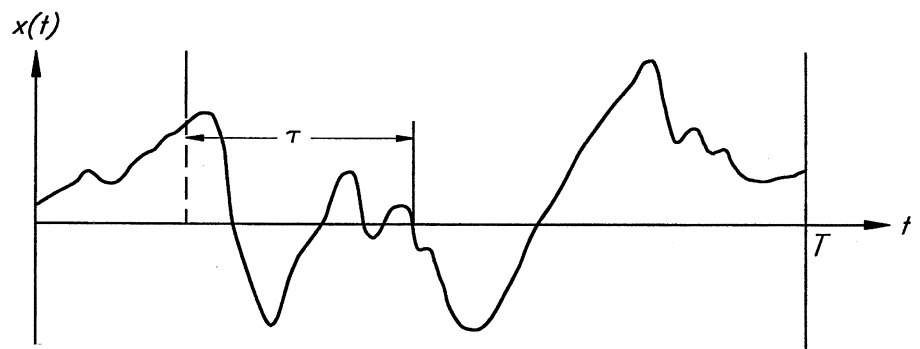
5.7.3 BEWERKINGEN IN HET TIJDSDOMEIN

Bij bewerkingen in het tijdsdomein gaat het er veelal om het proces in de tijd te karakteriseren en verbanden te leggen tussen signalen. In een signaal kan bijvoorbeeld naar periodiciteit worden gekeken of naar stootvormige verschijnselen (impacts, golfklappen). Er kunnen faserelaties worden bepaald tussen verschillende signalen. Ook kan naar de mate van opslingering of uitdemping worden gekeken.

Periodiciteit kan worden aangetoond met de autocorrelatiefunctie, $R_{xx}(\tau)$. Deze is voor een signaal $x(t)$ op het tijdsinterval T als volgt gedefinieerd (in feite weer de limietwaarde voor $T \rightarrow \infty$):

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot x(t + \tau) dt \quad (C5.18)$$

Hierin is τ het 'tijdsverschil' tussen de twee processen $x_1 = x(t)$ en $x_2 = x(t + \tau)$.



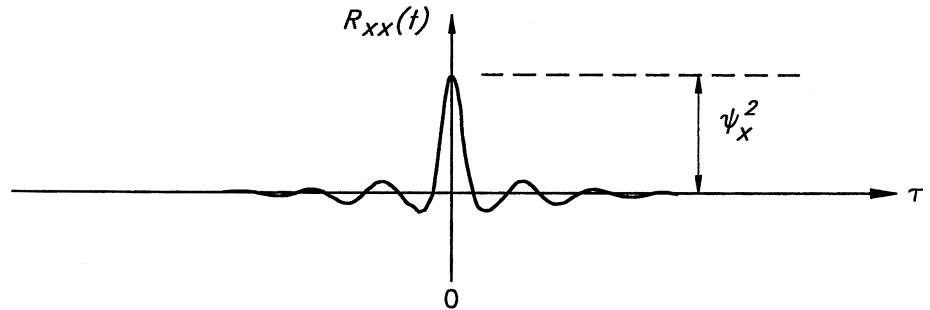
Figuur C5.10: Autocorrelatiemeting.

Hoe hoger de waarde van $R_{xx}(\tau)$ is, hoe aannemelijker periodiciteit met een periode τ . Voor $\tau = 0$ geldt per definitie $R_{xx}(0) = \psi_x^2$, en voor niet-periodieke signalen geldt voor de limietwaarde bij $\tau \rightarrow \infty$ $R_{xx}(\infty) = \mu_x^2$.

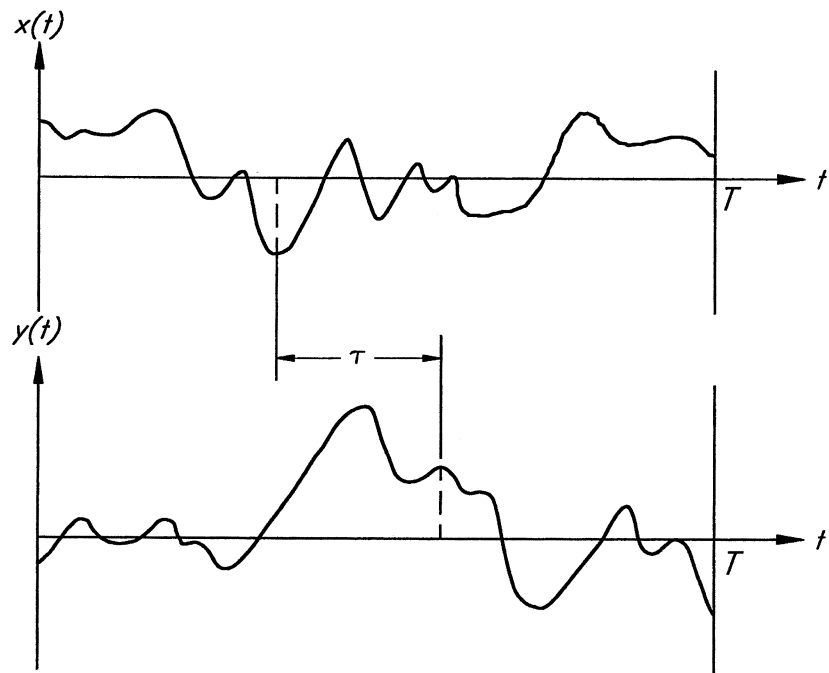
R_{xx} kan zowel positief als negatief zijn. Aannemende dat het proces stationair is geldt: $R_{xx}(0) \geq |R_{xx}(\tau)|$ en $R_{xx}(\tau) = R_{xx}(-\tau)$ (spiegelsymmetrie).

Figuur C5.11 geeft de autocorrelatiefunctie voor een ruisvormig signaal (een signaal met de energie gelijkmatig over de frequentieband verdeeld).

Een correlatiefunctie kan ook bepaald worden voor twee processen $x(t)$ en $y(t)$; het resultaat wordt aangeduid met kruiscorrelatie.



Figuur C5.11:
Autocorrelatiefunctie R_{xx} voor een breedbandig ruisvormig signaal.



Figuur C5.12:
Kruiscorrelatiemeting.

De kruiscorrelatiefunctie $R_{xy}(\tau)$ is gedefinieerd als:

$$R_{xy} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot y(t + \tau) dt \quad (C5.19)$$

De kruiscorrelatiefunctie geeft de mate van gecorreleerdheid aan van twee verschillende processen. Er bestaat geen spiegelsymmetrische relatie $R_{xy}(\tau) = R_{xy}(-\tau)$. Wel geldt $R_{xy}(\tau) = R_{yx}(-\tau)$ en $|R_{xy}(\tau)|^2 \leq R_{xx}(0) \cdot R_{yy}(0)$.

Wanneer de processen $x(t)$ en $y(t)$ een gemiddelde waarde gelijk aan 0 hebben ($\mu_x = 0, \mu_y = 0$), wordt in plaats van correlatiefunctie en kruiscorrelatiefunctie ook wel gesproken van autocovariantiefunctie respectievelijk covariantiefunctie.

Deze zijn in algemene zin als volgt gedefinieerd:

$$C_{xx}(\tau) = R_{xx}(\tau) - \mu_x^2 \quad (C5.20)$$

$$C_{xy}(\tau) = R_{xy}(\tau) - \mu_x \mu_y \quad (C5.21)$$

Bij metingen aan stootvormige verschijnselen (bijvoorbeeld golfklappen) is het zaak om de stootverschijnselen in het gemeten signaal te kunnen 'opsporen'. Stootvormige verschijnselen worden gekarakteriseerd door een plotseling stijfverloop en een veelal grote amplitude. Ze kunnen dus worden opgespoord door de eerste afgeleide van het signaal te bepalen. Eventueel kan daarbij ook getriggerd worden op overschrijding van een op te geven amplitudeniveau.

Bij trillingsonderzoek is de mate van opslingering of uitdemping van belang. De mate van opslingering en uitdemping kan bij een lineair systeem met visceuze demping worden uitgedrukt in de relatieve dempingscoëfficiënt γ (zie ook Deel A, Hoofdstuk 2). Om de waarde van γ te bepalen volstaat het om enkele amplituden (a_n, a_{n+1}) van het opslingerende of uitdempende signaal op te meten en γ te berekenen volgens:

$$\gamma = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{a_n}{a_{n+1}} \quad (C5.22)$$

Dynamische systemen geven een tijdsafhankelijke output (of responsie) op een tijdsafhankelijke input (of excitatie). Voor een lineair systeem met input $x(t)$ en output $y(t)$ kan $y(t)$ met behulp van de impulsresponsiefunctie $h(\tau)$ in $x(t)$ worden uitgedrukt:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t h(t-\tau) \cdot x(\tau) d\tau \quad (C5.23)$$

De functie $h(t-\tau)$ stelt de respons van het systeem voor op tijdstip t op een eenheidsimpuls op het tijdstip τ . Vanwege de lineariteit van het systeem kan de output $y(t)$ worden verkregen door superpositie van de impulsresponsies. De integratiegrenzen lopen dan van $\tau = -\infty$ tot $\tau = -t$. De integraal staat bekend als de integraal van Duhamel en is een zogenaamde convolutie-integraal. Vanwege de commutatieve eigenschap van convolutie-integralen kan (C5.23) ook geschreven worden als:

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) \cdot x(t-\tau) d\tau \quad (C5.24)$$

De functie $h(\tau)$ kan nu worden beschouwd als een weegfunctie die de responsie van het systeem geeft op tijdstip t als gevolg van een eenheidsimpuls op tijdstip $(t-\tau)$. Wanneer $h(\tau)$ bekend is, kan $y(t)$ voor iedere willekeurige input $x(t)$ worden berekend. De ondergrens van de integraal (C5.24) kan meer algemeen op $-\infty$ worden gezet; omdat de responsie optreedt als gevolg van een input, geldt voor $\tau < 0$: $h(\tau) = 0$.

In het frequentiedomein bestaat een vergelijkbare functie, namelijk de overdrachtsfunctie $H(f)$, zie hieronder.

5.7.4 BEWERKINGEN IN HET FREQUENTIEDOMEIN

Tijdsafhankelijke processen kunnen in het frequentiedomein worden gekarakteriseerd door middel van hun spectrale componenten. Een veel toegepaste spectrale representatie is het energiedichtheidsspectrum. Dit spectrum is de Fouriergetransformeerde van de correlatiefunctie. Het autospectrum S_{xx} is gedefinieerd als:

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) \{\cos(2\pi f\tau) - i\sin(2\pi f\tau)\} d\tau = \text{(wegens symmetrie)} \quad (C5.25)$$

$$2 \int_0^{\infty} R_{xx}(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau$$

Het autospectrum is gedefinieerd op het frequentie-interval $-\infty < f < \infty$ en bevat alleen een reële component. Immers, de imaginaire component valt weg, doordat geldt:

$$R_{xx}(\tau) \sin(2\pi f\tau) = -R_{xx}(-\tau) \sin(-2\pi f\tau)$$

De verandering van de integratiegrens in (C5.25) is mogelijk, doordat geldt:

$$R_{xx}(\tau) \cos(2\pi f\tau) = R_{xx}(-\tau) \cos(-2\pi f\tau)$$

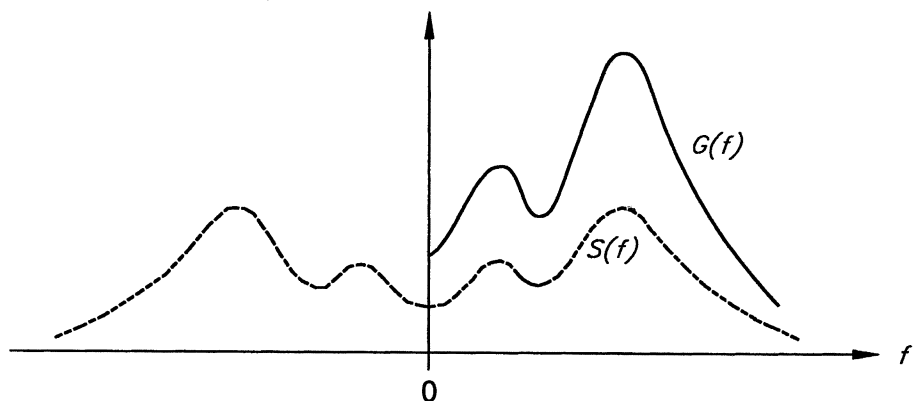
Het spectrum is spiegelsymmetrisch, dit wil zeggen $S_{xx}(-f) = S_{xx}(f)$, vanwege:

$$\cos(2\pi f\tau) = \cos(-2\pi f\tau)$$

Veelal wordt met het enkelzijdige spectrum G_{xx} gewerkt, dat eveneens alleen een reële component heeft en dat gedefinieerd is voor $0 \leq f < \infty$. Dit enkelzijdige spectrum heeft dezelfde energie-inhoud als het dubbelzijdige spectrum S_{xx} :

$$G_{xx}(f) = 2S_{xx}(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (C5.26)$$

In Figuur C5.13 is het verschil tussen het enkelzijdige en het dubbelzijdige spectrum weergegeven.



Figuur C5.13:
Enkelzijdig en dubbelzijdig spectrum.

Het autospectrum kan ook direct, zonder tussenkomst van de autocorrelatiefunctie, voor het tijdsafhankelijke proces $x(t)$ op het tijdsinterval T worden berekend door middel van Fouriertransformatie:

$$G_{xx}(f) = 2 \cdot \frac{1}{T} \left[\left\{ \int_0^T x(t) \cos(2\pi ft) dt \right\}^2 + \left\{ \int_0^T x(t) \sin(2\pi ft) dt \right\}^2 \right] \quad (C5.27)$$

Ook hier geldt weer dat $G_{xx}(f)$ is gedefinieerd als de limietwaarde voor $T \rightarrow \infty$.

Het spectrum laat zien hoe de energie over de frequentieband is verdeeld; wanneer er sprake is van periodiciteit is dit in het spectrum te zien doordat de energie is geconcentreerd in een smalle band.

De gemiddelde waarde van het tijdsproces $x(t)$ kan theoretisch in het spectrum bij 0 Hz worden afgelezen, want er geldt:

$$\mu_x = \sqrt{\int_{0^-}^{0^+} G_{xx}(f) df} \quad (C5.28)$$

Praktisch gezien heeft dit weinig betekenis, omdat het integratiegebiedje rond 0 Hz tot 0 nadert, zodat de spectrale waarde naar oneindig moet gaan. In de praktijk vertonen berekende spectra voor tijdsafhankelijke processen met een gemiddelde ongelijk 0 wel een eindige waarde bij 0 Hz, maar dit heeft te maken met de grootte van de frequentiestap Δf : deze is niet 0. De gemiddelde waarde kan hierdoor niet uit het spectrum worden afgeleid.

Voor de rms-waarde geldt:

$$\Psi_x = \sqrt{\int_0^{\infty} G_{xx}(f) df} \quad (C5.29)$$

Anders gezegd:

$$\Psi_x = \sqrt{m_0} \quad (C5.30)$$

met m_0 = oppervlak van het spectrum.

Veelal wordt het energiedichtheidsspectrum van het proces $x(t)$ berekend voor fluctuaties rond het tijdsgemiddelde (de gemiddelde waarde wordt daardoor 'afgefilterd', dat wil zeggen kunstmatig 0 gemaakt). Voor een proces met een tijdsgemiddelde gelijk aan 0 geldt dat $\psi_x = \sigma_x$, zodat de standaardafwijking σ_x dan met (C5.29) kan worden berekend. Een autospectrum wordt in dat geval ook wel variantiespectrum genoemd.

Bij golfonderzoek is het niet gebruikelijk om de standaardafwijking van een golfspectrum te berekenen. Een karakteristieke grootte voor de golfhoogte in een spectrum is de zogenaamde significante golfhoogte H_s . Deze is bij benadering gelijk aan:

$$H_s \approx 3,8\sqrt{m_0} \quad (\text{C5.31})$$

en is gedefinieerd als het gemiddelde van het hoogste derde deel van de golfhoogten.

Voor twee tijdsafhankelijke processen $x(t)$ en $y(t)$ kan uit de kruiscorrelatiefunctie $R_{xy}(\tau)$ door middel van Fouriertransformatie het kruisspectrum $S_{xy}(f)$ worden berekend:

$$S_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) \cdot e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (\text{C5.32})$$

Dit spectrum, gedefinieerd voor $-\infty < f < \infty$, is anders dan het autospectrum $S_{xx}(f)$, opgebouwd uit een reëel deel en een imaginair deel. Het imaginaire deel valt nu niet weg wegens:

$$R_{xy}(\tau) \neq R_{xy}(-\tau)$$

Er geldt $S_{xy}(-f) = S_{xy}(f)^*$, met $S_{xy}(f)^*$ als complex toegevoegde van $S_{xy}(f)$. Dit houdt in dat het reële deel van $S_{xy}(f)$ spiegelsymmetrisch is en het imaginaire deel keersymmetrisch.

De enkelzijdige variant $G_{xy}(f)$, gedefinieerd op het interval $0 \leq f < \infty$, volgt uit:

$$G_{xy}(f) = 2S_{xy}(f) \quad (\text{C5.33})$$

Anders geschreven:

$$G_{xy}(f) = C_{xy}(f) - iQ_{xy}(f) \quad (\text{C5.34})$$

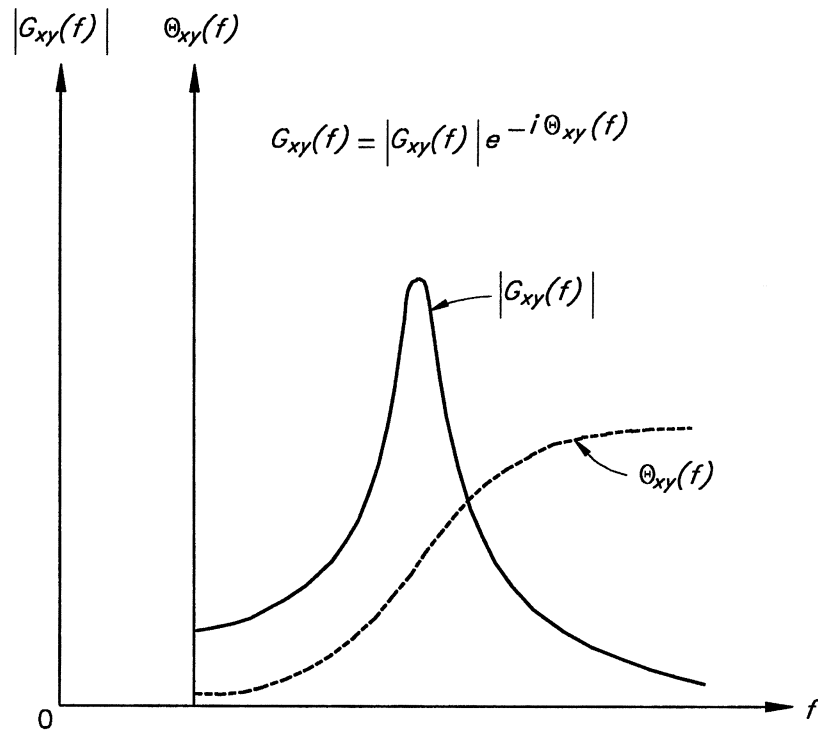
met $C_{xy}(f)$ als het reële deel (co-spectrum) en $Q_{xy}(f)$ als het imaginaire deel (quad spectrum) van $G_{xy}(f)$.

Uit beide delen kan het zogenaamde magnitudespectrum $|G_{xy}(f)|$ en het fase-spectrum $\theta_{xy}(f)$ worden afgeleid:

$$|G_{xy}(f)| = \sqrt{C_{xy}^2(f) + Q_{xy}^2(f)} \quad (\text{C5.35})$$

$$\theta_{xy}(f) = \text{arctg} \frac{Q_{xy}(f)}{C_{xy}(f)} \quad (\text{C5.36})$$

Het fasespectrum geeft voor iedere frequentie f de fasehoek θ (in radialen) tussen de signalen $x(t)$ en $y(t)$ en is met name bij trillingsonderzoek van belang om bewegingsvormen te leren kennen. In onderstaande figuur wordt een voorbeeld gegeven van het kruisspectrum bestaande uit magnitudespectrum $|G_{xy}(f)|$ en fase-spectrum $\theta_{xy}(f)$.



Figuur C5.14: Kruisspectrum.

Voor de processen $x(t)$ en $y(t)$ kan de mate van gecorreleerdheid worden afgeleid uit de coherentiefunctie $\gamma_{xy}^2(f)$. Deze functie is gedefinieerd als:

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f) \cdot G_{yy}(f)} \quad (C5.37)$$

en is ≤ 1 . Als twee processen statistisch onafhankelijk zijn geldt $\gamma_{xy}^2(f) = 0$.

Wanneer voor een zekere frequentie f $\gamma_{xy}^2(f) = 1$, dan zijn de processen $x(t)$ en $y(t)$ voor die frequentie volledig gecorreleerd.

Stel nu gegeven een lineair systeem met input $x(t)$ en output $y(t)$. In het frequentiedomein kan in analogie met de impulsresponsiefunctie $h(\tau)$ in het tijdsdomein een frequentieresponsiefunctie of overdrachtsfunctie $H(f)$ worden gedefinieerd, die de relatie geeft tussen input en output. $H(f)$ is evenals het kruisspectrum $G_{xy}(f)$ complex.

Wanneer men alleen geïnteresseerd is in de grootte van de responsie, kan worden volstaan met de volgende relatie tussen input $G_{xx}(f)$ en output $G_{yy}(f)$:

$$G_{yy}(f) = |H(f)|^2 \cdot G_{xx}(f) = H(f) \cdot (H(f))^* \cdot G_{xx}(f) \quad (C5.38)$$

De functie $|H(f)|$ is de frequentieafhankelijke versterkingsfactor. $H(f)^*$ is de complex toegevoegde van $H(f)$.

De overdrachtsfunctie $H(f)$ bevat echter ook fase-informatie. De volgende relatie is geldig:

$$G_{xy}(f) = H(f) \cdot G_{xx}(f) \quad (C5.39)$$

Wanneer $H(f)$ en $G_{xy}(f)$ in polaire notatie worden geschreven:

$$H(f) = |H(f)| \cdot e^{-i\phi(f)} \quad (C5.40)$$

$$G_{xy}(f) = |G_{xy}(f)| \cdot e^{-i\theta_{xy}(f)} \quad (C5.41)$$

verandert (C5.39) in:

$$|G_{xy}(f)| \cdot e^{-i\theta_{xy}(f)} = |H(f)| \cdot e^{-i\phi(f)} \cdot G_{xx}(f) \quad (C5.42)$$

In (C5.40) is $\phi(f)$ de frequentieafhankelijke fasehoek tussen $x(t)$ en $y(t)$. Gelijkstellen van de reële en imaginaire delen in (C5.42) levert:

$$|G_{xy}(f)| = |H(f)| \cdot G_{xx}(f) \quad (C5.43)$$

$$\theta_{xy}(f) = \phi(f) \quad (C5.44)$$

Het blijkt nu dat de fasehoek $\phi(f)$ in de overdrachtsfunctie gelijk is aan de fasehoek $\theta_{xy}(f)$ in het kruisspectrum. Om een overdrachtsfunctie te bepalen (versterkingsfactor en fasehoek) kan men volstaan met het berekenen van het kruisspectrum en het autospectrum van de input: de versterkingsfactor volgt uit (C5.43) en de fasehoek uit (C5.44).

De overdrachtsfunctie $H(f)$ in het frequentiedomein en de impulsresponsiefunctie $h(\tau)$ in het tijdsdomein blijken elkaars Fouriergetransformeerden te zijn:

$$H(f) = \int_0^{\infty} h(\tau) \cdot e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (C5.45)$$

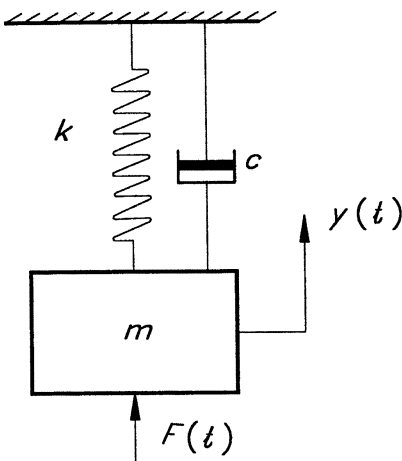
$$h(\tau) = \int_0^{\infty} H(f) \cdot e^{i2\pi f\tau} df \quad (C5.46)$$

Met de overdrachtsfunctie (of de impulsresponsiefunctie) kunnen de eigenschappen van een lineair systeem worden vastgelegd. Voor tal van systemen zijn de overdrachtsfuncties analytisch bepaald en kunnen dus direct worden gebruikt. Een bekend voorbeeld in de mechanica is het enkelvoudige massaveersysteem met lineaire stijfheid (k) en demping (c). Het systeem wordt belast met een kracht $F(t)$, de input, en ondervindt daardoor een verplaatsing $y(t)$, de output. Dit systeem is in Figuur C5.15 schematisch weergegeven en besproken

Dit systeem is al in Deel A, Hoofdstuk 2, besproken. De overdrachtsfunctie van dit systeem is:

$$|H(f)| = \frac{1/k}{\sqrt{\{1 - (ff_n)^2\}^2 + (2\gamma ff_n)^2}} \quad (C5.47)$$

$$\Phi(f) = \arctg \frac{2\gamma ff_n}{1 - (ff_n)^2} \quad (C5.48)$$



Figuur C5.15: Enkelvoudig, gedempt massaveersysteem.

Hierin is f_n de eigenfrequentie van het ongedempte systeem en γ de relatieve demping. Het maximum in de versterkingsfactor $|H(f)|$ ligt bij een frequentie:

$$f_r = f_n \sqrt{1 - 2\gamma^2} \quad (\gamma^2 \leq 0,5) \quad (C5.49)$$

De frequentie f_r is de resonantiefrequentie en blijkt dus iets lager te liggen dan de eigenfrequentie f_n van het ongedempte systeem en ook iets lager dan de frequentie f_d waarmee een gedempt systeem na aanstoten uittrilt:

$$f_d = f_n \sqrt{1 - \gamma^2} \quad (C5.50)$$

Het maximum in de versterkingsfactor $|H(f)|$ heeft een waarde van:

$$|H(f_r)| = \frac{1/k}{2\gamma\sqrt{1 - \gamma^2}} \quad (\gamma^2 \leq 0,5) \quad (C5.51)$$

Bij dynamisch belaste systemen is het gebruikelijk om de responsie (de verplaatsing) te normeren. De responsie wordt dan gedeeld door de verplaatsing ten gevolge van de als statische kracht opgevatte belastingsamplitude. Dit kan in de overdrachtsfunctie worden gerealiseerd door de versterkingsfactor $|H(f)|$ te delen door $|H(0)| = 1/k$. Een voorbeeld van deze genormeerde versterkingsfactor is te zien in Figuur A2.2 in Deel A. Het maximum in de genormeerde versterkingsfactor heeft nu een waarde:

$$|H(f_r)| = \frac{1}{2\gamma\sqrt{1 - \gamma^2}} \quad (\gamma^2 \leq 0,5) \quad (C5.52)$$

Wanneer $\gamma^2 \ll 1$ geldt dus bij benadering dat de maximale genormeerde versterkingsfactor gelijk is aan $1/2\gamma$.

Wanneer de input geen kracht is maar bijvoorbeeld een verplaatsing, een bewegingssnelheid of een versnelling, dan worden andere overdrachtsfuncties voor hetzelfde mechanische systeem gevonden. Hetzelfde geldt voor een andere output. Bij iedere input-outputcombinatie hoort dus een unieke overdrachtsfunctie.

Uit een gegeven energiedichtheidspectrum kan een representatieve tijdsfunctie worden teruggerekend. Het spectrum wordt daartoe opgedeeld in een aantal frequentiebandjes en de energie in de bandjes wordt omgerekend naar een sinusamplitude per frequentie. Aan iedere sinuscomponent wordt een stochastische fasehoek toegekend. De som van de sinuscomponenten levert de tijdsfunctie. Deze techniek wordt onder andere toegepast bij het maken van een analogo stuurprogramma voor een golfmachine.

6 VOORBEEDEN VAN SCHAAL-MODELLEN VOOR DYNAMISCH ONDERZOEK

OVERZICHT

In deze paragraaf worden in het kort een aantal voorbeelden van schaalmodellen beschreven. Getracht is om met een minimaal aantal toch de voornaamste soorten modellen de revue te laten passeren. Dit wat betreft reproductie van de geometrie en de dynamische eigenschappen, met als toepassing onderzoek zowel naar trillingen als naar golfklappen. De volgende keuze is gemaakt.

- 6.1 *Star model met stroming, voor trillingsonderzoek* (althans wat betreft stromings-excitatie)
 - a. Roosterschuiif; voorontwerp stormvloedkering Oosterschelde. driebalkenmodel, vijf balkenmodel, beide in een *watertunnel*, en driebalkenmodel in *windtunnel*.
- 6.2 *Star model voor onderzoek golfbelasting*
 - a. Koelwaterinlaat bij de kust; *overzichtsmodel*.
 - b. Hefschuiif met bovenbalk stormvloedkering Oosterschelde; *overzichtsmodel* van een deel van de totale kering.
- 6.3 *Enkelvoudig massaveersysteem voor trillingsonderzoek; translierend*
 - a. Vizierschuiven stuw Hagestein; *sectiemodel* (een 'te zwaar' model met instelbare trillingsrichting); resonantiefrequentie continu instelbaar.
 - b. Hefschuiven stormvloedkering Oosterschelde; *sectiemodel*.
 - c. Hefschuiif (algemeen onderzoek); *sectiemodel* in draden opgespannen
- 6.4 *Enkelvoudig massaveersysteem voor trillingsonderzoek; roterend*
 - a. Sectorschuiif in riool (algemeen onderzoek); *overzichtsmodel*.
- 6.5 *Systeem met meer graden van vrijheid bij drijvende deur*
 - a. Drijvende sectordeuren stormvloedkering Nieuwe Waterweg; *overzichtsmodel*.
- 6.6 *Meervoudig massaveersysteem voor responsieonderzoek bij stroming en golven*
 - a. Hefdeur in de Hartelkering; *sectiemodel*.
- 6.7 *Continu-elastisch model voor trillingsonderzoek*
 - a. Vizierschuiif stuw Hagestein; *overzichtsmodel*.
- 6.8 *Continu-elastische modellen voor golfbelasting- en trillingsonderzoek*
 - a. Hefschuiif in de stormvloedkering Oosterschelde; *overzichtsmodel* van één schuiif met brugligger.
 - b. Sectorschuiven spuisluis in het Haringvliet; *overzichtsmodel* van één stel schuiven met brugligger.

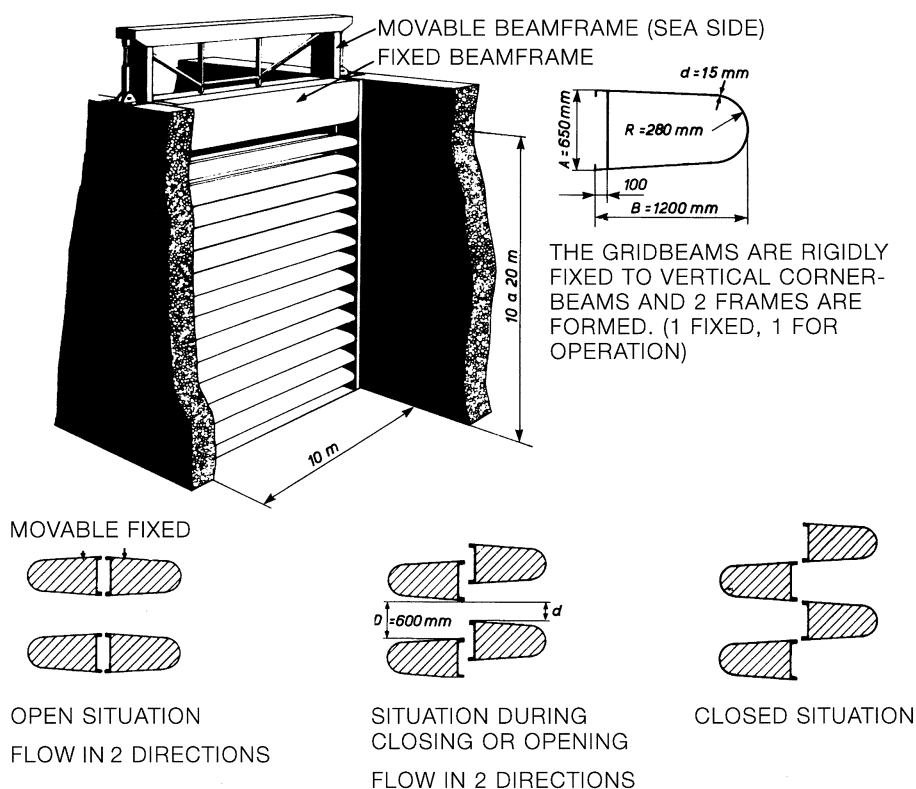
6.1 STAR MODEL MET STROMING, VOOR TRILLINGSONDERZOEK

6.1a ROOSTERSCHUIF (voorontwerp Stormvloedkering Oosterschelde) Bepaling dynamische belasting (via drukmetingen) Sectiemodellen met vijf en met drie balken in water- en windtunnel Schaal 1:1,9, 1:2,75, 1:3, 1:6,9

Zie ook: Deel B, Paragraaf 7.1.

DOEL ONDERZOEK:

Bepaling weerstand en dynamische drukken (de stromingsexcitatie voor zover deze onafhankelijk is van de beweging van de constructie zelf) als de schuif geheel of gedeeltelijk open staat. Deze studies zijn verricht in schaalmodellen die slechts een moot van de gehele schuif weergeven.



Figuur A:
De roosterschuif geplaatst in een caissonsluis
(naar WL-rapport M1338). De afmetingen zijn
prototypewaarden.

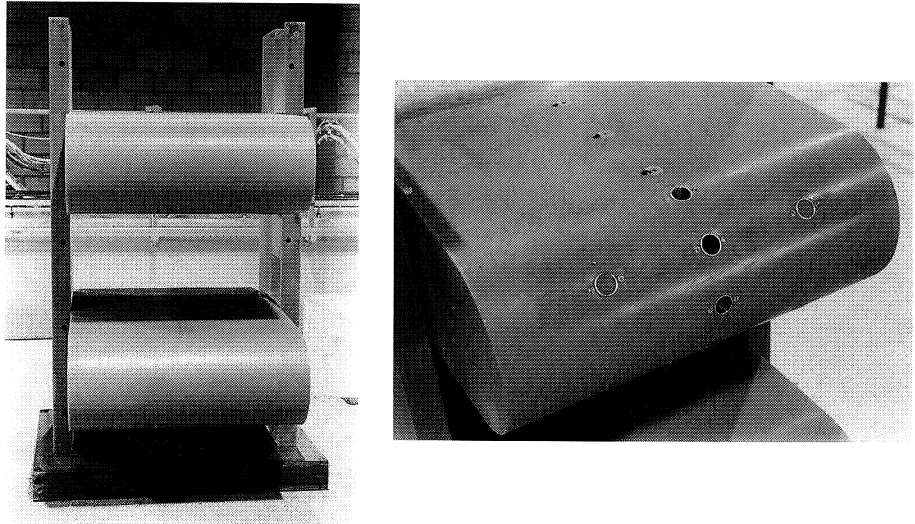
Naast dit onderzoek, uitgevoerd in gesloten tunnels, is er ook trillingsonderzoek in een continu-elastisch model uitgevoerd, en heeft ook onderzoek naar golfklappen plaatsgevonden (WL-rapport M1381). De beide laatste onderzoeken zijn gedaan in modellen van één gehele schuif met vrije waterspiegel.

GEOMETRIE EN STROMINGSCONDITIES:

Figuur A geeft het ontwerp weer van een roosterschuif, te plaatsen in een afgezonken prefab caisson. Het totale rooster heeft een overspanning van 10 m en een hoogte variërend van 10 tot 20 m. Verval tot 4 m (stromend) en 7 m (gesloten), in twee richtingen. De schuiven worden geopend en gesloten door één van de roosters

één balkhoogte te verschuiven. De afgeronde vorm van de balken houdt verband met de afvoercapaciteit; deze moet groot zijn, omdat iets meer dan 50% van de opening door de balken geblokkeerd blijft.

De afgeronde vorm betekent dat bij onderzoek naar het dynamische gedrag een grote invloed is te verwachten van het Reynoldsgetal. In de werkelijkheid kan aangroei met mosselen de stroming, de weerstand en de dynamische belasting sterk beïnvloeden.



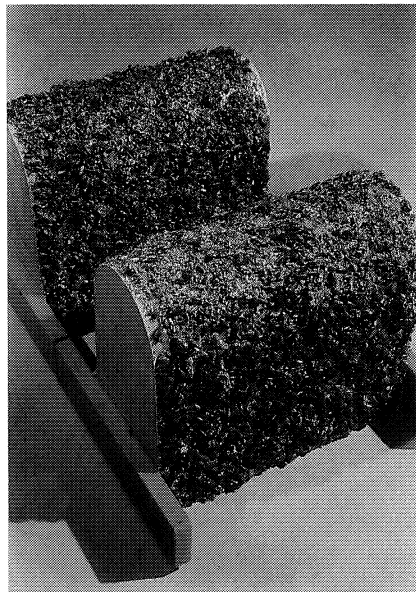
Figuur B:
Het tweebalkenmodel van de roosterschuif
dat in een watertunnel is beproefd,
met de latere plaatsing van drukopnemers.

ONDERZOEKSTRATEGIE:

Vanwege de gevoeligheid voor het Reynoldsgetal moest ook onderzoek op grote schaal worden gedaan. Daarbij konden echter maar weinig balken in de bestaande tunnels en goten worden gereproduceerd, en ook konden door de scheve uitstroming niet alle schuifposities worden bestudeerd. Daarom werden ook modellen op kleinere schaal vervaardigd. De volgende modellen werden gebouwd:

- a. Een 1:2,5 model van één enkele balk bij geopende schuif, rechtopstaand in een stroomgoot, waarbij de snelheden zo laag waren dat de waterspiegel als een tunnelwand kon worden beschouwd. Na bepaling van stroombeeld en weerstand werd de vorm van de balk nog aangepast.
- b. Tweebalkenmodel in een watertunnel (doorsnede $0,9 \times 0,5 \text{ m}^2$, debiet 1200 l/s), schaal 1:2,75, zie Figuur B. Schuif open, respectievelijk gedeeltelijk (tot 30%) gesloten. In dit model werd ook de invloed van aangroei onderzocht (Figuur C).
- c. Vijfbalkenmodel (1:6,9) in dezelfde tunnel als onder b.
- d. In de hoge-snelheidswindtunnel van het Nederlandse Lucht- en Ruimtevaart Laboratorium werd een driebalkenmodel geplaatst, schaal 1:1,9. Tunneldoorsnede $2 \times 1,6 \text{ m}^2$, snelheden tot 12 m/s .
- e. Een continu-elastisch twaalfbalkenmodel van de gehele schuif, schaal 1:23.
- f. Een 1:3 continu-elastisch model is niet meer gebouwd, omdat dit type schuif uiteindelijk niet werd gebouwd.

Figuur C:
Beproeving met mosselaangroei
(tweebalkenmodel in watertunnel).



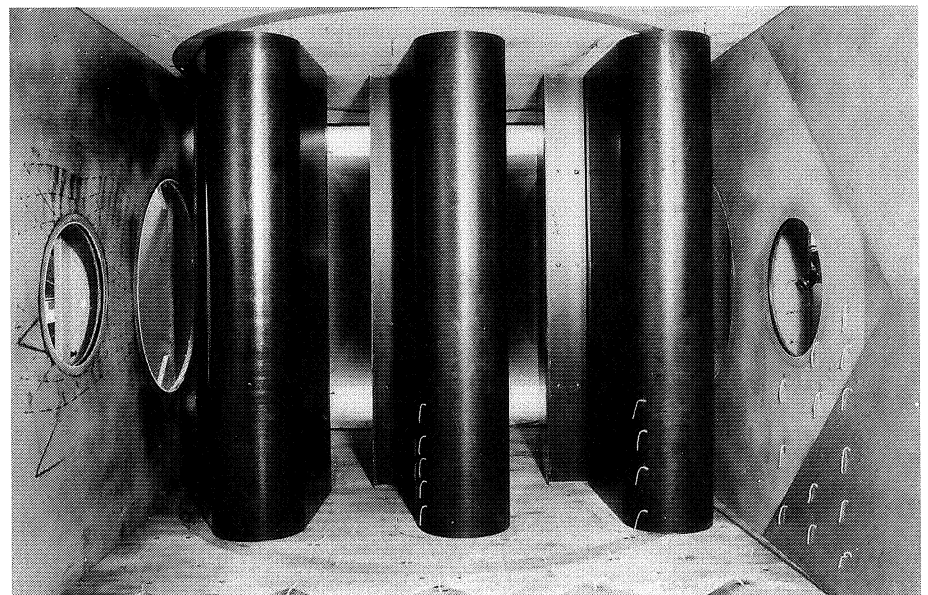
Figuur D:
Het vijfbalckenmodel voor onderzoek
in de watertunnel.



RESULTAAT:

Het ontwerp zou haalbaar zijn, maar mosselaangroei heeft een grote invloed op krachten en afvoer. Hoewel verwacht werd dat bij deze vorm belangrijke schaaffecten zouden optreden, werden zowel voor de stationaire krachten als voor de dynamische drukken geen grote verschillen gevonden bij de verschillende schalen.

De horizontale krachten op de bovenstroomse balk waren bij geheel open situatie een aantal malen groter dan bij een enkele cilinder in stroming. Het kritieke Strouhalgetal (betrokken op de aanstroomsnelheid en de balkhoogte) waarbij de excitatie maximaal is, ligt in de orde van grootte van 0,4. Het kleine elastische model trilde heftig en ging kapot; besloten was om de balken in het midden met een verticale staaf te verbinden.



Figuur E:
Het driebalckenmodel in
de hoge-snelheids(wind)tunnel.

REFERENTIES:

WL-rapporten M1327I, M1338, M1381-I, R1068 en Jong en Nunen (1979).

6.2 STAR MODEL VOOR ONDERZOEK GOLFBELASTING

6.2a KOELWATERINLAAT BIJ DE KUST

star overzichtsmodel, met golven

Bepaling krachten

Model in krachtmeter geplaatst

Schaal 1:50

Zie ook: Deel B, Paragraaf 7.5.

DOEL ONDERZOEK:

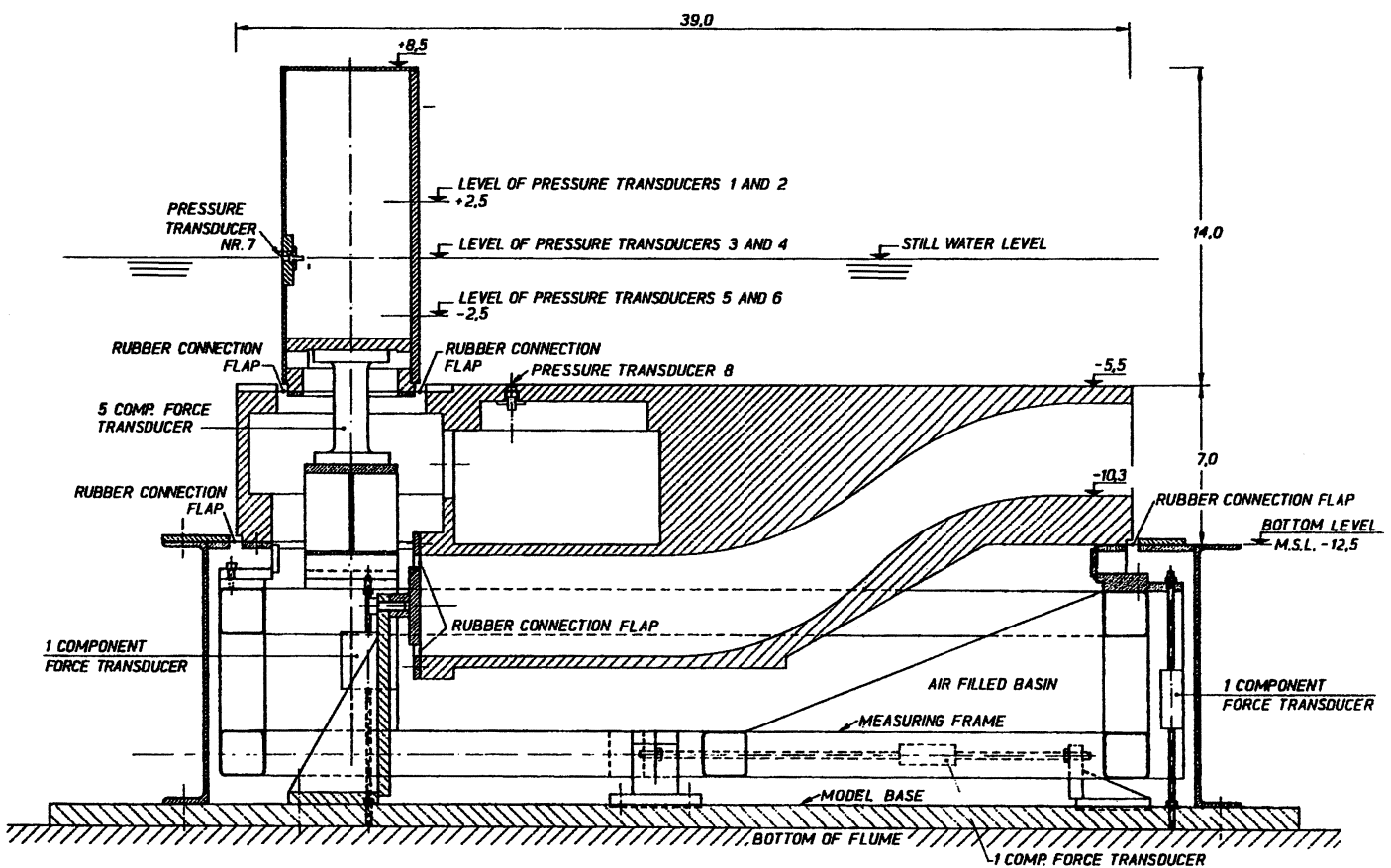
Metten van de golfbelasting op de totale constructie alsmede van lokale drukken. Ook de krachten op de toren afzonderlijk zijn gemeten.

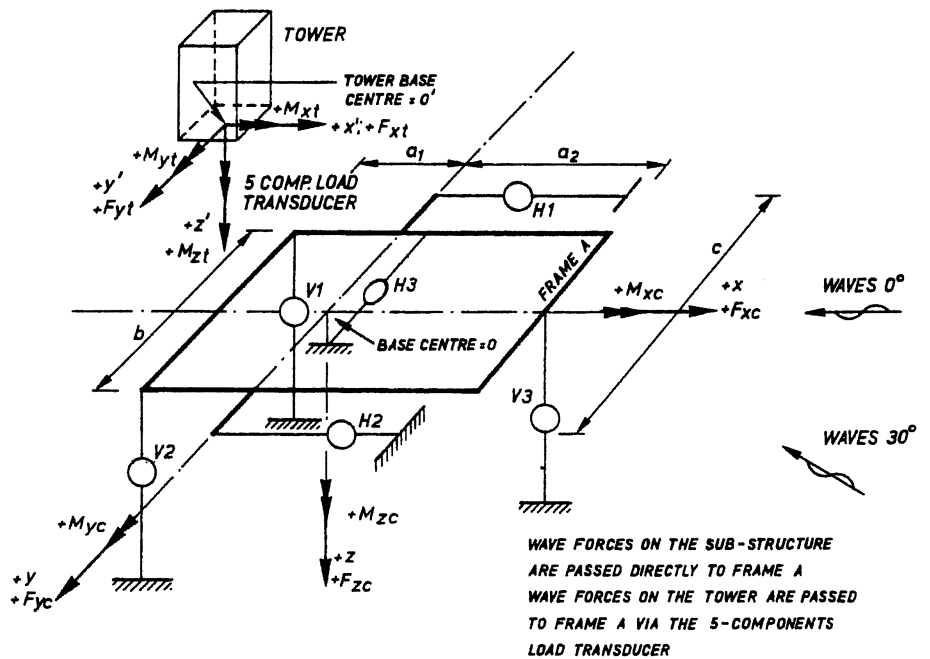
GEOMETRIE EN GOLFCONDITIES:

Het huis met de drie koelwaterinlaten zit onder water. Daarbovenop staat (bij het oorspronkelijke ontwerp) één toren voor zowel inspectie en onderhoud als voor de bediening van schuiven. De toren, die door de waterspiegel heen steekt, wordt door de golven quasi-statisch belast, maar er treden ook golfklappen op. Figuur A toont de langdoorsnede van het model van de inlaat met de toren. De breedte van het huis is 24 m, van de toren 16,4 m.

Golfperiode 8-12 s., significante golfhoogte 3 tot 7,5 m.

Figuur A:
Langdoorsnede van het model; de golven komen van rechts (alle maten in m prototype).





LOADS ON TOWER + SUB-STRUCTURE :

$$F_{xc} = F_{H1} + F_{H2}$$

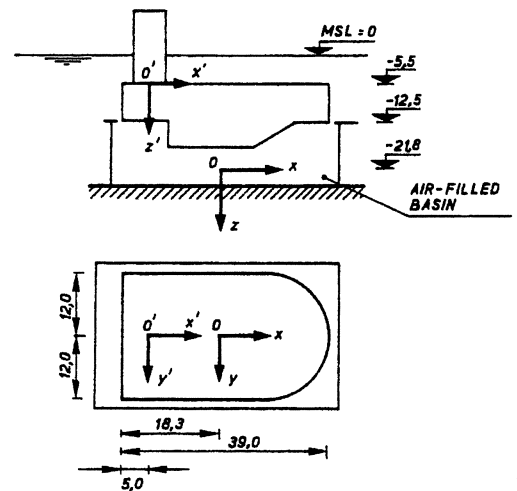
$$F_{yc} = F_{H3}$$

$$F_{zc} = (F_{V1} + F_{V2} + F_{V3})$$

$$M_{xc} = (F_{V2} - F_{V1}) \frac{b}{2}$$

$$M_{yc} = (F_{V1} + F_{V2}) a_1 - F_{V3} \times a_2$$

$$M_{zc} = (F_{H1} - F_{H2}) \frac{c}{2}$$



Figuur B:
Schema van de zescomponenten krachtmeter van de totale constructie (met H1 t/m H3 en V1 t/m V3 de krachtsignalen in horizontale respectievelijk verticale richting) en de vijfcomponentenkrachtmeter van de toren.

DYNAMISCHE EIGENSCHAPPEN VAN HET MODEL:

Zoals in Figuur B is aangegeven, is de toren gevat in een stijf vijfcomponenten-meetsysteem, dat weer verbonden is met de onderbouw. De onderbouw is op zijn beurt gevat in een zescomponentenkracht-meetsysteem. De krachtmeters zijn opgebouwd uit door het WL ontwikkelde componenten, waarbij evenwijdige bladveren zijn gebruikt die tweezijdig zijn ingeklemd in eindblokken. De eindblokken kunnen ten opzichte van elkaar in één richting verplaatsen (buiging van de veren) en in één richting verdraaien. De vijfcomponenten krachtmeter maakt gebruik van rekstroken op de bladveren, bij de zescomponentenmeter zijn zeer stijve axiale krachtmeters toegepast. In dit model zijn de krachtmeters in waterdichte dozen opgesloten met waar nodig rubber verbindingsstrips om beweging toe te laten.

RESULTATEN ONDERZOEK:

Maximale horizontale dynamische belasting op de gehele constructie 32.000 kN, en op de toren 29.000 kN. Verticaal was dit voor de gehele constructie 44.000 kN. Na wijziging van het ontwerp (drie torens in plaats van één) werd een reductie van 30 tot 50% op de hiervoor genoemde waarden verkregen.



Figuur C:
Het model tijdens golfproeven.



REFERENTIE:

WL-rapport M1765.

6.2b HEFSCHUIF MET BOVENBALK STORMVLOEDKERING OOSTERSCHELDE

star sectiemodel, met golven

Drukmetingen voor bepaling golfbelasting

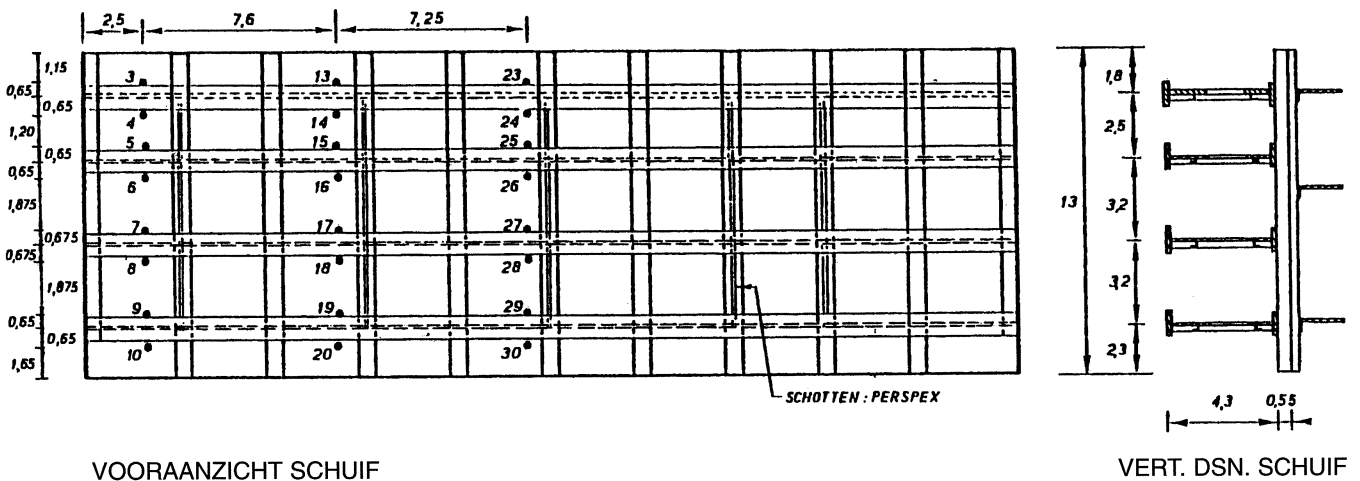
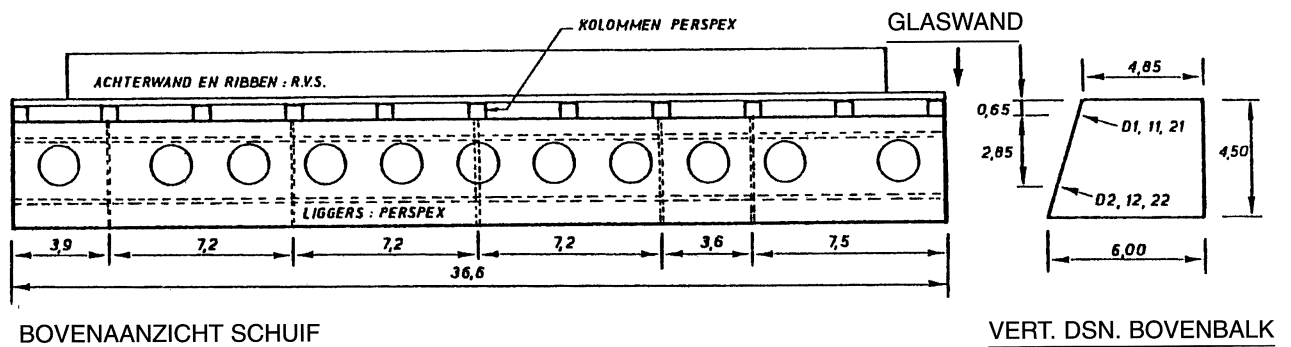
Model, anderhalf maal de pijlerafstand breed, in golfgoot

Schaal 1:50

Zie ook: Deel B, Paragraaf 7.3 en Deel C, Voorbeeld 6.3b en 6.8a.

DOEL ONDERZOEK:

Oriënterend onderzoek naar golfklappen op de schuif en op de bovenbalk. Het ging daarbij met name om de wijze van ontstaan van de golfklappen (luchtinsluitingseffecten en daarmee samenhangende schalingsproblematiek), de orde van grootte van de klapbelastingen, de effectiviteit van de afscherpende tweede beplating aan de zeezijde, de reducerende werking van de gaten in de liggers en het vinden van de relatie tussen golfklapdrukken en golfparameters. Daarna zijn metingen in een continu-elastisch model gebruikt om tot een schatting van de totale impuls van de klappen te komen.



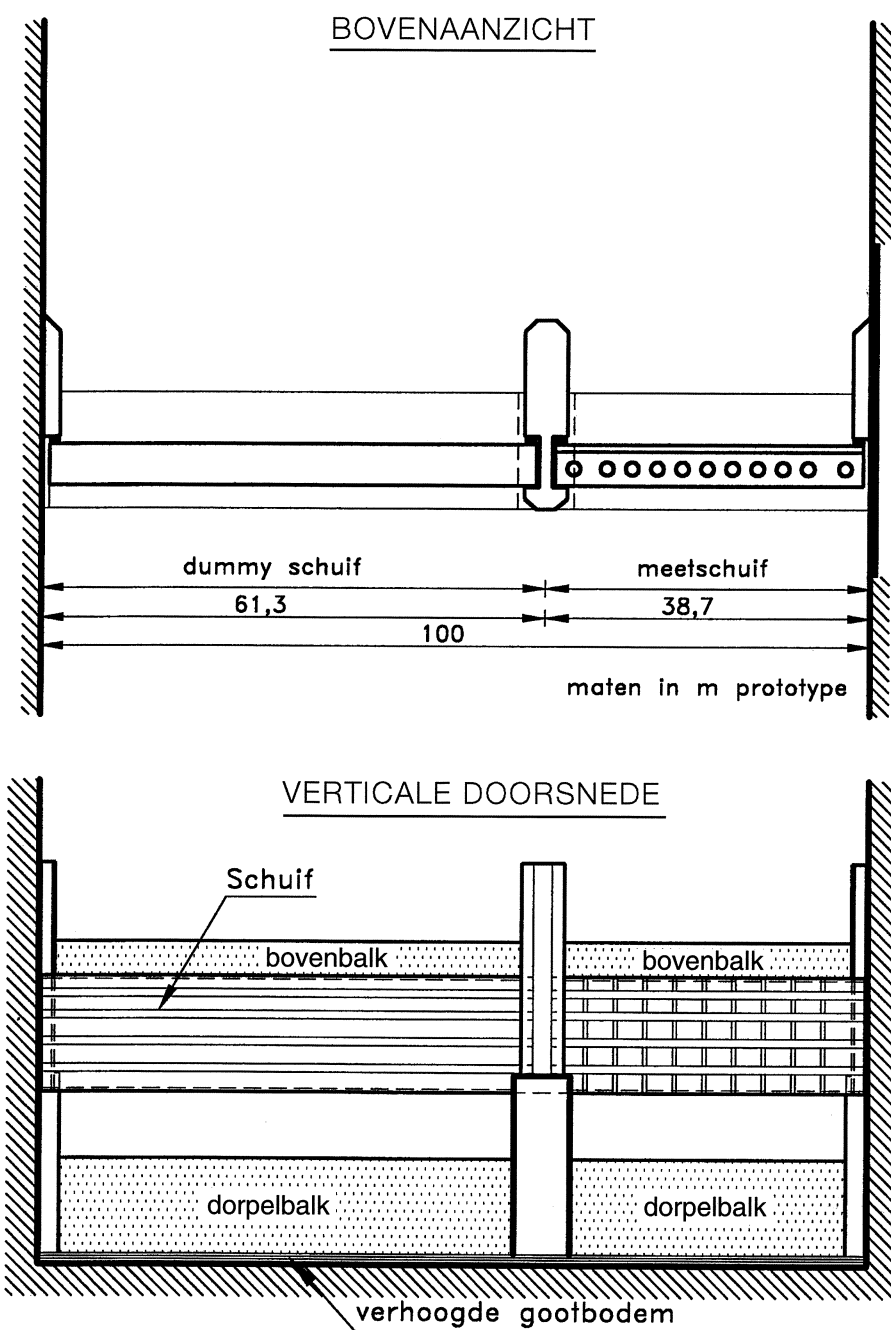
GEOMETRIE:

Figuur A:
Vormgeving van meetschuif (met vereenvoudigde vormgeving) en bovenbalk met posities drukopnemers.

De schuif is geplaatst tussen een onderdorpelbalk en een bovendorpel. Bij het onderzochte ontwerp was de pijlerafstand hart op hart 50 m, de doorstroomopening 45 m. Zie voor de volledige doorsnede Voorbeeld 6.8a. Figuur A toont de schuif. De schuifbeplating zit aan de Oosterscheldezijde. Toen bleek dat vanuit zee golfklappen optraden, is in het model van de hoge plaatliggerschuif bij sommige proeven aan de

zeezijde een extra afschermplaat aangebracht om de golfklappen te reduceren. In het model is een meetschuif aangebracht. De meetschuif omvat circa 65% van de schuif; de glaswand van de goot doorsnijdt de schuif (om de golfvorm tijdens de klap te kunnen zien). Daarnaast is een dummyschuif aangebracht. Figuur B toont de opstelling van het totale model.

Het aantal gaten in de horizontale ligger is gevarieerd. Bij sommige proeven is het model doorzichtig gemaakt om de luchtinsluiting en de compressie te kunnen filmen.



Figuur B:
Vormgeving van het totale model met meetschuif, dummyschuif en tussenpijler. Maten in m prototype.

GOLF- EN VERVALCONDITIES:

Significante golfhoogte 3,5 m met een periode van 11 s, en een golf met hoogte 5,5 m en een periode van 13 s. Waterstand zeezijde +3 m, aan Oosterscheldezijde N.A.P.

MEETSYSTEEM:

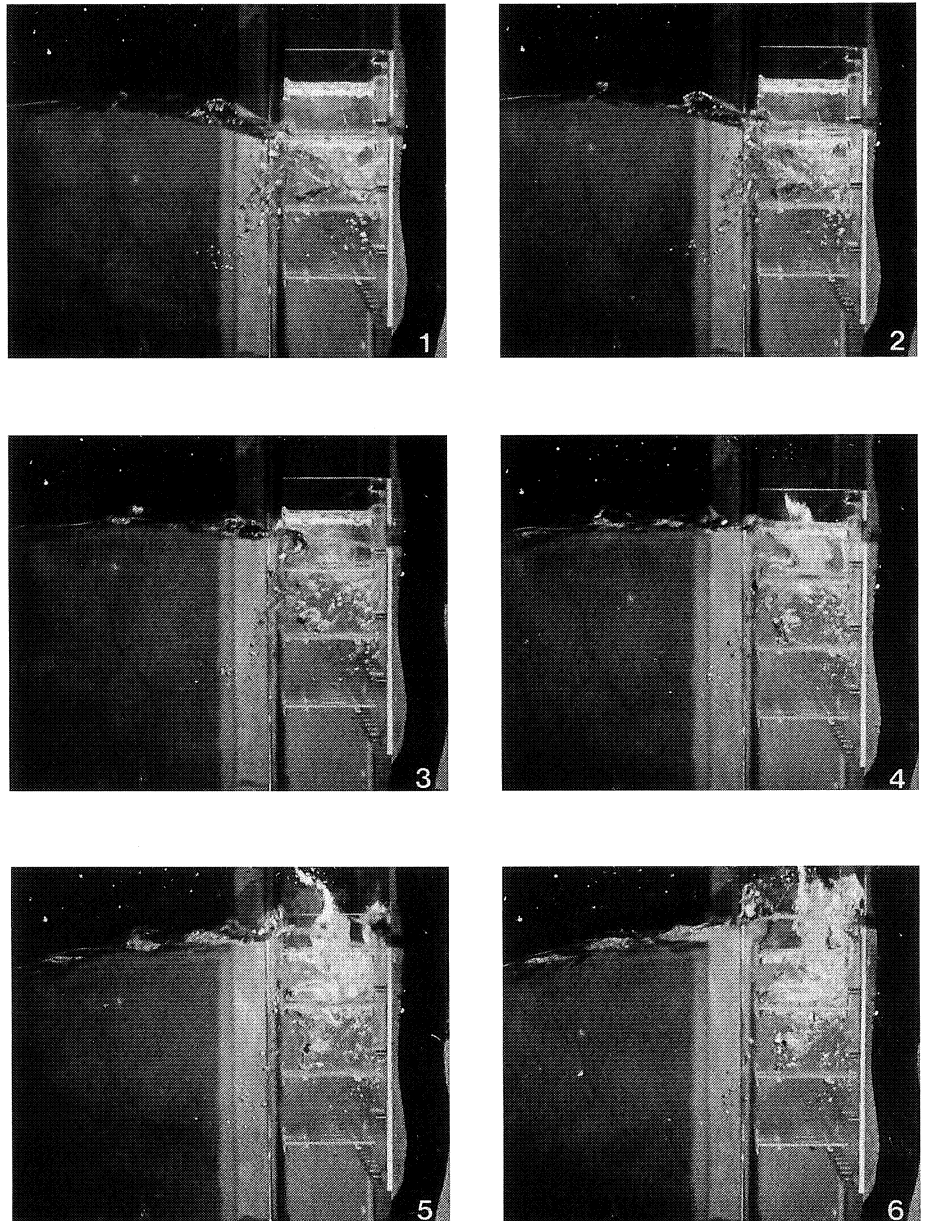
Drukopnemer in de plaatligger en in de schaalbeplating aan de Oosterschelde-zijde. Tevens enkele drukopnemers in de bovenbalk.

DYNAMISCHE EIGENSCHAPPEN VAN HET MODEL:

Zeer stijf model dat met een stijve krachtmeter aan de goot bevestigd was.

RESULTAAT ONDERZOEK:

Grootste gemeten druk 500 kN/m^2 . Dit was op de tweede ligger van boven. Uit de metingen geschatte gemiddelde druk op de schuifbeplating: 130 kN/m^2 .



Figuur C:
Opeenvolgende foto's van één golfbeweging
in de schuif waarbij de golf tegen de bovenste
plaatligger slaat.

REFERENTIES:

WL-rapporten M1504 en M1648 en Kooman et al. (1980).

6.3 ENKELVOUDIG MASSAVEERSYSTEEM VOOR TRILLINGSONDERZOEK; TRANSLEREND

6.3a VIZIERSCHUIVEN STUW HAGESTEIN

sectiemodel in goot met één graad van vrijheid met stroming

Trillingen door stroming

Enkelvoudig massaveersysteem

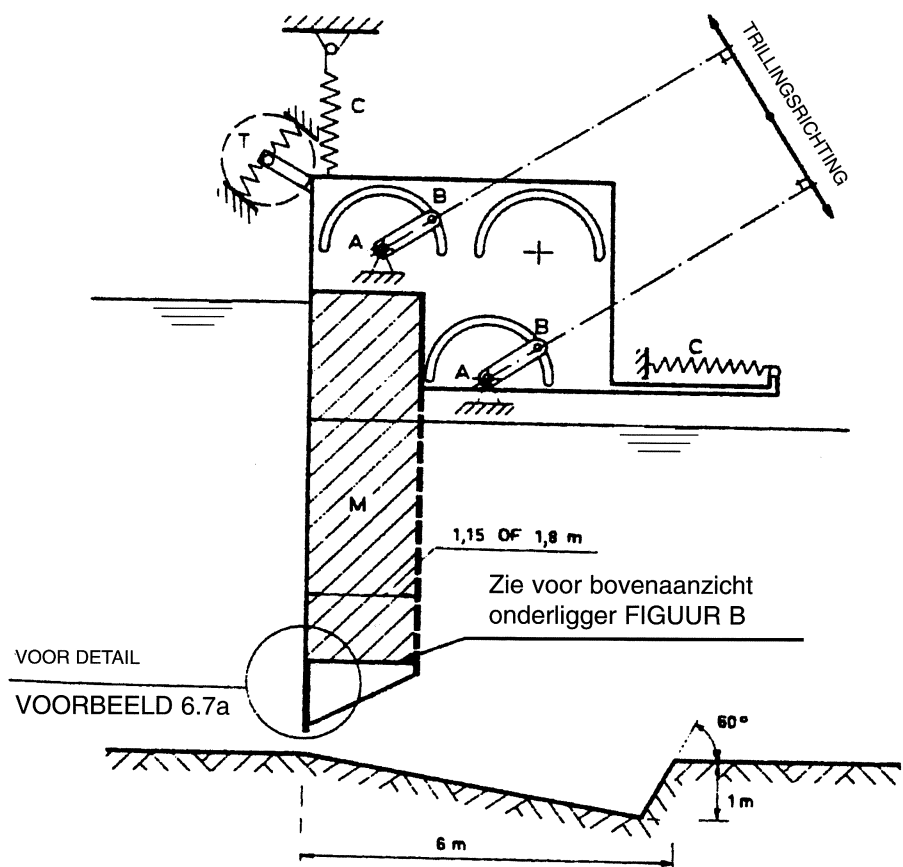
Schaal 1:6

Zie ook: Deel A, Paragraaf 6.2a.

DOEL ONDERZOEK:

Dit model was, naast het continu-elastische model (schaal 1:20) dat gebruikt is in de 'brainstormfase' en als eindcontrole, het voornaam-ste onderzoeksmiddel om de vormgeving van de doorsnede (en vooral de onderrand) van de schuif te toetsen. In dit model is, omdat de trillingen gering waren, alleen de vorm van de onderrand van de schuif gevarieerd. Rekenmethoden voor trillingsberekeningen en eindigelementenprogramma's waren in die tijd (1956-1960) niet beschikbaar.

Gemeten zijn vooral horizontale en verticale trillingen. Bij de uitwerking zijn onderscheiden trillingen in het laagfrequente gebied, waar de responsie quasi-statisch is, en het resonantiegebied. Verwacht mocht worden dat, ondanks het veel te grote schuifgewicht in het model, mogelijke resonantietrillingen op schaal zouden worden weergegeven.



Figuur A:
Sectiemodel, schaal 1:6,
vizierschuif stuw Hagestein: zij aanzicht.

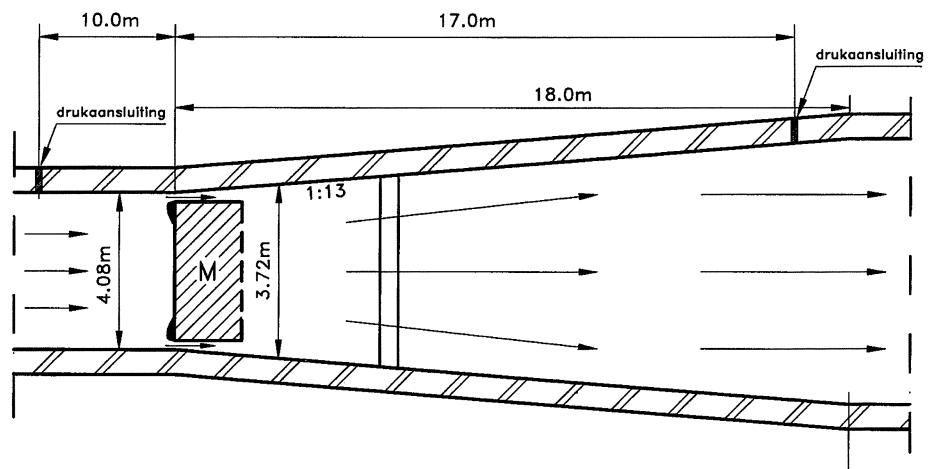
Ten behoeve van schaalonderzoek (er was ook een 1:20-sectiemodel met de geometrie gelijk aan die van het continu-elastische model) zijn naast trillingen de toegevoegde watermassa en de waterdemping gemeten.

Enkele proeven zijn uitgevoerd met een (zeer soepele) zijafdichting om de invloed van de zijdelingse lek op de trillingen na te gaan. Later is deze afdichting steeds weggelaten om geen risico te lopen dat de demping te groot zou zijn.

GEOMETRIE EN STROMINGSCONDITIES:

Figuur A en B geven het zij- en bovenaanzicht van het model. Alle maten zijn gegeven in prototypewaarden. Het model is de reproductie van een moot uit één van de vizierschuiven (zie Deel A, Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.2a). De benedenwaterdiepte had een orde van grootte van 4-6 m, het verval was maximaal 3 m (prototypewaarden).

Figuur B:
Idem als Figuur A: bovenaanzicht.



DYNAMISCHE EIGENSCHAPPEN:

Massa: 325 kg (70.000 kg prototype)
 Trillingsrichting: van verticaal tot horizontaal
 Frequentiegebied droog: 0,8 tot 2,8 Hz (prototype)

Het model was een factor 9 te zwaar ten opzichte van het prototype. Maar zolang het gaat om resonantietrillingen en zelfexciterende trillingen, kunnen de resultaten worden omgerekend naar een constructie met een kleiner gewicht. Het is lastig om resultaten van een sectiemodel om te rekenen naar die van de gehele schuif, maar als het sectiemodel trillingsvrij is, mag dit ook voor de prototypeschuif worden verwacht.

Zoals in Figuur A te zien is, heeft het model als bijzonderheid dat zowel de trillingsrichting (met staven die aan beide zijden een draaipunt hebben) als de veerstijfheid instelbaar is (met een draaiveer).

RESULTATEN:

De vorm van de onderrand (scherp, half rond of rechthoekig, steeds met breedte 10 cm) had weinig invloed op de (zwakke) trillingen. Bij verticale trillingen waren de amplituden variërend tot 0,2 mm, horizontaal tot 2 mm (prototypewaarden). Omdat geen zelfexciterende trillingen optraden, konden de trillingen in de resonantiefrequentie bewerkt worden met de methode als behandeld in Deel A, Paragraaf 2.2.8.

REFERENTIES:

WL-rapport M561-B en Kolkman (1963).

6.3b HEFSCHUIVEN STORMVLOEDKERING OOSTERSCHELDE

sectiemodel met één graad van vrijheid, met stroming

Schuiftrillingen door stroming;

stromings- en golfkrachten op schuiven en balken

Detailmodel in goot

Enkelvoudig massaveersysteem

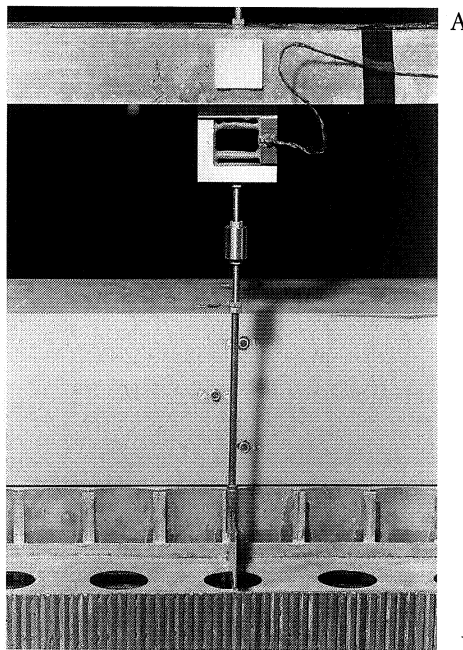
Schaal 1:40

Zie Voorbeeld 6.2b en 6.8a.

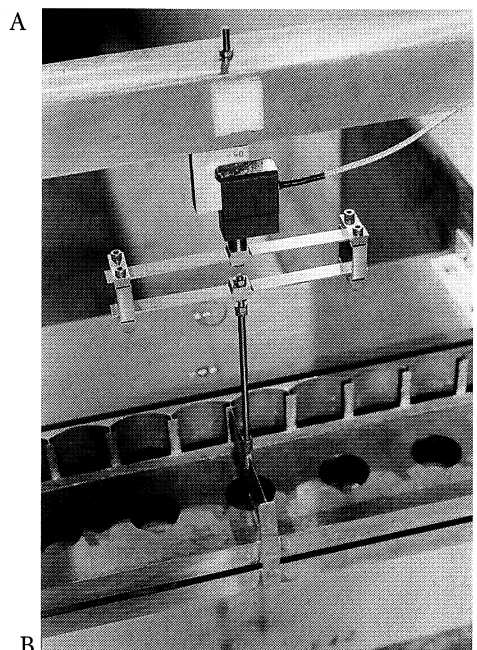
DOEL ONDERZOEK:

Verkenkend onderzoek naar trillingen in de hefschuiven, ook als de schuif gesloten is, zijn er potentieel trillingen, veroorzaakt door stroming in de lekspleten. Omdat het stroombeeld nagenoeg tweedimensionaal is, kon in deze fase met een sectiemodel worden volstaan. Metingen van stromingsbelasting en golfbelasting gingen aan dit trillingsonderzoek vooraf. Pas in de eindfase is een continu-elastisch model toegepast, waarbij met vrucht gebruik is gemaakt van een beschikbaar eindige-elementenrekenmodel van de schuiven.

Figuur A:
Verticale metingen met stijve ophanging
(schuif gezien van bovenaf aan zeezijde).



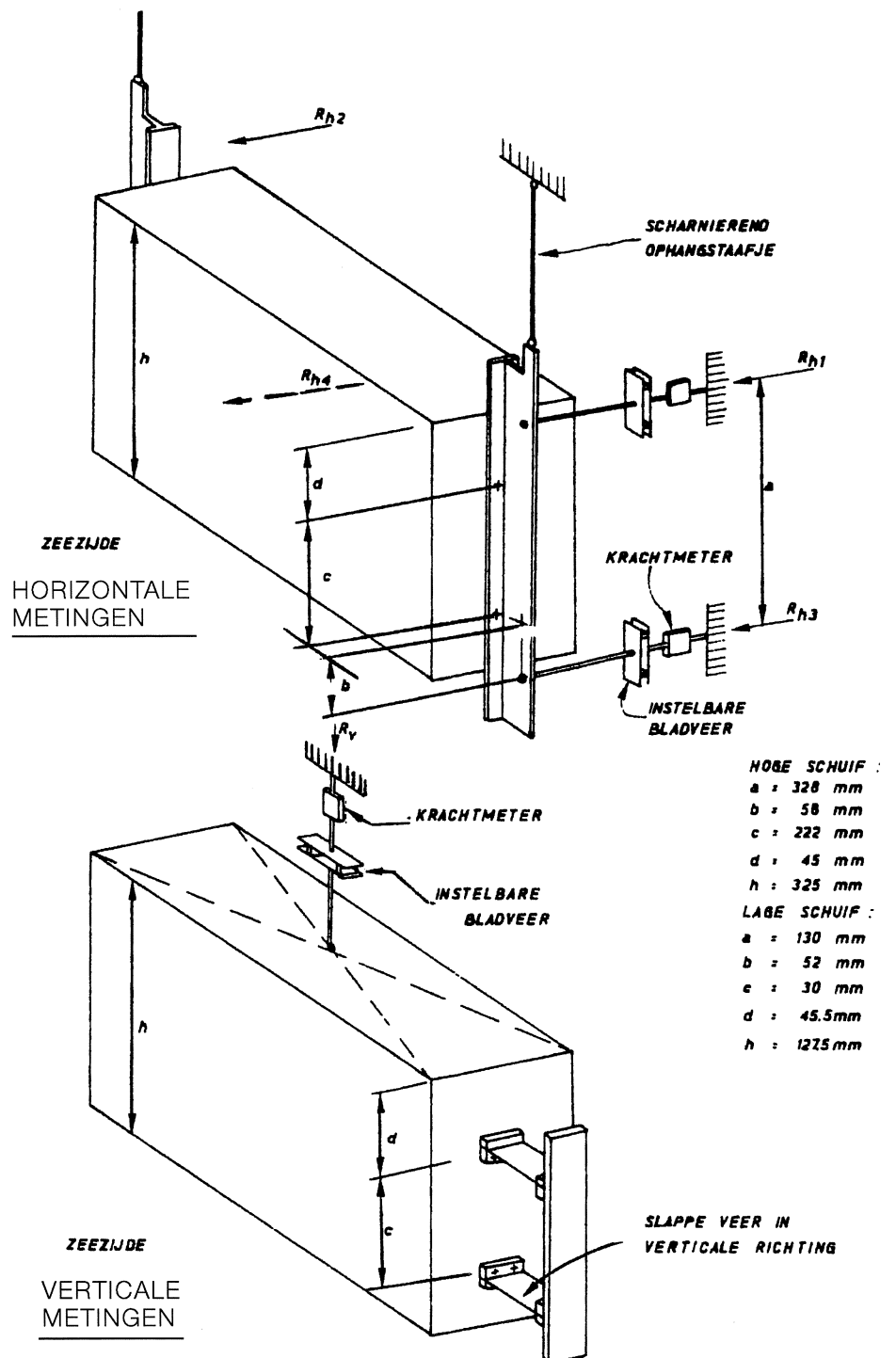
Figuur B:
Verticale metingen met verende ophanging.



GEOMETRIE:

Zie Voorbeeld 6.8a voor een overzicht van de constructie met pijlers, bovenbalk en dorpelbalk. De schuif bevindt zich aan de zeezijde van deze balken en kan langs de bovenbalk omhoog worden bewogen. De beplating bestaat uit tonggewelven om de torsiestijfheid van de schuif te verminderen (bij ongelijke zetting van de pijlers van belang). Eén opening van de stormvloedkering is in model ge-bracht. Een hoge en een lage schuif zijn onderzocht.

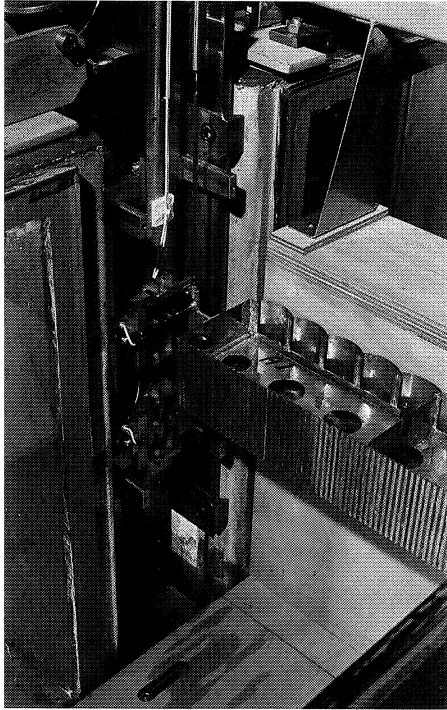
In het model zijn de bovenbalk en de dorpelbalk stijf uitgevoerd. De schuif was aan veren bevestigd via armen die zijwaarts uit het sectiemodel staken. De veren zaten weer vast aan een krachtmeter. De gootwand was van ruime nissen voorzien die



Figuur C:
Meetsysteem horizontaal en verticaal trillen.

grotendeels konden worden gescheiden van de goot zelf, zodat de krachtmeters buiten de stroming bleven. Er zijn proeven gedaan zowel met als zonder een plaat aan de zeezijde van de schuif (met een soort damwandprofiel) om golfklappen tegen de horizontale plaatliggers te voorkomen.

Later zijn overigens in afwijking van het model open vakwerkliggers toegepast omdat de golfkrachten bij een plaatligger te groot konden worden.



Figuur D:

Ophanging modelschuif met extra beplating aan de zeezijde, gezien vanaf de zeezijde. Instelling horizontale en roterende beweging.

STROMINGSCONDITIES:

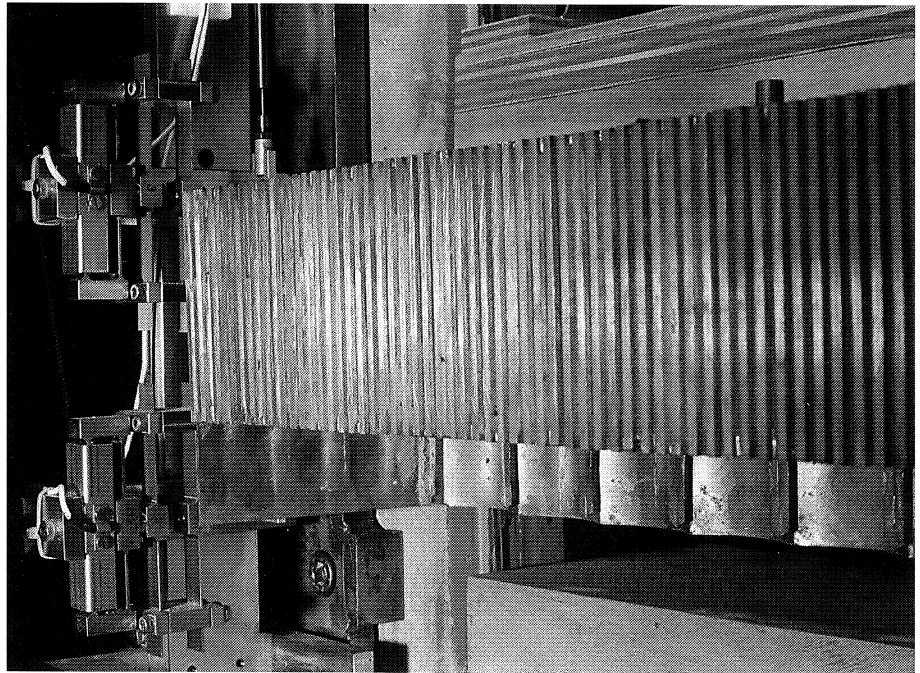
Verval van 0 tot 8,5 m. Benedenwaterstand (Oosterschelde) variërend tussen N.A.P. -1,5 m en +3 m.

DYNAMISCHE EIGENSCHAPPEN SCHUIFOPHANGING:

Krachtsmeters in serie met verstelbare bladveren. Zie Figuur C. In verband met meten bij verschillende schuifstanden waren het gehele krachtmeetsysteem en het ondersteuningssysteem bevestigd aan een hijsframe dat in elke gewenste positie stijf kon worden vastgeklemd. Dorpelbalk en bovenbalk waren voorzien van drukopnemers. De eigenfrequenties (droog) werden ingesteld op 3,5 Hz bij de verticale trillingsmetingen en op 6,5 Hz bij de horizontale. Bij de horizontale trillingen konden ook gelijktijdig rotatietrillingen ontstaan.

RESULTATEN:

Er traden zelfexciterende trillingen op bij stroming van zee uit naar binnen. Bij gesloten schuif was de stroming door de onderste lekspleet de oorzaak. De amplitude van de trilling was beneden aan de schuif 1,6 maal groter dan bovenin. Bij halfgeopende schuif gaf de bovenste lekspleet aanleiding tot trillingen. Een andere trilling trad op als de bovenste ligger net onder water zat. Stijver maken van de ophanging was afdoende om de trillingen te elimineren.



Figuur E:

Detail verstelbare bladveren en krachtopnemers aan boven- en onderzijde van de schuif.

REFERENTIES:

WL-rapporten M1424 en M1494.

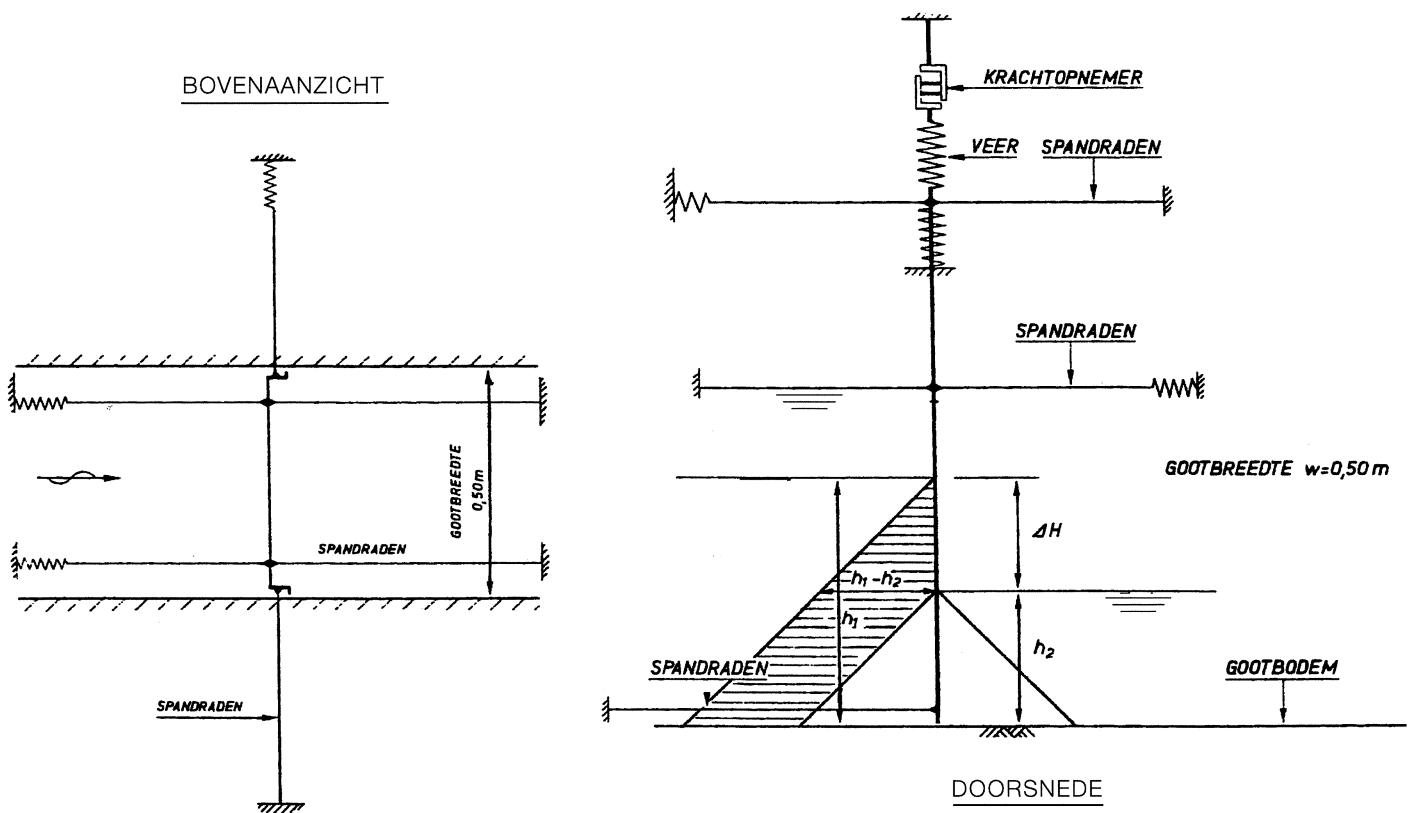
6.3c HEFSCHUIF IN OPEN SPUISLUIS (ALGEMEEN ONDERZOEK)

model in draden opgespannen (één graad van vrijheid), met stroming
Verticale trillingen door stroming
Sectiemodel in goot
Enkelvoudig massaveersysteem
Schaal: niet van toepassing

Zie ook Deel A, Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.5f.

DOEL ONDERZOEK:

Systematische bepaling van de toegevoegde watermassa (ter vergelijking met de uitkomst van de wiskundige aanpak), de waterdemping en de mate van zelfexcitatie, alle als functie van de waterstanden, de trillingsfrequentie en de vorm van de onderrand.



Figuur A:
Het model in draden ingespannen,
bovenaanzicht en doorsnede.

GEOMETRIE EN STROMINGSCONDITIES:

Het schuifmodel, geplaatst in een 50 cm brede en 70 cm diepe goot, was ingespannen in draden, en wel zodanig dat alleen verticale trillingen mogelijk waren. Deze wijze van ophanging was gekozen om een minimale demping en een minimale overspraak van verticale en horizontale belasting te hebben. Het probleem is vaak dat de grote horizontale belasting een overspraak geeft in verticale richting, waar de statische en dynamische krachten die gemeten moeten worden klein zijn. De schuif bestond uit een verticale plaat met aan de onderzijde een in benedenstroomse richting horizontaal uitstekende lip. Later zijn ook andere randvormen bekeken (Figuur B).

De stijve draden die het model 'geleiden' zijn éézijdig aangebracht. Om te zorgen dat ze, ongeacht de waterbelasting, strak gespannen blijven, zijn tegenover de

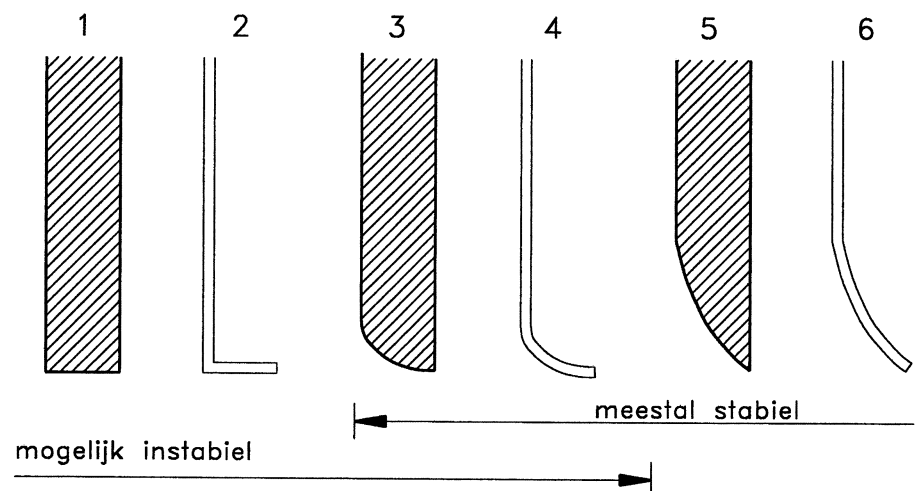
geleidingsdraden spandraden aangebracht die met een veer aangespannen zijn. Dit geeft een soort snaareffect met een additionele stijfheid; deze stijfheid is echter niet groot. Ook in zijdelingse richting zijn geleidingsdraden aangebracht.

DYNAMISCHE EIGENSCHAPPEN:

De massa van de schuif werd gevarieerd van 4 tot 6 kg en de veerstijfheid werd sterk gevarieerd zodat in water de frequenties varieerden van 2,5 tot 9,5 Hz.

RESULTATEN:

De mate van zelfexcitatie blijkt een functie van het Strouhalgetal te zijn (betrokken op spleetgrootte en stroomsnelheid in de spleet) en neemt toe met de mate van zuiging door stroming langs de onderrand. Bepaalde vormen van de onderrand geven geen zelfexciterende trillingen, maar een positieve stromingsdemping.



Figuur B:
Verschillende onderrandvormen,
in oplopende mate van veiligheid.

REFERENTIES:

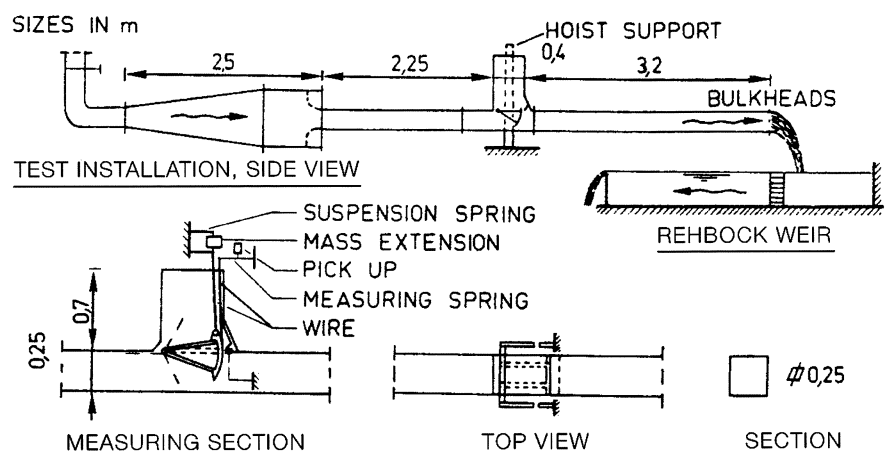
WL-rapporten M1322 en M1490, Kolkman en Vrijer (1977), Vrijer (1980).

6.4 ENKELVOUDIG MASSAVEERSYSTEEM VOOR TRILLINGSONDERZOEK; ROTEREND

- 6.4a SECTORSCHUIF IN EEN RIOOL** (algemeen onderzoek)
 model met één graad van vrijheid (alleen rotatie), met stroming
 Rotatietrillingen door stroming
 Totaal model in tunnel
 Enkelvoudig massaveersysteem
 Schaal: niet van toepassing

DOEL ONDERZOEK:

Het doel van het onderzoek was om de toegevoegde watermassa, de waterdemping en de door stromingen opgewekte trillingen te bepalen bij gevarieerde massa, mechanische demping en stijfheid.



Figuur A:
De testinstallatie.

GEOMETRIE EN STROMINGSCONDIETIES:

Figuur A toont de geometrie van de sectorschuif (reversed Tainter gate) die geplaatst was in een riool van 0,25 m in het vierkant, lang 2 m aan de boven- en 3 m aan de benedenstroomse zijde. De eigenlijke schuif en de beplating bevinden zich, ter voorkoming van luchtaanzuigen via de schuifschacht, aan de benedenstroomse zijde. Het verval kon in het model opgevoerd worden tot een orde van grootte van 2 m.

MECHANISCHE ASPECTEN:

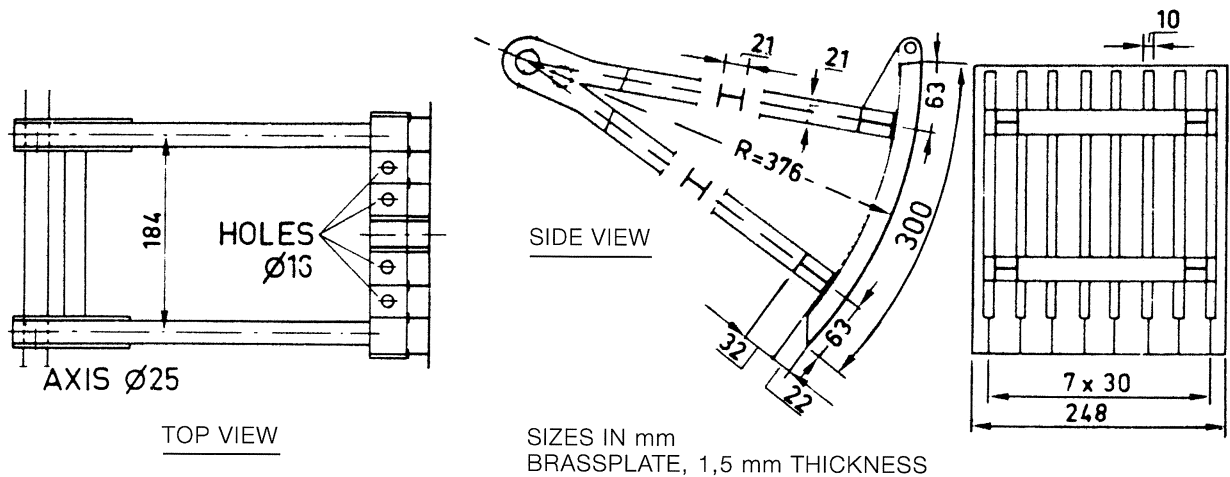
Het model was zodanig uitgevoerd dat de veren en de dempers buiten het riool aangebracht konden worden. De as was naar buiten gevoerd, waarbij een lekspleet van 1 mm rondom werd geaccepteerd. Figuur A toont de testinstallatie.

Figuur B geeft in detail de schuif en Figuur C de speciale draaipuntconstructie. De laatste heeft toelichting.

Omdat de mechanische demping volledig onafhankelijk moest zijn van het verval, werd een mesconstructie bedacht waarbij eerst het mes werd weggedraaid. Daarna werden het eigengewicht en de waterbelasting met veerkrachten zodanig

gecompenseerd dat de as gecentreerd was. Vervolgens werd het mes op zijn plaats gebracht en werd met één van de veren een van tevoren bepaalde voorspankracht aangebracht. Later is overigens gebleken dat de kracht op het mes de demping bij het mes nauwelijks beïnvloedt.

Voor projectgebonden onderzoek wordt tegenwoordig een grafietgesmeerde nylon lagering gebruikt, die ook in water kan worden toegepast. Daarmee vervalt de noodzaak om de as buiten de tunnel te voeren.



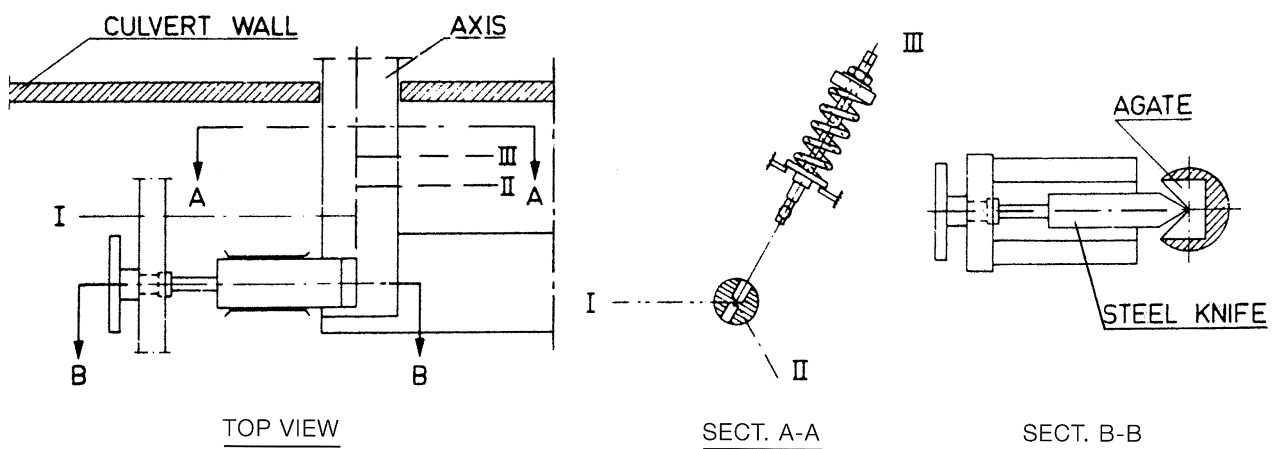
Figuur B:
De geometrie van de sectorschijf
(reversed Tainter gate).

DYNAMISCHE EIGENSCHAPPEN:

- Massa van de schijf gevarieerd van 4 tot 10 kg.
- Variabele veer, frequentiegebied 5 tot 15 Hz.
- Proeven zonder en met lineaire mechanische demper.

RESULTATEN:

Er is geen periodieke aanstoting zolang de onderrand scherp is en er geen uitstekende bovenlip is voor afdichting. Dit laatste punt is onderzocht (zie Deel A, Figuur A4.14). In dit model is de theorie getoetst van responsie op ruisexcitatie (Deel A, Paragraaf 2.2.8)



Figuur C:
Mesoplegging bij het draaipunt.

REFERENTIES:

WL-rapport S50-I en Kolkman (1976).

6.5 SYSTEEM MET MEER GRADEN VAN VRIJHEID BIJ DRIJVENDE DEUR

6.5a DRIJVENDE SECTORDEUREN STORMVLOEDKERING NIEUWE WATERWEG

overzichtsmodel met starre schuiven met meerdere graden van vrijheid
Trillingen door stroming en gedrag in golven

Overzichtsmodel

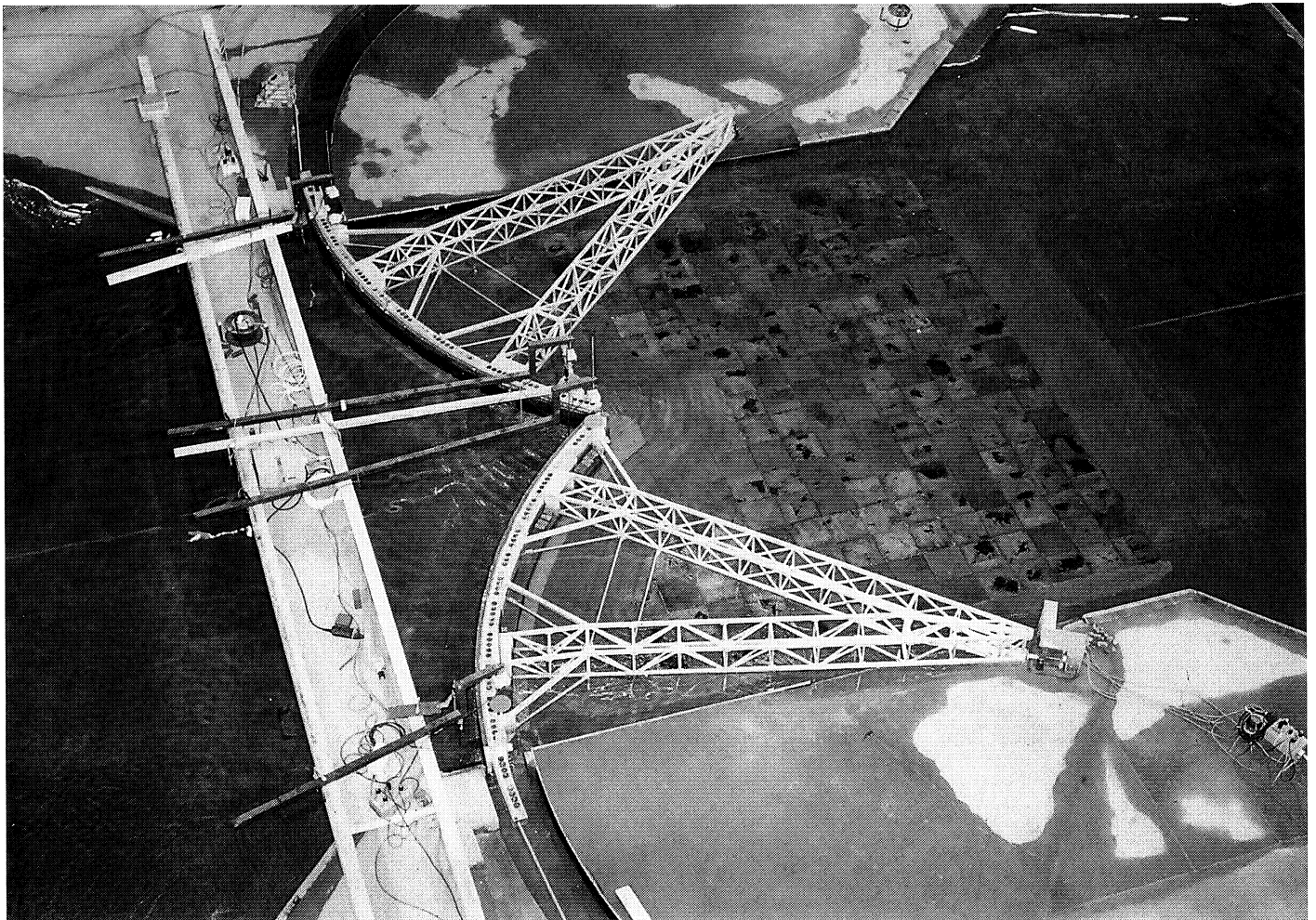
Model met (per deur) drie graden van vrijheid roterend om bolscharnier

Schaal 1:60

Zie ook: Deel A, Paragraaf 4.5.1 en 6.2.f

DOEL ONDERZOEK:

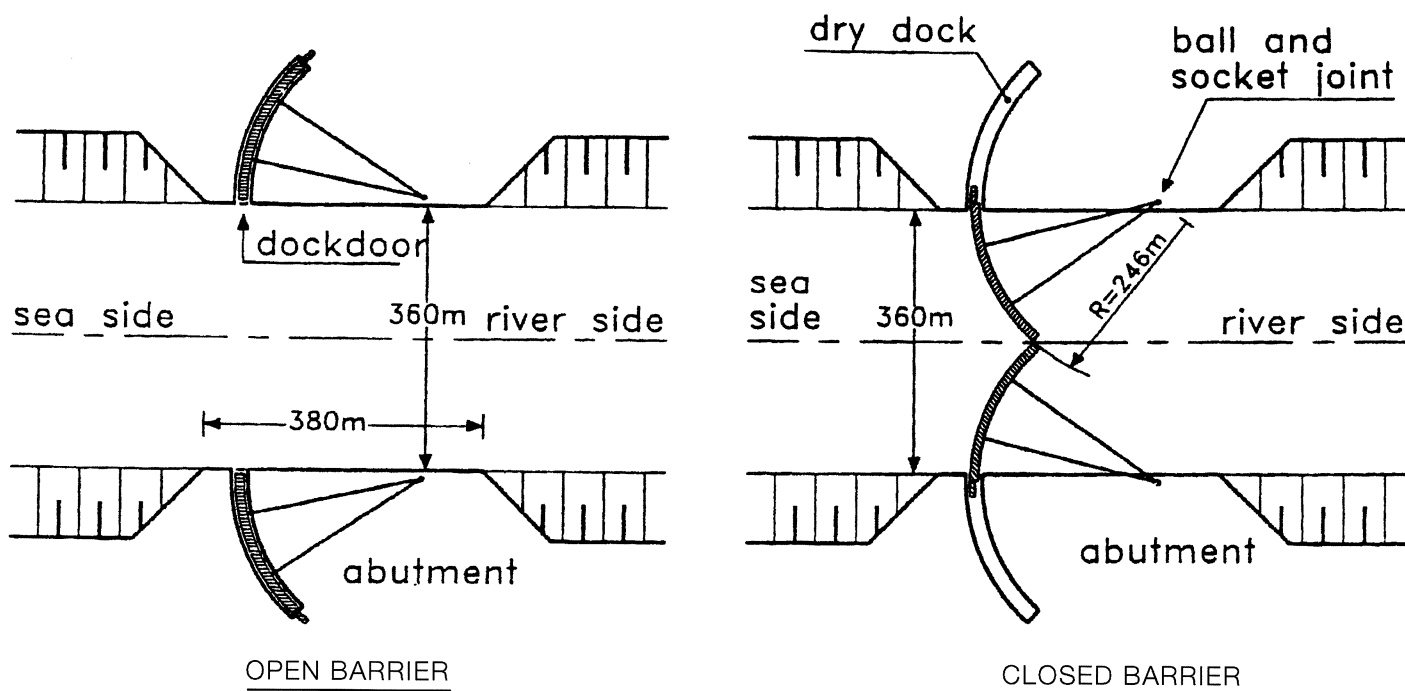
Onderzoek naar het dynamisch gedrag van de drijvende deuren in stroom- en golfcondities. Meting van dynamische krachten in scharnierpunten, trek-duwstangen, oplegfenders en drempelblokken.



Figuur A:
Overzichtsfoto van het model van de deuren.

GEOMETRIE VAN HET OVERZICHTSMODEL:

Figuur B geeft de situatie weer met de sectordeuren in de kas en die met gesloten deuren. De opening die door beide deuren afgesloten moet worden is 360 m. De deurhoogte is 21,5 m. Figuur C toont de doorsnede van de deur. De deuren worden drijvend ingevaren en dan afgezonken. Ze worden in radiale zin vastgehouden via een draaipunt op het landhoofd en in tangentiële zin via een trek-duwstang verbonden met een locomobiel en een tandradbaan.



Figuur B:
Bovenaanzicht met deuren in geopende en
gesloten stand.

Het overzichtsmodel omvat beide sectordeuren, de drempel, de landhoofden en aan beide zijden circa 1,5 km van de Nieuwe Waterweg. In het model zijn de sectordeuren uitgevoerd als stijve constructies, bestaande uit aluminium frames opgevuld met lichtgewicht schuim voor modellering van de geometrie (dit om snel de deurdoorsnede te kunnen wijzigen). In het model zijn alleen stationaire situaties bekeken, bij alle mogelijke combinaties van deur- en waterstanden. In plaats van vullen met water zijn de deuren in het model geballast met loden blokken.

STROMINGSCONDITIES:

Stroming vanaf zeezijde: verval over de kering afhankelijk van sluitingsprocedure en resterende opening onder de deuren, oplopend tot 4 m en in gesloten situatie tot 6 m. Stroming vanaf rivierzijde: verval bij begin van openen circa 2 m, afnemend naarmate de deuren meer opgedreven zijn.

GOLVEN:

Aan de zeezijde is de significante golfhoogte 0,75 tot 2,5 m; de bijbehorende golfperiodes zijn respectievelijk 5 en 10 s.

MEETSYSTEEM:

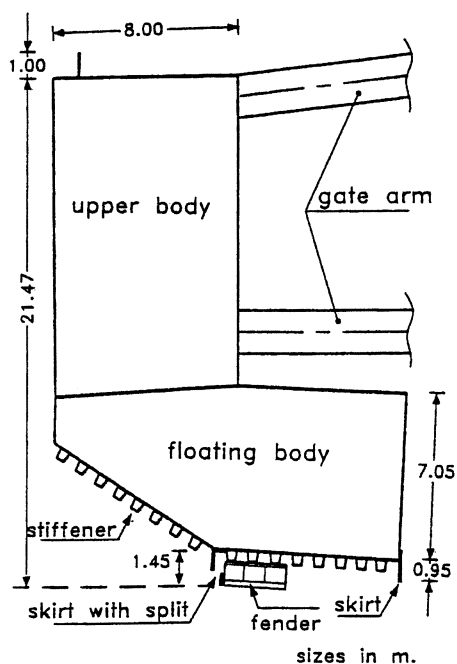
Contactloze, akoestisch verplaatsingsopnemers, boven de deur-einden voor het meten van verticale deurbewegingen. Krachtmeter in de scharnierpunten en de trekduwstangen. Voorts diverse drukopnemers in deuren en drempel; krachtopnemer in fender onder de deuren en in delen van de drempel.

DYNAMISCHE EIGENSCHAPPEN:

Per deur drie graden van bewegingsvrijheid (drie rotatievrijheden in het scharnierpunt). Dit resulteert in de volgende hoofdbewegingen van de deuren: bijna verticaal bewegen (dompen) en roteren om een radiale as (stampen). Doordat de deur hierbij meer of minder ondergedompeld raakt, fungeert het water als een hydrodynamische veer. Eigenperioden tussen 10 en 15 seconden. De derde beweging, in tangentiële richting, wordt voor een belangrijk deel bepaald door de veer in de trekduwstang. De eigenperioden zijn daarbij belangrijk lager en liggen rond de 3 s. In het model zijn de veren in de fenders en de trekduwstangen met niet-lineaire veer-karakteristieken uitgevoerd.

ONDERZOEKSTRATEGIE:

Het model was reeds beschikbaar toen het ontwerp in hoofdlijnen vaststond maar de vorm van de doorsnede nog moest worden geoptimaliseerd. In de beginfase van het onderzoek in dit driedimensionale model was vastgesteld dat er sterke deurbewegingen ontstonden die samenhangen met dwarsgolven tussen de landhoofden (zie Deel A, Paragraaf 4.5.1). Deze bewegingen hingen af van hoe de dwarsgolf de deur meeneemt en hoe dit weer de afvoer onder de deur beïnvloedt. Toen dit ook theoretisch onderbouwd werd (Deel C, Paragraaf 3.3.7) zijn rekenmodellen ontwikkeld (Deel C, Paragraaf 3.5.3) waarbij gebruik is gemaakt van coëfficiënten betreffende de mate van opdrijven en afvoer die in een tweedimensionaal model konden worden vastgesteld. Zodoende kon de optimalisatie van de doorsnede in het tweedimensionale model plaatsvinden. De eindcontrole van het ontwerp heeft weer in het onderhavige driedimensionale model plaatsgevonden.



Figuur C:
Doorsnede van de deur.

RESULTATEN:

Het onderzoek is zeer uitvoerig geweest en heeft een zeer belangrijke rol gespeeld bij de dimensionering van het bewegingswerk en van de drempel. Ook de vormgeving van de doorsnede van de deur is sterk gewijzigd, omdat er als (verrassend) resultaat werd gevonden dat de beide deuren tezamen, met het water als verbindingsschakel, een gekoppeld systeem met gekoppelde eigenbewegingen vormen; zie Paragraaf 3.5.3, Voorbeeld b.

REFERENTIES:

WL-rapporten Q958-I, Q969, Q1140, Q1190, Q1271, Q1278, Q1293, Bakker et al. (1991), Jongeling en Kolkman (1992).

6.6 MEERVOUDIG MASSAVEERSYSTEEM VOOR RESPONSIEONDERZOEK BIJ STROMING EN GOLVEN

6.6a HEFDEUR HARTELKERING

sectiemodel met meerdere graden van vrijheid, met stroming en golven
Trillingen door stroming en golfbelasting

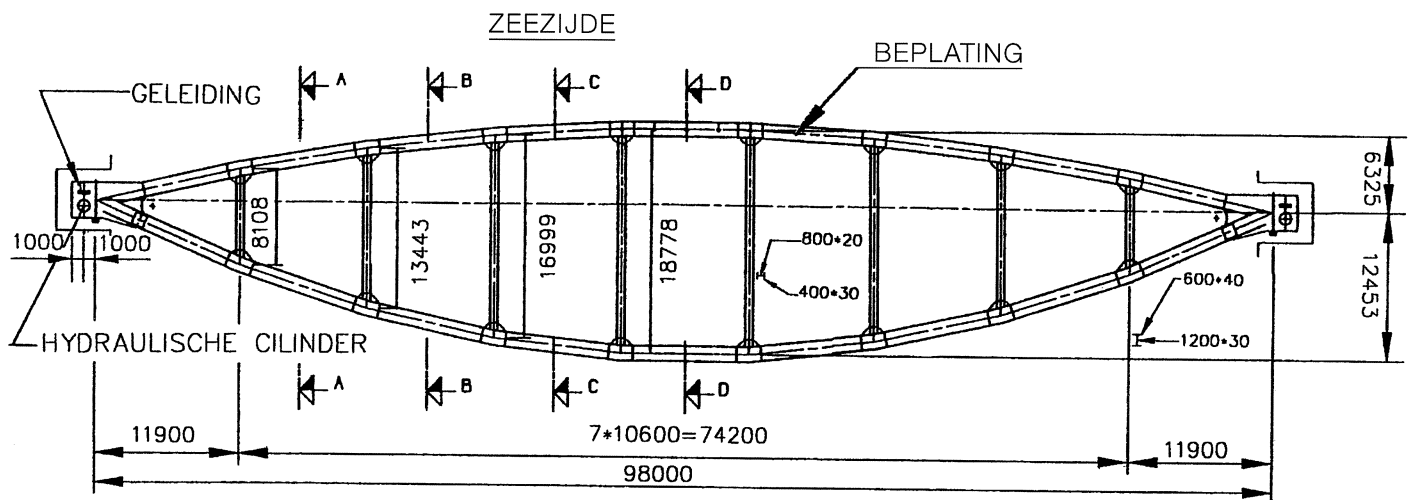
Sectiemodel

Meerdere graden van vrijheid in één vlak

Schaal: 1:25

DOEL ONDERZOEK:

Nagaan van de trillingsgevoeligheid van dit ontwerp bij onderdoorstroming, bij overstortend water en bij een combinatie van beide. Omdat de trillingsvormen en het frequentiegebied nog niet geheel vast lagen, is gekozen voor een model met drie graden van vrijheid in het verticale vlak. Dit model is gebruikt in combinatie met een eindige-elementenrekenmodel voor de schuif inclusief de invloed van de toegevoegde watermassa.



Figuur A:
Bovenaanzicht van de grootste hefdeur.
Maten in mm prototype.

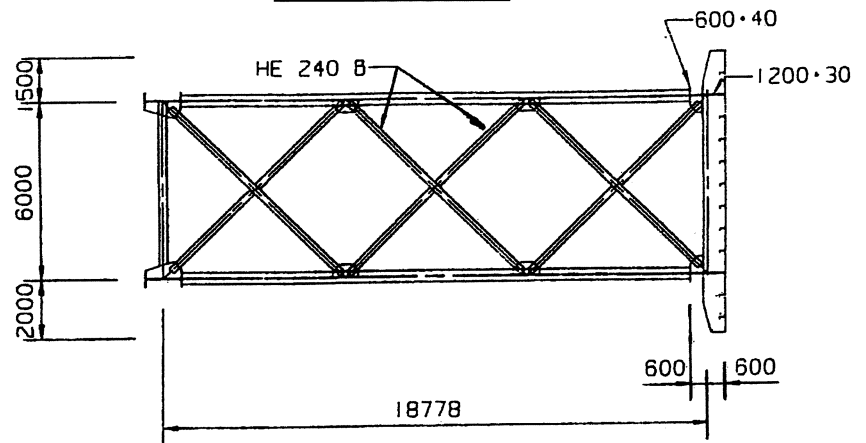
GEOMETRIE EN STROMINGSCONDITIES:

De stormvloedkering bestaat uit twee, in bovenaanzicht lensvormige, schuiven die in heftorens hangen. De schuiven hebben een overspanning van respectievelijk 98 en 49 m. Aan de zeezijde bevindt zich een waterkerende beplating, aan de rivierzijde is de vakwerkconstructie open. De hoogte van de schuiven is 9,30 m. In geheven toestand bevindt de onderrand zich op N.A.P. +14 m en in 'gesloten', dit wil zeggen kerende, toestand op N.A.P. -6,30 m. De bodem ligt op N.A.P. -6,50 m, hetgeen resulteert in een resterende spleet van 0,20 m. Rekening houdend met een zeewaterstand van meer dan N.A.P. +6 m is er een overstort van 3 m mogelijk.

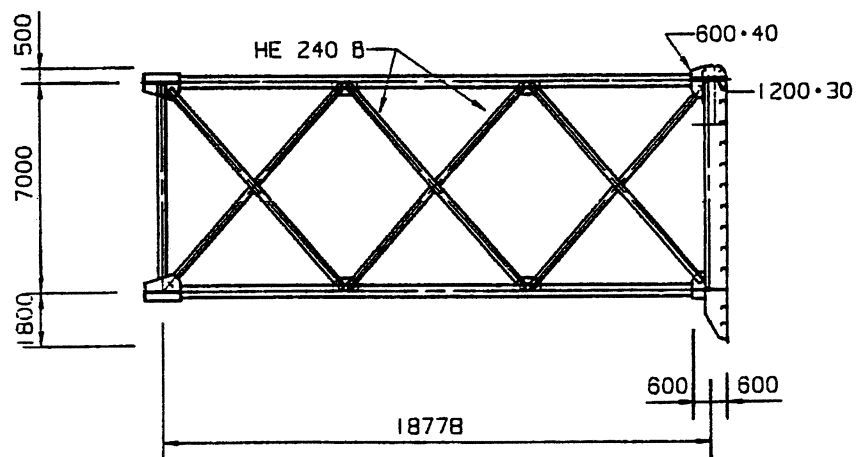
Rivierzijde

DOORSNEDE D-D

Zeezijde



(a) Basisontwerp



(b) Gewijzigd basisontwerp, toegepast in fase A

Figuur B:
Doorsnede van de deur, voor en na het onderzoek.
Maten in mm. (Opmerking: in deze figuur is
de zeezijde ter rechterzijde getekend).

Het onderzoek betrof qua doorsnede een sectiemodel van het middengedeelte van de grote schuif; het trillingsgedrag kon zowel in overeenstemming worden gebracht met het gedrag van de middensectie als met dat van de sectie op een kwart van de lengte.

Het onderzoek vond plaats in een goot met een breedte van 50 cm en een hoogte 70 cm.

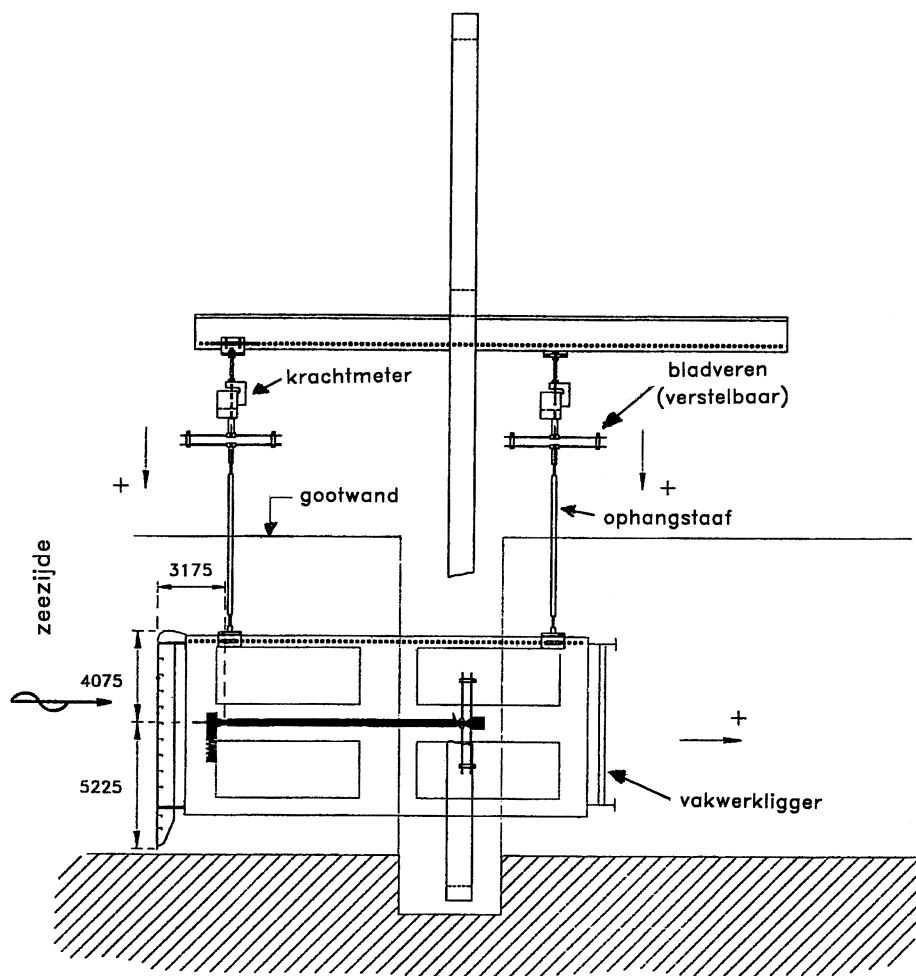
DYNAMISCHE EIGENSCHAPPEN:

Vanwege de drie vrijheidsgraden (horizon-taal, verticaal en rotatie) en de mogelijke onderlinge koppelingen hiertussen door het stromende water is het dynamische gedrag zeer complex. Bovendien hangt de laagste eigenfrequentie samen met de horizontale asymmetrische doorbuiging. Dit is berekend met het rekenmodel DIANA.

Voor verschillende situaties tijdens het sluitingsproces zijn combinaties van de laagste eigenfrequenties die de schuif kan hebben, in het model ingesteld. Voor eigenbewegingen met de grootste doorbuiging c.q. rotatie in de doorsnede halverwege de overspanning zijn natte eigenfrequenties ingesteld in het gebied 0,5-2,5 Hz, afhankelijk van de stand van de schuif en de hoofdbewegingsrichting (horizontaal, verticaal, rotatie).

RESULTATEN:

Naar aanleiding van het modelonderzoek is de vorm zowel van de onderrand als van de bovenrand gewijzigd; zie hiervoor ook de doorsneden in Figuur A. De onderrand is veel scherper gemaakt, terwijl de bovenrand een afronding heeft gekregen.



Figuur C:
Ophanging sectiemodel in het meetframe
(zijaanzicht). Hier is de zeezijde links getekend.

REFERENTIE:

WL-rapport Q1500.

6.7 CONTINU-ELASTISCH MODEL VOOR TRILLINGSONDERZOEK

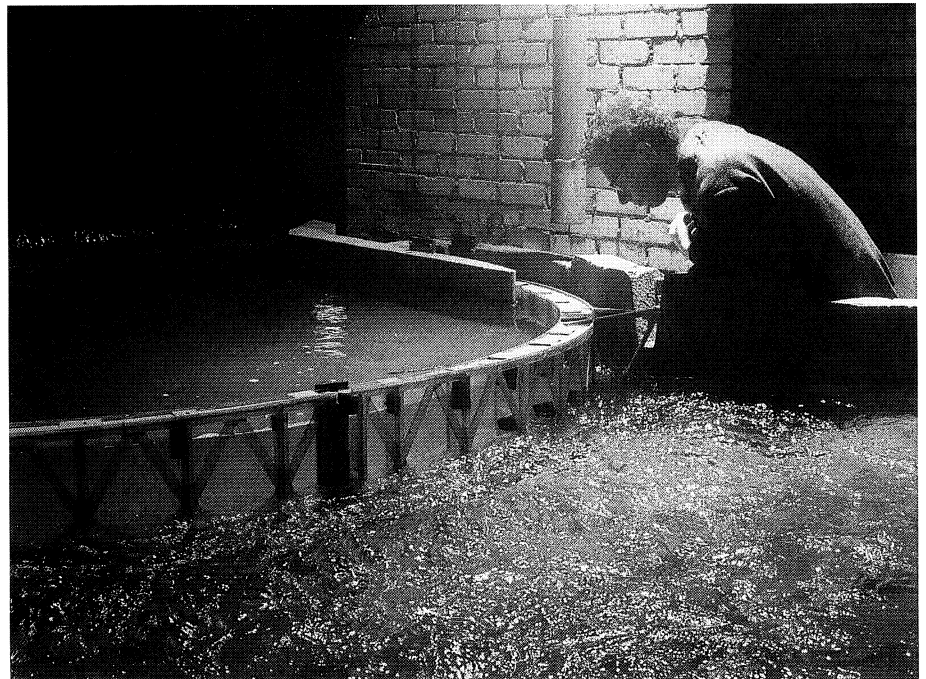
6.7a VIZIERSCHUIF STUW HAGESTEIN

continu-elastisch model, met stroming
Trillingen door stroming
Overzichtsmodel
Schaal 1:20

Zie ook: Deel A, Paragraaf 6.2a en Deel C, Paragraaf 5.5.

DOEL ONDERZOEK:

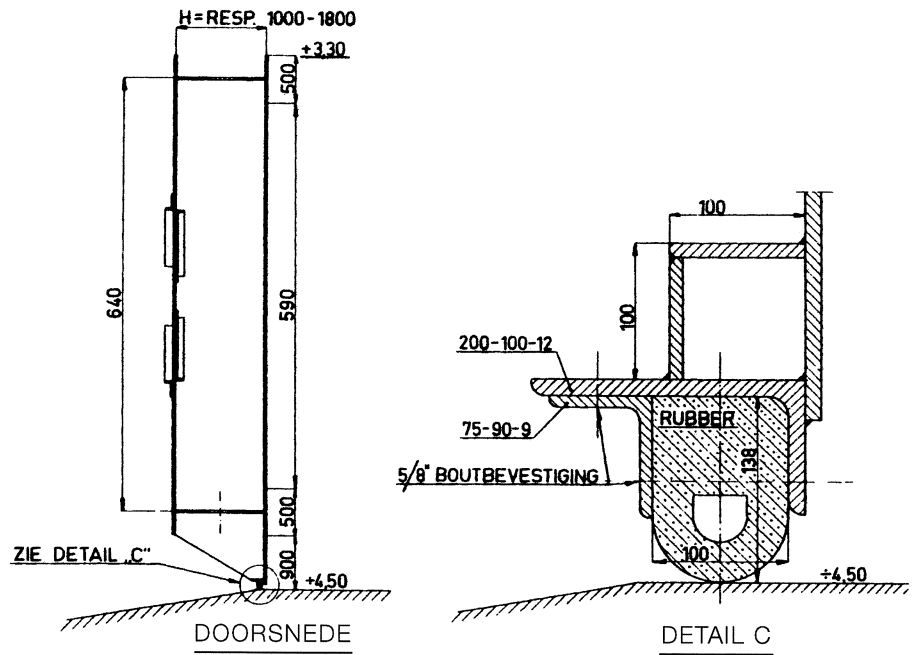
Het doel van het onderzoek was om vast te stellen of er bij dit, toen nieuwe, schuifontwerp gevaar voor trillingen aanwezig was, in het bijzonder in het lage frequentiegebied. Kenmerkend voor de vizierschuif is dat de laagste eigenfrequenties zowel droog als in water extreem laag zijn (vanaf 0,5 Hz). Optimalisering van de doorsnede heeft plaatsgevonden in een sectiemodel (zie Voorbeeld 6.3a). Rekenmethoden ten aanzien van trillingen waren toen (1956-1960) nog niet beschikbaar.



Figuur A:
Elastisch gelijkvormig model van de vizierschuif.

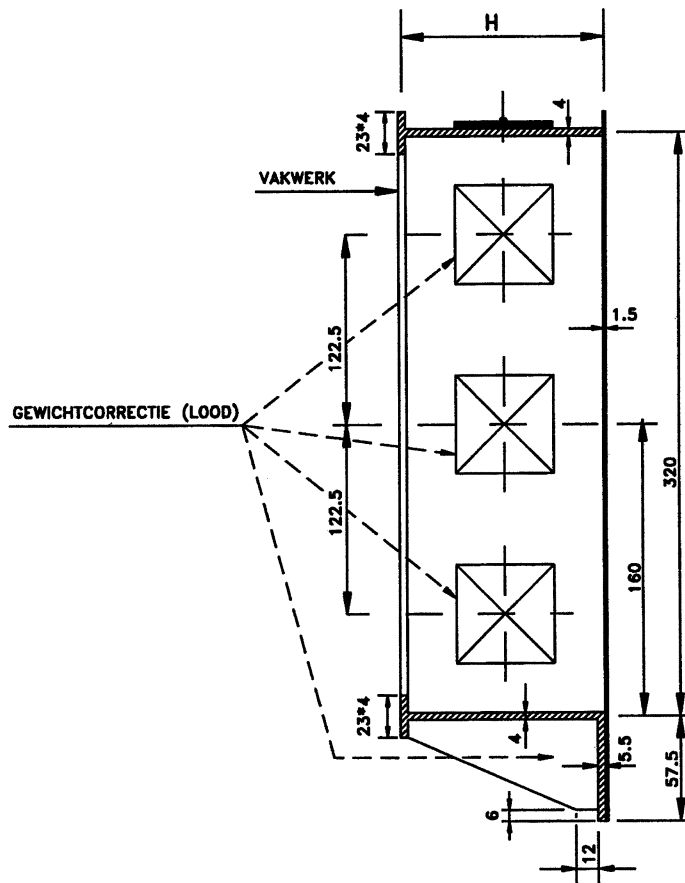
GEOMETRIE EN STROMINGSCONDITIES:

In Deel A, Hoofdstuk 6 wordt het ontwerp van de stuw getoond (Voorbeeld 6.2a). De stuw bestaat uit twee openingen van 48 m. Verval maximaal 3,5 m. Bodemligging op N.A.P. -4,5 m. Benedenwaterstand variërend van N.A.P. -0,5 tot +2 m bij een maximale bovenwaterstand van +3 m. De stuw heeft als functie het regelen van de bovenwaterstand. De boog wordt door het verval op trek belast. Daardoor kon een lichte schuif gekozen worden, wat als consequentie heeft dat de laagste eigenfrequentie laag is. Het is bij dit project geweest dat voor het eerst een continu-elastisch model is toegepast (zie Paragraaf 5.5). De doorsneden van model en proto-



Figuur B:
Doorsnede over de schuif in prototype.

type verschillen vooral qua plaatdikte en reproductie van de vakwerkstaven. De schaling is grotendeels gebaseerd op de elastische eigenschappen van de schuif als geheel (dus de lagere harmonische trillingen). Theoretisch is de schaal in een kunststof model wat betreft de materiaaldikte globaal 1:6 (toepassen van de relatie genoemd in Paragraaf 5.2, Conclusie 6). Verder spelen mee de aanpassingen om het model zo eenvoudig mogelijk te maken met verkrijgbare modelmaterialen.



Figuur C:
Doorsnede van het trovidurmodel.

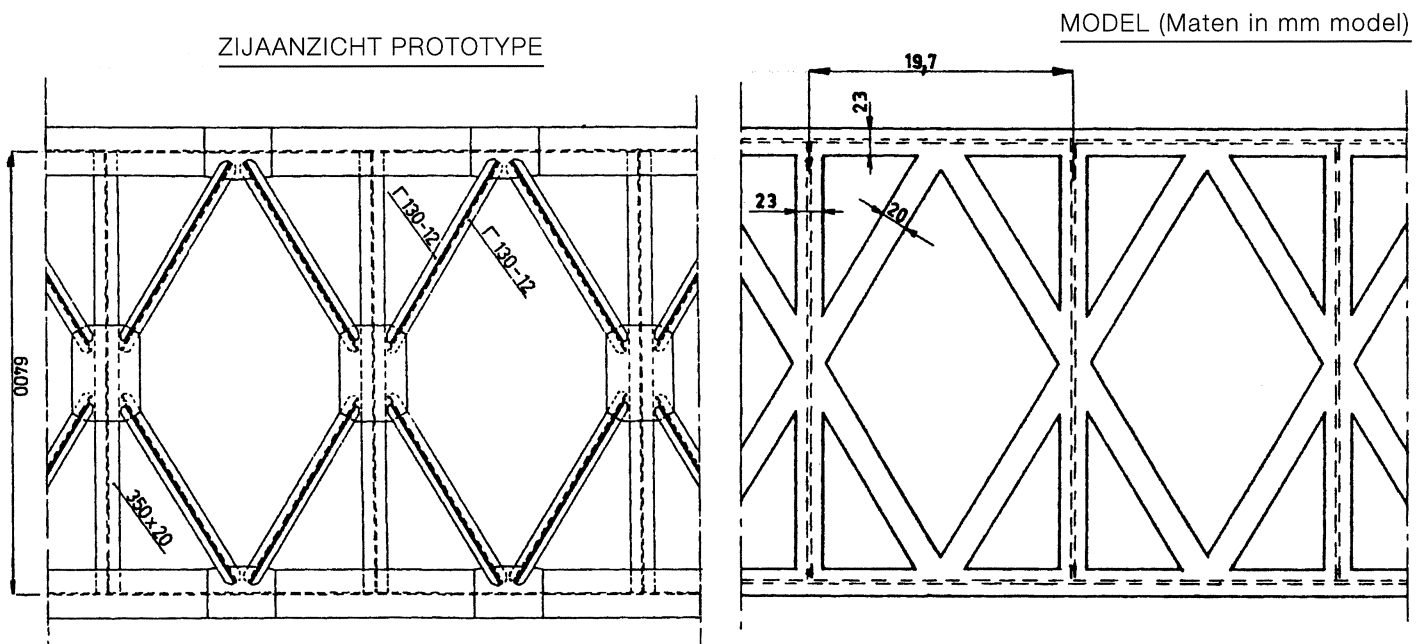
De lijfplaat van onder- en bovenhoofdliggers zijn in het prototype 15 mm dik, in het 1:20-model was dit 4 mm. De dikte van de flenzen was in het prototype variabel over de lengte van de schuif, in het model is een constante dikte van 4 mm gekozen. De verticale beplating is in werkelijkheid 8 mm dik, in het model 1,5 mm. De vakwerkstaven in het prototype zijn elk opgebouwd uit twee hoekprofielen met een breedte van 130 mm en een materiaaldikte van 12 mm. In het model was hiervoor een enkele strip van 4 mm dik en 20 mm breed toegepast.

DYNAMISCHE EIGENSCHAPPEN:

Reproductie van de dynamische eigenschappen van het prototype werd nagestreefd voor de schuif als geheel en voor de ophanging. Onderdelen als vakwerkstaven en beplating hebben in het model echter een te grote buigstijfheid. Opvallend is dat alle plaatdikten in het model relatief groot zijn. Figuur B geeft de doorsnede in het prototype en Figuur C de doorsnede van het kunststof model. In de laatste figuur is te zien dat de aanvullende massa's, nodig bij deze modeltechniek, grotendeels op de spanten zijn aangebracht en minder op de liggers, om de stijfheid daarvan niet te veel te beïnvloeden. Figuur D toont het vakwerk aan de benedenstroomse zijde van de schuif in prototype en model.

RESULTATEN ONDERZOEK:

Naar aanleiding van het onderzoek, waarbij geen of nauwelijks trillingen waren gevonden, is besloten de bouw voort te zetten, met als voornaamste wijziging dat er een extra riool in het landhoofd werd aangebracht om de radiale uitstroming en de gelijkmatigheid van de belasting op de schuif te verbeteren. Doordat de plaat en de liggers in het model lokaal te stijf waren, zijn de later geconstateerde plaattrillingen die samenhangen met de gekozen halfronde vorm van de rubber onderrand helaas niet voorspeld (zie Deel A, Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.2a).



Figuur D:
Aanzicht vakwerk in prototype en in model.

REFERENTIE:

Kolkman (1967). Ook opgenomen in Kolkman (1976).

6.8 CONTINU-ELASTISCHE MODELLEN VOOR GOLFBELASTING EN TRILLINGSONDERZOEK

6.8a HEFSCHUIF STORMVLOEDKERING OOSTERSCHELDE

continu-elastisch model met stijfheid buitenbeplating

Ook op schaal; met stroming en golven

Trillingen door stroming zonder en met golven

Overzichtsmodel

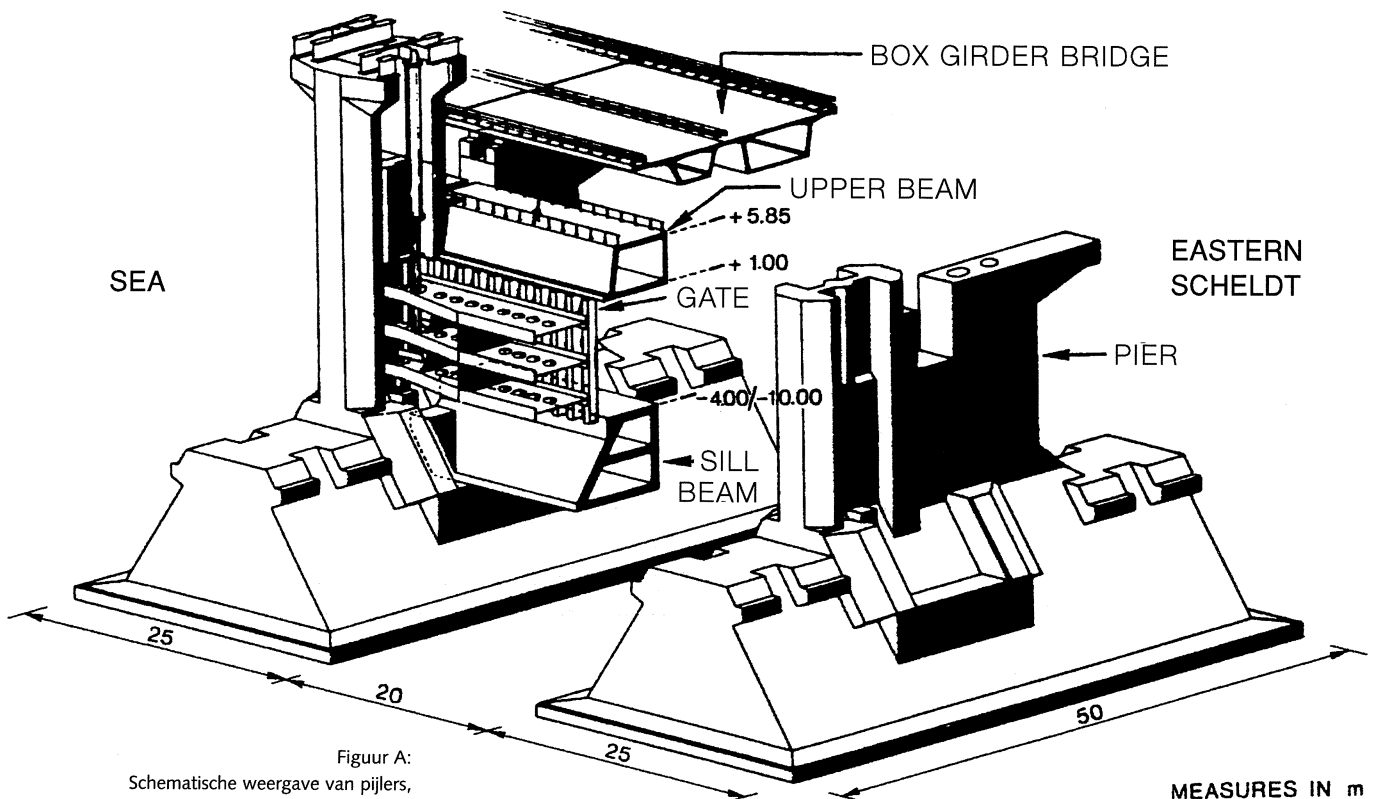
Continu-elastisch model met speciale buitenbeplating

Schaal 1:40

Zie ook: Voorbeeld 6.2b en 6.3b en verder Deel B, Paragraaf 7.3.

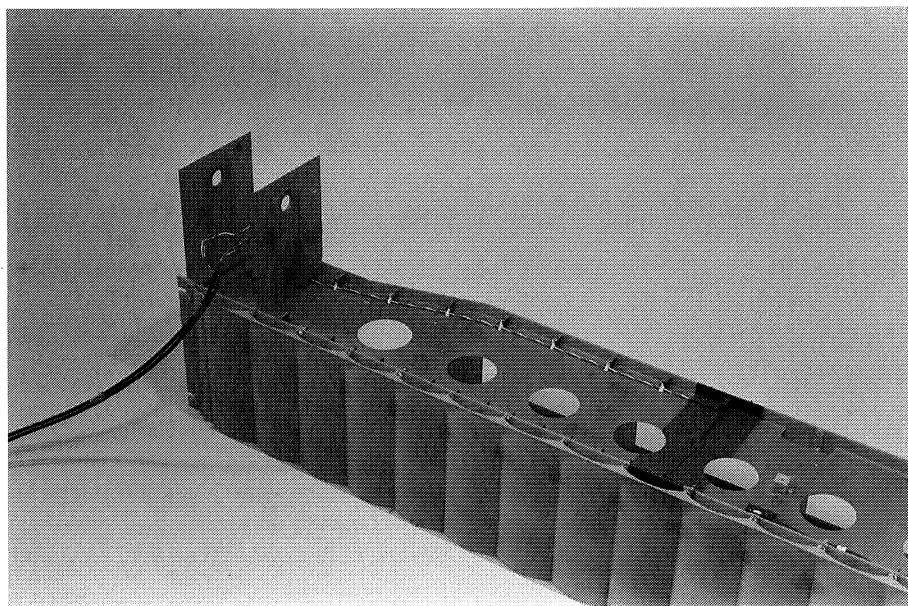
DOEL ONDERZOEK:

Het verificatieonderzoek in het continu-elastische model betrof trillingen door stroming en golfkrachten. Naast het hier beschreven continu-elastische model is ook gebruikgemaakt van twee sectiemodellen: een stijf model om golfdrukken te kunnen meten (zie voorbeeld 6.2b) en een trillingsmodel met één graad van vrijheid (Voorbeeld 6.3b). Een aantal andere modellen was beschikbaar om de vormgeving in relatie tot het dynamische gedrag te bestuderen. Uiteindelijk hebben de onderzoeken en beschouwingen over schaalregels en schaalearselen geleid tot een wijziging in het ontwerp, waarbij de horizontale plaatliggers zijn vervangen door een vakwerkconstructie opgebouwd uit ronde buizen.



Figuur A:
Schematische weergave van pijlers,
dorpel, bovenbalk en schuifconstructie.

Figuur B:
Het model van de lage hefschuif met liggers
gezien vanaf de landzijde.



GEOMETRIE EN STROMINGSCONDITIES:

Figuur A geeft een indruk van de afmetingen van de pijlers. De dagmaat van de opening tussen de pijlers is circa 40 m. De opening wordt aan de onderzijde begrensd door een dorpelbalk en aan de bovenzijde door een bovenbalk. De schuiфhoogte die de opening afsluit, varieert van circa 5 tot circa 12 m. Het verval kan theoretisch oplopen tot 5 m, maar ook de golfhoogten kunnen hoog oplopen (tot $H_s = 4$ m).

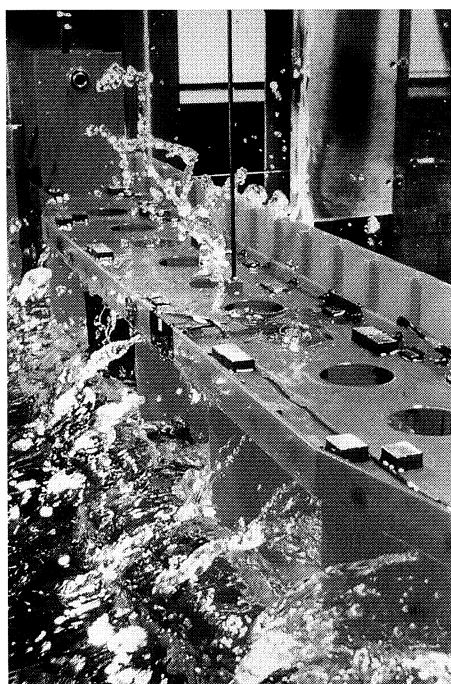
DYNAMISCHE EIGENSCHAPPEN:

De continu-elastische modelschuif was bij de oplegging via horizontale draden aan krachtmeters bevestigd, zodat naast spanningen en verplaatsingen ook de totale belasting kon worden gemeten. De krachtmeters zaten weer vast aan een frame dat mee op en neer ging met het heffen van de schuif.

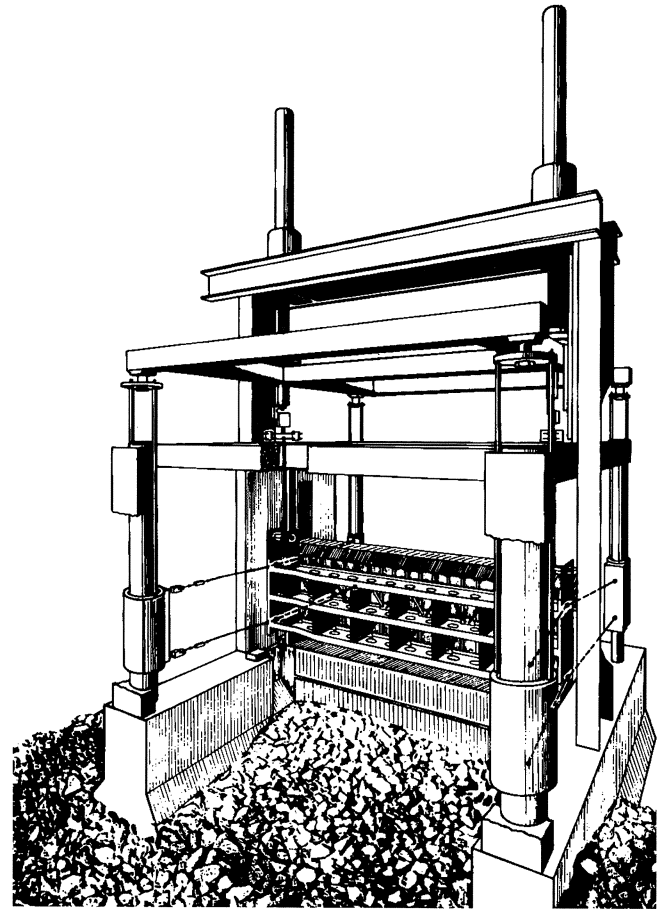
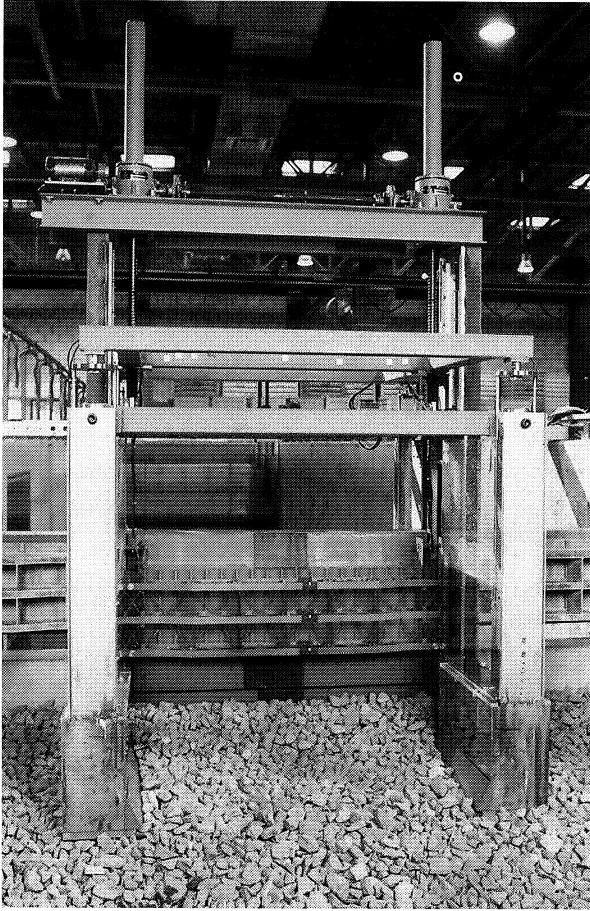
Ook de (betonnen) bovenbalk was met gebruikmaking van trovidur in het continu-elastische model gereproduceerd. Wat de schuif betreft moest ook de beplatingsdikte zodanig zijn dat de buigingsstijfheid op schaal was, omdat deze stijfheid een parameter was voor de torsiestijfheid van de gehele schuif (normaal is bij een continu-elastisch model de beplating te stijf). Bij het ontwerpen van het continu-elastische model en bij het vertalen van meetresultaten in spanningen op kritieke punten is gebruikgemaakt van een eindige-elementenprogramma dat bij Rijkswaterstaat voor de prototypeschuif beschikbaar was en dat is aangevuld met een eindige-elementenmodel van de schuif met de elasticiteit, massa en toegepaste materiaalafmetingen van het trovidurmodel.

RESULTATEN:

Bij de hoge schuif (de 'diepe' situatie) is bij stroming vanuit zee naar binnen bij de geopende stand een stromingsinstabiliteit gevonden die aanleiding gaf tot een laagfrequente slingering met een periode van 15 s. Als er golven zijn (en die zijn er altijd bij deze extreme situatie), dan verdwijnt deze slingering. Bij de lage schuif is, als zij half geopend is, een trilling van 3 Hz geconstateerd (amplitude 11 mm), die ook weer verdwijnt bij golven. Bij deze schuif is bij stroming vanuit de Oosterschelde in



Figuur C:
Beproeving van het model in golven.



Figuur D:
Overzicht meetframe.

gesloten toestand een trilling gemeten met een frequentie van 2 Hz en een amplitude van 7 mm.

Het model is ook gebruikt om golfklapresponsies te meten en, mede gebruikmakend van de metingen in stijve modellen, conclusies te trekken met betrekking tot lokale golfdrukken. Gemeten responsies zijn, vanwege de relatief lage eigenfrequenties, op Froudeschaal naar prototype om te rekenen.

REFERENTIES:

WL-rapport M1561 en De Jong et al. (1980).

6.8b SECTORSCHUIVEN SPUISLUIS HARINGVLIET

continu-elastisch model met stijfheid buitenbeplating
Ook op schaal; met stroming en golven
Overzichtsmodel
Continu-elastisch model speciaal aangepaste buitenbeplating
Schaal 1:20

Zie ook: Deel A, Paragraaf 6.2C en Deel B, Paragraaf 7.4.

DOEL ONDERZOEK:

Dit model diende als verificatieonderzoek naar het trillingsgedrag en de responsie op golfklappen. In eerdere fasen van het onderzoek waren er verscheidene modellen voor trillingsonderzoek, voor onderzoek naar verticale stromingskrachten en naar golfkrachten (en lokale golfdrukken) toegepast. Parallel aan dit onderzoek in het continu-elastische model is gerekend met een eindige-elementenprogramma (toen nog in ontwikkeling), met een elektrisch analogon en met analytische methoden (gebaseerd op de eigenwaardetheorie).

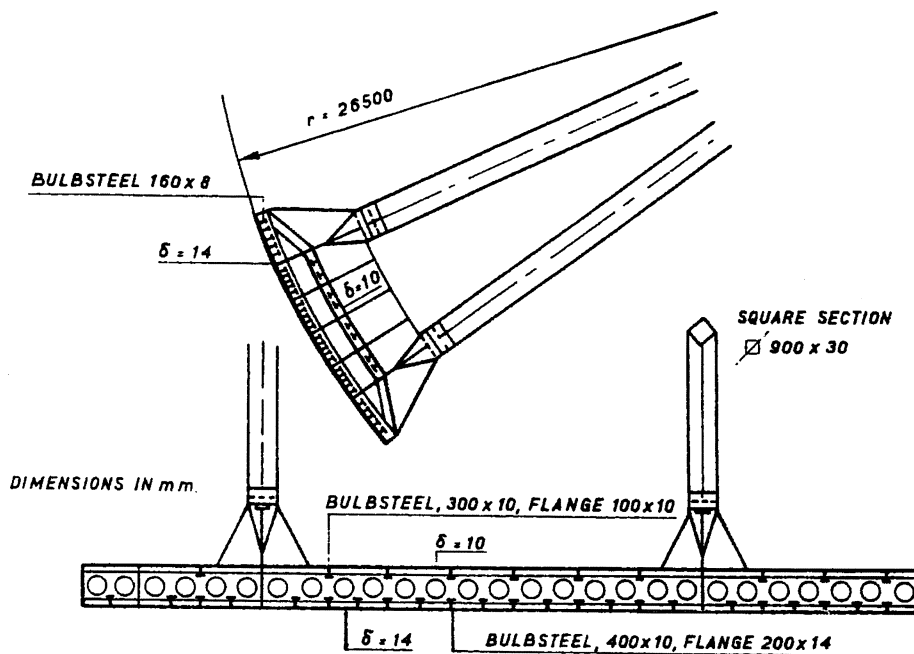


Figuur A:
Het elastisch gelijkvormige model van schuiven en brugligger.

GEOMETRIE EN STROMINGSCONDITIES:

Zie voor de geometrie en de condities van de schuiven met de ophanging Deel A, Paragraaf 6.2, Voorbeeld c en Paragraaf 6.5, Voorbeeld c. Een betonnen driehoekige brugligger overspant 56,5 m. Hieraan zijn draaipunten bevestigd voor de sectorschuiven; deze dienden tevens als ondersteuning van de schuif. De armconstructies hadden een hart op hart afstand van 14,8 m.

Zowel de schuiven aan de zee- als die aan de landzijde zijn dubbel beplaat om bewegen onder ijscondities te vergemakkelijken. De beplating aan de zeezijde van elk van de schuiven reduceert de verticale golfbelasting. Figuur B en C geven het schuifontwerp in prototype en model waaruit de geometrische verschillen zijn af te leiden; deze hebben alleen te maken met de beplatingsdikte. De uitwendige geometrie van de schuiven bleef gehandhaafd.

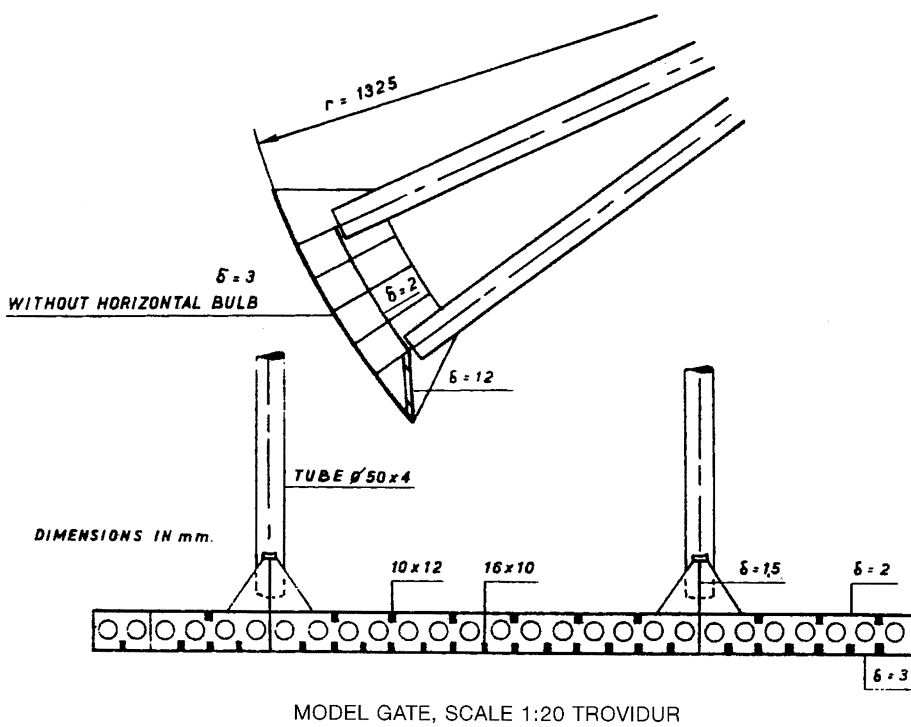


Figuur B:
Doorsnede zeeschuif in prototype.

DYNAMISCHE EIGENSCHAPPEN:

Zowel de schuiven als de betonnen driehoekige (nabla)ligger zijn qua massa en veerstijfheid geschaald.

Bij een continu-elastisch model bij stroming en golven op Froudeschaal is de plaatdikte te groot en daarmee ook de lokale doorbuigingsstijfheid. Omdat niet bekend was of de doorbuiging van de beplating bij golfklappen een rol speelt, is de plaatstijfheid zo goed mogelijk aangepast aan de werkelijke stijfheid. Er is een berekening gemaakt van de stijfheid in prototype inclusief de kleine verstijvingsliggers, en



Figuur C:
Doorsnede zeeschuif in het model;
maten in modelwaarden.

deze totale plaatstijfheid kon met een kleine aanpassing van de plaatdikte wel in overeenstemming worden gebracht met normale schaalregels voor de modelbeplating. De lokale stijfheid tussen de verstijvingsliggers bleef evenwel in het model veel te groot.

RESULTATEN:

Voorafgaand aan het onderzoek in het continu-elastische model is in een star model onderzoek naar golfklappen gedaan, resulterend in een aantal wijzigingen in het ontwerp (zie Deel B, Figuur B7.4). Het continu-elastische model kwam pas gereed in een stadium waarin de ontwerpfase van de constructie ongeveer was beëindigd, en het diende dus vooral als eindcontrole. Naast lokale golfdrukken zijn pootkrachten en totaalcrachten op de nablabrugligger bepaald. Er zijn geen belangrijke nieuwe elementen naar voren gekomen. De golfdrukken in dit 1:20-model komen overeen met de metingen in het starre model op schaal 1:40. De golfklappen werken zeer lokaal; de pootkrachten waren een factor 7 à 8 kleiner dan in geval de gemeten maximale golfdruk als criterium zou zijn aangehouden. Metingen van pootkrachten komen globaal overeen met over het schuifoppervlak geïntegreerde drukmetingen. Door de golfbelasting komt de schuif alleen in een symmetrische trilling, die samenhangt met de elasticiteit van het hefwerk; de vervorming van de schuif zelf is hieraan ondergeschikt. De (geringe) gemeten spanningen in de brugligger kloppen globaal met berekende waarden.

OPMERKING:

Met de toenmalige gehanteerde wijze van golfopwekking (regelmatig bewegend golfschot in combinatie met een sterk overdreven windsnelheid) was de golfsteilheid te groot, waardoor de gemeten klappen veel te ongunstig waren. Dit was tijdens het onderzoek bekend, maar er was geen betere methode beschikbaar.

REFERENTIE:

WL-rapport M399.

7 ONDERZOEK VAN PROTOTYPECONSTRUCTIES

7.1 ALGEMEEN

Prototypemetingen kunnen in hun algemeenheid zeer verschillende doelstellingen hebben, te weten:

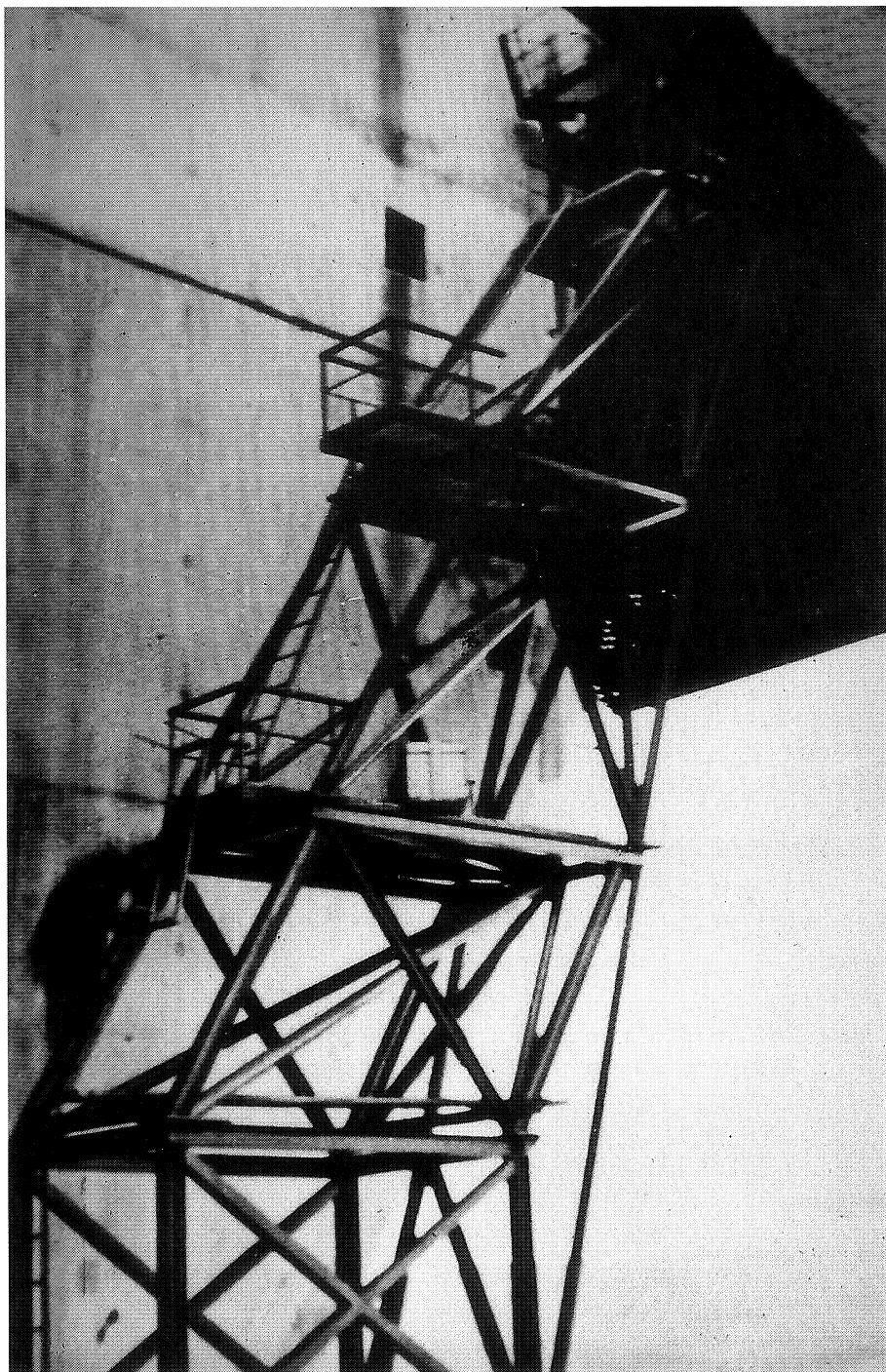
- Opsporing van de oorzaak van geconstateerde problemen en het toetsen van mogelijke remedies.
- Verificatie van bestaande reken- en modeltechnieken.
- Aanvulling van studie en onderzoek in de ontwerpfase.
- Controle van de specificaties bij oplevering van de constructie.
- Permanente bewaking van het gedrag van de constructie en controle van de omstandigheden.

Wat betreft het dynamische gedrag van constructies geldt dat de metingen zowel betrekking hebben op het gedrag van de constructie als op het vastleggen van de stromings- en golfomstandigheden waarbij dit gedrag optreedt.

Bovendien zijn bij een paar constructies niet alleen metingen verricht aan door stroming opgewekte trillingen en golfklappen, maar zijn ook afzonderlijk trillingsvormen en resonantiefrequenties van zowel de droge als de natte constructie (stilstaand water) bepaald. Dit is enerzijds gedaan om ook op deze punten de reken- en modeltechniek te toetsen, anderzijds om de metingen van door stroming opgewekte trillingen en golfklappen beter te kunnen interpreteren. Dit betrof met name de vizierschuiven in de stuw te Hagestein en de segmentschuiven van de spuisluizen in het Haringvliet, beide genoemd in Paragraaf 5.5.

Metingen aan prototypeconstructies zijn niet wezenlijk verschillend van metingen in schaalmodellen. Wat wel verschilt is het volgende:

- Alle handelingen zijn veel omslachtiger; men heeft de meetcondities minder in de hand.
- Het is niet altijd mogelijk een vast punt buiten de constructie te vinden van waaruit een constructie kunstmatig belast kan worden of waar een meetinstrument aan bevestigd kan worden. Dit leidt tot een andere keuze wat betreft de aanstoot- en meetapparatuur.
- De metingen bestrijken vaak een relatief lange tijdsduur. Omdat het gewenst is de eigenschappen van de constructie te kennen in zowel droge toestand als in stilstaand water, zijn de metingen vaak gekoppeld aan de bouwfasen. Is de constructie eenmaal in gebruik, dan komen de maatgevende omstandigheden bovendien sporadisch voor.
- Soms moeten voorzieningen aan het kunstwerk worden getroffen om de opnemers te kunnen aanbrenge en kabels te kunnen doorvoeren.
- Soms moet kunstmatig een vast punt buiten de constructie worden gemaakt om de constructie kunstmatig dynamisch te kunnen belasten. Hiervoor kan een hulpconstructie nodig zijn.



Figuur C7.1:
Stellage om vanuit een vast punt de sectorschuiven
van de spuisluis in het Haringvliet te exciteren.
Zie voor het ontwerp Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.8b
en voor de excitator Figuur C5.1.

Het is bij prototypemetingen zeer belangrijk dat er tijdig overleg is, waarin voor de periode van de voorbereidingen en de metingen zelf de taak en de werkzaamheden van de ontwerper/beheerder van de constructie en van degenen die de metingen uitvoeren, worden vastgelegd.

Wat de organisatie van de metingen betreft is het van belang dat:

- apparatuur duurzaam en betrouwbaar is en zeer solide wordt bevestigd;
- er bij langdurige metingen rekening wordt gehouden met uitval van apparatuur, hetgeen resulteert in meer opnemers;

- in het aanbrengen van drukdozen en rekstroken al tijdens de bouw van schuiven wordt voorzien, zodat de coating later niet beschadigd hoeft te worden (later onderhoud en verfwerkzaamheden blijken schade te geven);
- bekabeling zeer stevig verankerd wordt en niet in de weg zit voor mensen die met bouw en afwerking te maken hebben;
- er een goed uitgeruste meetcabine is met een goede klimaatbeheersing en een stroomvoorziening die betrouwbaar is en een constante spanning geeft, en dat de meetruimte bewoonbaar is en slaapplaatsten bevat;
- er tijdens de metingen een goede communicatie mogelijk is (telefoon) en dat bij kritieke of interessante omstandigheden de meetploeg snel opgeroepen kan worden;
- er een draiboek wordt gemaakt waarin alle werkzaamheden worden beschreven; alternatieve scenario's moeten beschikbaar zijn om bij onvoorziene omstandigheden snel te kunnen communiceren en reageren.

Uit het voorgaande zal duidelijk zijn dat de voorbereidingen lang van tevoren moeten starten.

Om de metingen niet onnodig lang te laten duren wordt de uitwerking in het algemeen later gedaan. Tegenwoordig wordt steeds een pc gebruikt voor de gegevensopslag. Toch kan er steeds meer on-line gebeuren, omdat er veel programmatuur beschikbaar is gekomen om gegevens snel uit te werken.

In het volgende wordt op een aantal specifieke punten ingegaan wat betreft trillingsmetingen en golfklapmetingen.

7.2 TRILLINGSMETINGEN

A. *Het bepalen van trillingsvormen en resonantiefrequenties*

Voor het bepalen van de trillingsvorm is het nodig om op een paar doorsneden minimaal drie versnellings- of verplaatsingsmeters aan te brengen ten einde van de doorsnede de verticale beweging, de horizontale beweging en de rotatiebeweging te kunnen onderscheiden. De beste resultaten worden verkregen met kunstmatig aanstoten. Dit kan periodiek aanstoten zijn of aanstoten met een korte puls. Bij een korte puls wordt gelijktijdig informatie over het hele frequentiegebied verkregen. Met periodiek aanstoten wordt echter een betere selectiviteit bereikt. Ook kan de trillingsvorm tijdens trillen door stroming worden bepaald via kruiscorrelatie van de meetsignalen.

Er zijn een paar uitvoerige trillingsmetingen gedaan met het doel de modeltechniek te toetsen. Hiervoor is vereist dat de metingen nauwkeurig en betrouwbaar zijn. De inbreng van specialisten vanuit verschillende disciplines is hierbij van groot belang gebleken, zowel op het gebied van instrumentatie als voor de verwerking van metingen in relatie tot de dynamische eigenschappen van de constructie.

Naast commercieel beschikbare apparatuur is ook speciale apparatuur ontwikkeld:

- specifieke prototype-rekopnemers; rekstroken werden onder gecontroleerde omstandigheden op een stukje (dun) staalplaat geplakt en afgedicht. Deze vooerbewerkte rekstrook kan daarna op de constructie worden gelijmd waaraan wordt gemeten;

- excitatoren; twee typen werden gebruikt, waarvan het ene type bestond uit een recent ontwikkelde scheepsexcitor met twee excentrisch ronddraaiende gewichten (hierbij is geen vast punt buiten de te testen constructie nodig), en het andere uit een speciaal ontwikkelde hydraulische vijzel die op kracht of op verplaatsing werd aangestuurd via een servosysteem. De scheepsexcitor produceert een kracht evenredig met de excentriciteit en het kwadraat van de omwentelingsnelheid, en is daarom bij lagere frequenties minder bruikbaar;
- absolute verplaatsingsopnemers en versnellingsopnemers. Ook deze hebben geen vast punt buiten de te onderzoeken constructie nodig. Beide opnemers bestaan uit een massa die via een krachtmeter is gekoppeld aan de constructie waaraan gemeten moet worden. De verende eigenschappen van de krachtmeter leveren tezamen met de massa een bepaalde eigenfrequentie van het instrument op. De gemeten kracht is bepalend voor de versnelling van de constructie, zolang de beweging laagfrequent is ten opzichte van de resonantiefrequentie van het instrument. Het instrument heet dan een versnellingsopnemer. Is evenwel de bewegingsfrequentie hoog ten opzichte van deze resonantiefrequentie, dan blijft de massa op zijn plaats en ontstaat er een absolute verplaatsingsopnemer. Ook een seismograaf werkt volgens dit laatste principe. Omdat de versnelling evenredig is aan de amplitude van trillen en het kwadraat van de frequentie, is hij in het laagfrequente gebied minder gevoelig. In de buurt van de resonantiefrequentie van de opnemer kan helemaal niet worden gemeten.

Voordat trillingsvormen en resonantiefrequenties worden gemeten, moet liefst eerst theoretisch een schatting worden gemaakt waar de 'buik' van de trillingsuitbuiging ligt. Bij voorkeur wordt dan op deze plaats de constructie periodiek belast. Ter plaatse wordt ook een trillingsopnemer geplaatst die als referentie geldt voor andere meetpunten.

De laagste frequentie en de mechanische demping van de constructie kunnen ook bepaald worden door de constructie met menselijke kracht in cadans te belasten en vrij te laten uittrillen.

B. *Metingen aan door stroming opgewekte trillingen*

Voor incidentele metingen is er draagbare apparatuur met snelheids- of versnellingsopnemers die met klemmen of magnetisch op de constructie kunnen worden bevestigd. De gegevens worden op magneetband of via een pc vastgelegd.

Om een betrouwbare bewerking van resultaten mogelijk te maken is het van belang dat het signaal dat wordt vastgelegd zo groot mogelijk en de ruis zo klein mogelijk is. Dit betekent dat versnellingen bij voorkeur eerst één of twee maal worden geïntegreerd om te voorkomen dat het signaal in hoogfrequente ruis 'verdrinkt'. Ook filteren van het signaal kan nuttig zijn; het op te nemen signaal in het resterende frequentiegebied kan dan meer versterkt worden.

Opmerking over metingen ter verificatie van modelonderzoek.

Indien het prototypeonderzoek dient ter verificatie van een eerder uitgevoerd modelonderzoek, dan leert de ervaring dat het model na afloop van het prototypeonderzoek veelal weer opnieuw moet worden opgesteld. Bij prototypemetingen moet namelijk worden afgewacht welk verval optreedt. Een eerder in de ontwerpfase van de constructie uitgevoerd modelonderzoek betreft meestal een uitvoerig onderzoek bij min of meer extreme condities en weinig onderzoek bij meer normale omstandigheden.

De stijfheid, de demping en de wrijving van onderdelen kunnen sterk afwijken van wat bij een van tevoren verricht modelonderzoek is aangenomen. In het bijzonder de stijfheid en de demping van een hydraulisch hefwerk en van rubber onderdelen zijn moeilijk te schatten en in het model aan te brengen.

7.3 GOLFKLAPONDERZOEK

Golfklaponderzoek in prototype is van groot algemeen belang gezien de onzekerheid wat betreft schaalregels bij onderzoek in schaalmodellen en wat betreft berekening van golfklapdrukken. Desalniettemin zijn dit soort metingen weinig uitgevoerd. Om te beginnen zijn er (althans in Nederland) weinig lokaties waar golfklappen vaak voorkomen en waar de golf min of meer regelmatig is. Ook op (voor het meten van golfklappen) gunstige lokaties treden golfklappen alleen op bij bepaalde combinaties van windrichting, windsterkte en waterstanden. Bij incidentele metingen, waarbij de meetploeg alleen uitrukt als er storm is, blijkt dat de voorspelling van het optreden van kritieke omstandigheden weinig betrouwbaar is. Bij lange-duurmetingen zijn er ook problemen: om enig inzicht te krijgen moeten veel metingen op een relatief groot aantal plaatsen beschikbaar zijn, want elke klap is sterk verschillend, zowel wat betreft het tijdsverloop als de ruimtelijke verdeling.

De golfklapmetingen die zijn uitgevoerd, hebben in het algemeen minder resultaat opgeleverd dan werd verwacht.

Het feit dat het interessante signaal zeer kort duurt en zoals vermeld weinig voorkomt, betekent:

- automatiseren van de metingen;
- voorselecteren van het signaal voordat het op de band komt; ook dit zal geautomatiseerd moeten worden.

Het optreden van golfklappen is gekoppeld aan waterstand, golfrichting en golfsteilheid. Deze gegevens moeten ook worden vastgelegd als gevraagd wordt de correlatie van deze fysische grootheden te bepalen. Vlakbij de constructie betreffen de golfmetingen altijd een combinatie van aankomende en gereflecteerde golf. Statistische correlatie geeft veel spreiding doordat al deze grootheden een rol spelen en de waarnemingsreeks toch altijd zeer beperkt is.

Bij schuiven en deuren moeten ook de deurpositie en de afvoer worden vastgelegd, want beide beïnvloeden de golven en het al dan niet optreden van klappen.

Vanwege de grote drukken en watersnelheden tijdens golfbelasting moet aan de bevestiging van meetapparatuur extra aandacht worden gegeven en moeten kabels buiten het bereik van de golven blijven.

Evenals bij trillingen zal ter verificatie van de modeltechniek na de prototype-metingen het model weer beschikbaar moeten zijn om de omstandigheden na te bootsen die tijdens de prototypemetingen zijn voorgekomen.

7.4 BEWERKING VAN MEETRESULTATEN

Bewerking van meetresultaten is voor metingen in het prototype niet verschillend van wat al is gesteld bij onderzoek in schaalmodellen. Doordat alle meetsignalen tegenwoordig in gedigitaliseerde vorm worden opgeslagen, zijn opslag en bewerking veel eenvoudiger en betrouwbaarder geworden.

Specifieke punten bij de bewerking van prototypemetingen zijn:

- Omdat de kosten van het meten in prototype hoog zijn, wordt vaak volstaan met een beperkt aantal instrumenten en een beperkt meetprogramma. Als metingen niet kunnen samengaan met normaal in bedrijf zijn van de constructie, dan is ook de beschikbare tijd om instrumenten te installeren en om te meten beperkt. Voor de verwerking van de resultaten is er een extra moeilijkheid als het trillingen betreft op moeilijk te bereiken plaatsen (trillen van een rioolschuif of van een diep liggende onderrand van een schuif). Het is dan ook onzeker of het meetapparaat wel op de beste plaats zit. Voor verticale schuiftrillingen wordt soms volstaan met metingen van de dynamische oliedruk in de hefcilinder. In dat geval moet worden nagegaan of sterk beïnvloedende dempingsfactoren een rol spelen, zowel wat de trilling zelf betreft als ten aanzien van een mogelijke verstoring van het meetsignaal.
Het kan vanwege de hiervoor genoemde factoren gewenst zijn een theoretische analyse uit te voeren om vanuit de beperkte meetgegevens toch inzicht te verkrijgen in het totale gedrag van de constructie.
- De elasticiteit van het hefmechanisme is vaak slecht bekend en variabel met de hefhoogte. Dat vergt een afzonderlijke analyse, en soms blijken juist daardoor extra metingen nodig te zijn. Metingen waarbij een deur of schuif in plaats van aan het hefwerk wordt opgehangen aan een vast punt, bieden de mogelijkheid de dynamische eigenschappen (massa, stijfheid en demping) van de schuif zelf beter vast te stellen.
- Uitvering van rubber afdichtingsstrips geeft onzekerheid in de ingestelde hefhoogte; dit is belangrijk, omdat de metingen bij kleine hefhoogte vaak het meest interessant zijn.
- Automatiseren van golfklapmetingen is lastig maar noodzakelijk. In de meetsignalen zit altijd veel niet-relevante informatie met weinig klappen. Verwerken tijdens de metingen is feitelijk noodzakelijk om geheugenruimte of opslagcapaciteit vrij te maken. Verwerking van golfklapmetingen betekent dat, naast het analyseren van registraties, ook statistische analyses van piekgrootte, impulsinhoud en stijgtijd worden uitgevoerd. Voordat aan de uitwerking kan worden begonnen, moet duidelijk gedefinieerd zijn wat het doel is. Gaat het om de belasting van een specifieke constructie, dan moeten van tevoren tenminste de dynamische eigenschappen en de sterkte globaal bekend zijn.

7.5 ERVARINGEN MET BETREKKING TOT TRILLINGS- EN GOLFKLAPMETINGEN

In het volgende wordt een selectie gegeven van ervaringen van het Waterloopkundig Laboratorium met trillingsmetingen en golfklapmetingen in prototype. Het betreft hier bijna allemaal projecten die ontworpen zijn en beheerd worden door Rijkswaterstaat. In het kort wordt aangegeven om welke constructie het gaat, wat het doel was van de meting, welke meetvoorzieningen zijn gebruikt en welke resultaten de metingen hebben opgeleverd. Ook is vermeld in welk rapport de metingen zijn gerapporteerd.

Het overzicht betreft de volgende constructies:

- a. Spuisluis Haringvliet
- b. Stormvloedkering Oosterschelde
- c. Spuisluis Brouwersdam
- d. Inlaatsluis Volkerak
- e. Stormvloedkering Krimpen
- f. Spuisluis in de Afsluitdijk, Den Oever
- g. Noordelijk havenhoofd IJmuiden
- h. Stuwen in de Lek te Hagestein en Driel
- i. Schutsluis te Lith
- j. Stuw te Sambeek
- k. Klepstuw Neerbeek
- l. Keersluis te Ravenswaay
- m. Schotbalken.

a. *Spuisluis Haringvliet*

Voor gegevens betreffende de schuiven zie Deel A, Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.2c en 6.5a en Deel C, Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.8b.

Aan de sectorschuiven van de spuisluis zijn trillingsmetingen en golfklapmetingen uitgevoerd.

De metingen bestonden uit:

- het bepalen van de trillingsvormen en eigenfrequenties van de brugligger (nabla-ligger) door aanstoten met een scheepsexcitorator (excentrisch ronddraaiende gewichten); metingen met versnellingsopnemers;
- het bepalen van de trillingsvormen en eigenfrequenties van de schuiven met een hydraulische pulsator; metingen met versnellingsopnemers en rekstroken op de hefconstructie;
- trillingsmetingen aan de zee- en de rivierschuif in stroming; metingen met versnellingsopnemers en rekstroken op de hefconstructie;
- golfklapmetingen en golfmetingen; on-line verwerking met gebruik van een computer; metingen met drukopnemers en rekstroken op de hefconstructie.

De metingen zijn gerapporteerd in WL-rapport M754.

Golfklappen zijn in de jarenlange meetperiode sporadisch voorgekomen. De maximaal gemeten druk is circa 50 kN/m², waarvan de helft gerelateerd is aan de langzaam met de tijd variërende druk.

Trillingen zijn voorgekomen in meerdere situaties bij wat grotere hefhoogte van de schuiven (zie Deel A, Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.2c). Omdat het modelonderzoek zich had geconcentreerd op de vorm van de rubber onderranden, die vooral kritisch zijn bij zeer kleine hefhoogte, waren deze trillingen niet voorspeld.

Bij één van de zeeschuiven is later een hevige trilling geconstateerd als gevolg van een lekstroming onder de rubber schuifonderrand die plaatselijk lekte door een vervorming van de onderrand (vermoedelijk doordat er tijdens sluiten iets op de drempel heeft gelegen). Waarnemingen en metingen aan dit verschijnsel zijn gerapporteerd in WL-rapport R1510.

b. *Stormvloedkering Oosterschelde*

In Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.8a is informatie over de vorm en plaatsing van de schuif en de drempel- en bovenbalk te vinden.

Aan een tweetal hefschuiven en één bovenbalk zijn trillingsmetingen en golfklapmetingen verricht. Deze metingen zijn uitgevoerd in het kader van het projectplan CONDITS van Rijkswaterstaat. De uitvoering vond plaats met behulp van een meet- en data-acquisitiesysteem, met bediening vanuit het centrale bedieningsgebouw van de stormvloedkering.

De metingen bestonden uit:

- Het bepalen van de eigenfrequenties en trillingsvormen van het tweetal schuiven met gebruikmaking van versnellingsopnemers.
- Het meten van trillingen en spanningen in de schuiven en in onderdelen tijdens neerlaten in stromingsomstandigheden met gebruikmaking van versnellingsopnemers en rekstroken.
- Meting van golfklapdrukken op vakwerkstaven en horizontale schotten van een schuif, en meting van de responsie van de schuiven op golfklappen tijdens neerlaten van de schuiven en in kerende situatie met behulp van drukopnemers en versnellingsopnemers.
- Meting van golfklapdrukken op de onderzijde van een bovenbalk en de responsie van de balk bij golfklappen, alsmede van de responsie bij stroming bij begin van sluiten en tijdens neerlaten van de schuiven. Meting met behulp van versnellingsopnemers, drukopnemers en krachtmeters in de oplegblokken.

Het meetsysteem is gerapporteerd in WL-rapport Q298-I. Enkele meetresultaten zijn gerapporteerd in WL-rapport Q605. Bij het opstellen van dit boek waren de uitgevoerde metingen nog niet in detail geanalyseerd.

Golfklapmetingen op de onderzijde van een bovenbalk hebben drukken opgeleverd tot een orde van grootte van 50 kN/m^2 . De metingen werden verricht vlak vóór en tijdens het eerste deel van sluiten van de schuiven in een situatie met stroming door de openingen (verval circa 0,15 m over de kering). De verwachting is dat zich grotere klappen kunnen voordoen.

Tijdens het laten zakken van de schuiven in stromend water zijn wat betreft de schuif als geheel geen trillingen van betekenis gemeten. In één van de ronde vakwerkstaven (in het eindontwerp zijn in plaats van gesloten plaatliggers vakwerkliggers aangebracht) is een beperkte, vrij regelmatige trilling geconstateerd, die bij verder zakken weer verdween.

De eigenfrequenties van de schuiven (hoofdbeweging) bleken boven water goed overeen te komen met de eigenfrequenties van een continu-elastisch model van de

schuiven. Onder water waren er grote verschillen. Deze kunnen worden toegeschreven aan de verschillen in vormgeving, omdat in het model gesloten plaatliggers waren toegepast.

c. *Spuisluis Brouwersdam*

Ter verificatie van een modelonderzoek (WL-onderzoek M1272) is een tweetal rioolschuiven in de spuisluis in de Brouwersdam getest. Deze hefschuiven zijn geplaatst in parallelle venturivormige spuikokers met een lengte van 195 m. De schuiven zitten geheel onder water. In de kokers is stroming in twee richtingen mogelijk. Aan beide schuiven werd simultaan gemeten met behulp van versnellingsopnemers en draagbare registratieapparatuur. De metingen zijn gerapporteerd in WL-rapport R1347. De geconstateerde trillingen bleken steeds onregelmatig te zijn zonder dat resonantie optrad. De amplituden van de krachten zijn zeer klein ten opzichte van de statische belasting; dit geldt zowel voor de trillingen in horizontale als voor die in verticale richting.

d. *Inlaatsluis Volkerak*

Voor de vorm van de schuiven zie Deel A, Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.2g.

Geconstateerd werd, bij het in gebruik nemen van de sluis, dat de hefschuiven (30,8 m overspanning) bij kleine openingen trillingen vertoonden. Naar aanleiding daarvan zijn trillingsmetingen uitgevoerd. Omdat de rubber afdichtingsrand aan de onderzijde van de schuif een mogelijke bron van trillingen was, zijn ook metingen verricht aan een schuif waarbij deze afdichting was verwijderd. Gemeten werd met versnellingsopnemers en draagbare registratieapparatuur. Bij de schuif met een rubber afdichtingsprofiel werden hoogfrequente trillingen tussen 20 en 50 Hz gevonden; bij de schuif zonder afdichtingsprofiel werden deze trillingen niet geconstateerd. De situatie zonder rubber profiel was vroeger ook in een continu-elastisch schaalmodel beproefd en ook daar traden bij de scherpe rand geen trillingen op.

De metingen zijn gerapporteerd in WL-rapport Q322-II.

e. *Stormvloedkering te Krimpen*

Voor de vormgeving zie Deel A, Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.2b.

Er zijn trillingsmetingen uitgevoerd aan de tweede (secundaire) hefdeur in kerende situatie met een kleine spleet tussen deuronderkant en drempel en tijdens heffen en neerlaten van de deur. Het verval c.q. de stroming was daarbij achtereenvolgens naar buiten en naar binnen gericht. De metingen zijn verricht met een versnellingsopnemer in combinatie met een draagbare (trillings)analysator. De metingen hadden tot doel inzicht te verkrijgen in hoogfrequente en hoorbare trillingen (gemeten is een trillingsfrequentie van 90 Hz) in de onderrand van de hefdeur bij kleine opening. De metingen zijn gerapporteerd in WL-rapport R1304. In Deel A, Voorbeeld 6.2b zijn de geconstateerde trillingen ook beschreven. Deze trillingen, in de stroomrichting, zijn de aanleiding geweest tot verdergaand onderzoek, omdat ze ook bij andere constructies voorkomen. Dit werd voordien niet zo onderkend en was ook niet in de literatuur vermeld.

f. *Spuisluis in de Afsluitdijk, Den Oever*

Er zijn trillingsmetingen verricht aan één van de zeeschuiven (hefschuif met overspanning 12 m) van het Simon Stevin sluizencomplex, bij gesloten schuif en bij heffen en neerlaten. Het verval c.q. de stroming was naar de Waddenzee gericht. De

metingen werden verricht ter verificatie van een eerder waargenomen trilling bij gesloten schuif. Waarschijnlijk was daarbij een lekstroming aanwezig. De metingen werden uitgevoerd met een viertal versnellingsopnemers en draagbare registratie-apparatuur. Bij de metingen werd de trilling niet meer teruggevonden. De metingen zijn gerapporteerd in WL-rapport Q322-II.

Er zijn tevens golfklapmetingen uitgevoerd aan twee van de zeeschuiven bij stormomstandigheden, met de schuiven gedeeltelijk geheven (stormstand) en geheel gesloten. Gemeten werden versnellingen van de deur op een aantal punten. De metingen hadden tot doel na te gaan of zich tijdens storm golfklappen voordoen en of stootvormige belastingen ten gevolge van klapperen in de schuifspanningen optreden. De versnellingsmetingen zijn uitgevoerd met draagbare registratieapparatuur. De metingen zijn gerapporteerd in WL-verslag Q490. De tijdens de meting geconstateerde klappen traden vooral op bij een gedeeltelijk geheven deur; dit hangt samen met de plaatsing van liggers. Bovendien veroorzaken golven bij gering verval klapperen van de deuren; dit treedt minder makkelijk op bij gesloten deuren.

g. *Noordelijk havenhoofd IJmuiden*

Met een testopstelling ingebouwd in de verticale wand van de noordelijke golfbreker van de haven te IJmuiden is de geschiktheid nagegaan van een groot formaat golfklapdrukopnemer. Dit type drukopnemer was gepland voor golfklapmetingen aan de sectorschouwen in de Haringvliet-spuisluizen. Het betrof een naar prototype-schaal vertaalde drukdoos zoals die in het verleden bij modelonderzoek werd gebruikt. De geanalyseerde klap had een piekdruk van 180 kN/m^2 . Het onderzoek is beschreven door Geleedst en 't Hart (1968).

h. *Stuwen in de Lek te Hagestein en Driel*

Voor de vormgeving van alle stuwen met vizierschuiven in de Lek zie Deel A, Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.2a en Deel C, Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.7a. Een kenmerkende eigenschap van vizierschuiven is dat per stand de lokale opening over de lengte van de schuif in grootte varieert.

Bij de vizierschuiven komen bij relatief kleine hefopening trillingen voor. De oorzaak hiervan zou naar verwachting kunnen liggen in de vormgeving van de onder-rand. Er zijn aan de vizierschuiven van de stuwen te Hagestein en Driel trillingsmetingen verricht om meer inzicht in het verschijnsel te verkrijgen en maatregelen te bedenken om de trillingen tegen te gaan. Er is gemeten met versnellingsopnemers en draagbare registratieapparatuur. De metingen en aanbevelingen zijn gerapporteerd in de WL-rapporten Q1579 en Q322-1.

Bij openen en sluiten verplaatst de trillingszone zich; kennelijk is er een bepaalde kritieke hefhoogte. Incidenteel zijn hoogfrequente trillingen geconstateerd (60 Hz) bij een opening in de orde van grootte van 5 cm; deze zijn echter niet kritiek, want de schuif blijft in deze positie nooit staan. Er zijn ook proeven gedaan waarbij één plaatveld bij de onderrand verstijfd is; daardoor verminderen de trillingen aanmerkelijk.

i. *Schutsluis te Lith*

Na een revisie van de houten onderafdichting van de hefdeur in het benedenhoofd van de schutsluis in de Maas te Lith werden zware trillingen geconstateerd bij kleine hefhoogten. Trillingsmetingen werden uitgevoerd met behulp van een absolute verplaatsingsopnemer die met de hand tegen de constructie werd gedrukt. De trillingen konden worden voorkomen door aan bovenstreamse zijde nabij de onder-

rand onderbroken stalen strippen aan te brengen. De metingen zijn gerapporteerd in WL-rapport S50-IV en Kolkman (1980). Nadere gegevens betreffende het ontwerp en resultaten van metingen zijn vermeld in Deel A, Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.2e.

j. *Stuw te Sambeek*

In de uit twee delen bestaande Stoneyschuif van de stuw in de Maas te Sambeek werden zware trillingen geconstateerd in de situatie met de bovenschuif enigszins neergelaten. In deze situatie is er een lekpleet tussen bovenschuif en onderschuif. Er zijn geen metingen verricht. Aanvankelijk zocht de beheerder naar maatregelen om de overstortende straal te stabiliseren door de straal te beluchten. Dit had echter geen effect. De lekstroming bleek de oorzaak van de trillingen te zijn. Provisorisch is een afdichting van de lekpleet aangebracht, waarmee de trilling was verdwenen. Ook dit verschijnsel is beschreven in Kolkman (1980). Zie verder Deel A, Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.2f.

k. *Klepstuw Neerbeek*

In de klepstuw in de Neerbeek (gemeente Neer, Limburg) werden trillingen geconstateerd bij overstortende straal. Metingen werden verricht met een handtrillingsopnemer. Geëxperimenteerd werd met straalbrekers (voor beluchting van de ruimte onder de straal) en stoelementen op de kruin van de klep; deze waren effectief. De metingen zijn gerapporteerd in WL-rapport R251. Er zijn foto's gemaakt van dwarsgolfjes in het bovenwater (zie Deel A, Figuur 4.27).

l. *Keersluis te Ravenswaay*

Bij de situatie 'gesloten deur' werden sterke trillingen geconstateerd in de deur. Het betrof een rechte wielschuif (80 m overspanning) met een horizontale booglijger als verstijving. Er is een rubber rand als onderafdichting toegepast. De trillingen veroorzaakten staande dwarsgolven, zowel aan de boven- als aan de benedenstroomse zijde. Het betreft recente metingen (januari 1995). Een definitieve verklaring voor de trillingen is nog niet gevonden. Er moet sprake van een lekstroom zijn. Wellicht wordt de schuif door de statische (verval)belasting zodanig vervormd dat er een bodemspleet ontstaat. Zie ook Hoofdstuk 1, Figuur C1.1 met toelichtende tekst.

m. *Schotbalken*

Naar aanleiding van slechte ervaringen in de praktijk met cirkelvormige schotbalkbuizen is in een sectiemodel op schaal 1:1 in het Waterloopkundig Laboratorium een experimenteel onderzoek gedaan naar het stroombeeld en de krachten bij condities overeenkomend met het neerlaten in stromend water. Ook zijn voorzieningen op de buizen uitgetest om een gecontroleerd plaatsen van de schotbalken mogelijk te maken. Daarna zijn in een spuisluis (in prototype) dergelijke schotbalken neergelaten, waarbij bleek dat extra maatregelen nodig waren die niet direct uit het modelonderzoek volgden. Dit heeft te maken met het feit dat het loslaten van de stroming en daarmee de drukverdeling rond de buis bij ronde cilinders sterk afhangt van het Reynoldsgetal. De extra voorziening betrof een laslijn op de buis op de plaats waar in het model loslaten van de stroming optrad; dit om ook in het prototype loslaten van de stroming te forceren. Het onderzoek is beschreven in WL-rapport S50-III. In Kolkman (1980) is dit voorbeeld ook beschreven. Zie verder Deel A, Hoofdstuk 6, Voorbeeld 6.7a.

8 REFERENTIES

8.1 WL-RAPPORTEN²

- M399 Deel I t/m IV - Golfaanval Haringvlietsluizen. Verslagen modelonderzoek. 1960/1961, ir. M.A. Aartsen, ir. E. Allersma
- M561 deel A - Vizierschuiven Stuw Hagestein; modelonderzoek dynamisch gedrag: schaalproeven. 1962, ir. P.A. Kolkman
- deel B - Vizierschuiven Stuw Hagestein; modelonderzoek dynamisch gedrag: onderrandproeven. 1962, ir. P.A. Kolkman
- deel C - Vizierschuiven Stuw Hagestein; ontwerp elastisch gelijkvormig model. 1962, ir. P.A. Kolkman
- M620 Trillen Stuw Haringvliet, rapport modelonderzoek. 1961, ir. E. Allersma
- M700A Vizierschuiven stuw Hagestein, vergelijking dynamisch gedrag in prototype en model. Prototype- en modelmetingen fase droog en fase stilstaand water. 1968, ir. P.A. Kolkman.
- M754 Deel I - Buitenmeting Spuisluis Haringvliet; trillen door stroom. 1977, ir. J.D. van den Bunt
- Deel II - Buitenmetingen Spuisluis Haringvliet; golfbelastingen. 1974, ir. J.D. van den Bunt
- Deel III - Buitenmetingen spuisluis Haringvliet; golfbelastingen. 1980, P. Bosland, ir. J.D. van den Bunt, ir. P. van Groen, ir. A.C.M. Vermeer
- Deel IV - Buitenmeting spuisluis Haringvliet; evaluatieverslag. 1981, ir. J.D. van den Bunt
- M915-II Sielverschlüsse Eiderabdämmungen; Wellenbelastungen; Filterversuche. 1968, ir. G. van Staal
- M1057 Schaaffecten bij golfklappen op een talud. Verslag modelonderzoek. 1979, ir. Th. van Doorn
- M1272 Schuiven van de stroomsluis Brouwersdam; modelonderzoek krachten en trillingen. 1983, ir. R.J. de Jong
- M1322 Toegevoegde watermassa en instabiele trillingen van schuiven met een verticale bewegingsmogelijkheid. Rapport C8 Toegepast Onderzoek Water-staat (TOW). 1977, ir. A. Vrijer

² Deze rapporten zijn alleen in te zien nadat het WL toestemming hiervoor heeft van de opdrachtgever.

- M1327-I Stormvloedkering Oosterschelde; krachten en afvoercoëfficiënten bij rooster-schuiven; verslag modelonderzoek. 1978, ir. R.J. van der Wal
- M1335 Deel I - Stormvloedkering Oosterschelde. Golfklappen op de schuif in de Oosterschelde caisson. Verslag modelonderzoek. 1977, ir. C. Ramkema
- Deel II - Stormvloedkering Oosterschelde. Golfklappen: een zuigermodel met samendrukbaar water. Verslag modelonderzoek. 1979, ir. C. Ramkema, ir. C. Flokstra
- Deel III - Stormvloedkering Oosterschelde. Golfklappen: een literatuur-overzicht en schaaffecten in modelonderzoek. Verslag bureau-studie. 1979, ir. C. Ramkema
- M1338 Stormvloedkering Oosterschelde; trillingsgedrag van roosterschuiven; verslag onderzoek in een elastisch gelijkvormig model. 1979, ir. R.J. van der Wal
- M1374-V "Belasting op remmingwerken en ducdalven door varende schepen" Samenvattend rapport over rekenmethoden. Rapport C32 Toegepast Onderzoek Waterstaat (TOW). 1983, ir. A. Vrijburcht
- M1381-I Stormvloedkering Oosterschelde; reflectiecoëfficiënten en overslag bij stalen rooster-schuiven. Verslag modelonderzoek. 1976, ir. C. Ramkema
- M1424 Stormvloedkering Oosterschelde; krachten en trillingen bij de hefschuiven in de pijlerdam; vooronderzoek met sectiemodel. 1978, ir. R.J. de Jong
- M1490 Stabiliteitsgedrag van schuiven met diverse onderranden bij een verticale bewegingsmogelijkheid, verslag experimenteel en theoretisch onderzoek. Rapport C16 Toegepast Onderzoek Waterstaat (TOW). 1979, ir. J. Uwland
- M1494 Stormvloedkering Oosterschelde. Vooronderzoek m.b.v. een stijf sectie-model naar stroom- en golfbelasting op dorpelbalken, bovenbalken en plaatliggerschuiven. Vooronderzoek trillingsgedrag van de plaatliggerschuiven met behulp van een massa-veermodel. 1981, ir. T.H.G. Jongeling.
- M1504 Stormvloedkering Oosterschelde. Oriënterend onderzoek naar golfklappen op de plaatliggerschuiven, sectie R15, loodrechte golfaanval en aanstroming. Verslag modelonderzoek. 1982, ir. R.M. Korthof
- M1561 Stormvloedkering Oosterschelde; pijleroplossing; onderzoek naar trillingsgedrag van plaatliggerschuiven en balken met behulp van een elastisch gelijkvormig model. 1981, ir. H.G. Jongeling, ir. H.W.R. Perdijk
- M1582 Stormvloedkering Oosterschelde; onderzoek naar toegevoegde watermassa's plaatliggerschuiven met behulp van een elektrisch analogon. 1982, ir. C. Deelen

- M164I Stormvloedkering Oosterschelde. Onderzoek m.b.v. een elastisch gelijkvormig model naar het responsiegedrag van de bovenbalken bij golfklap-belasting. Berekening van golfklapdrukken m.b.v. een wiskundig massaveersysteemmodel. Verslag modelonderzoek en bureaustudie. 1981, ir. T.H.G. Jongeling
- M1723/M1687 Stormvloedkering Oosterschelde. Verticale golfbelastingen op de vakwerkschuiven, loodrechte golfaanval. Verslag modelonderzoek. 1982, ir. R.M. Korthof
- M1765 Alto Lazio nuclear power plant. Wave forces on the cooling water intake structure. Verslag modelonderzoek. 1982, ir. R.M. Korthof
- Q298-I Conditiebewaking Stormvloedkering Oosterschelde, meetplan voor bovenbalken en schuiven (opmerking: deel II is gerapporteerd onder Q605). 1986, ir. T.H.G. Jongeling
- Q322 Deel I - Vizierschuiven in de Rijn te Driel; oriënterende trillingsmeting aan de noordelijke vizierstuw; verslag buitenmeting. Rapport C44 Toegepast Onderzoek Waterstaat (TOW). 1986, ir. T.H.G. Jongeling
- Deel II - Spuisluizen Volkerak, spuisluizen afsluitdijk den Oever; trillingsmetingen aan hefschuiven. Rapport C61 Toegepast Onderzoek Waterstaat (TOW). 1988, ir. T.H.G. Jongeling
- Q490 Spuisluizen afsluitdijk Den Oever. Dynamisch gedrag hefschuiven bij golfbelastingen. Verslag prototype metingen. 1990, ir. H.W.R. Perdijk, ir. T.H.G. Jongeling
- Q525 Deel 1 - Dynamisch belaste hydraulische constructies; 2-d vloeistofmodel in DIANA voor de berekening van Vloeistof-constructie interacties”, afstudeerverslag. 1987, ir. J.W.F. Wamelink
- Deel 2 - “Dynamisch belaste hydraulische constructies; voorstudie naar de opzet van een numeriek vloeistof-constructie interactie model als onderdeel van het DIANA programmapakket”, verslag bureaustudie. 1987, ir. T.H.G. Jongeling, dr.ir. K.L. Meyer, ir. F. Sas
- Q605 Conditiebewaking Stormvloedkering Oosterschelde; meting tijdens hoogwater sluiting 14 febr.'89, eigenfrequentie schuif S13. 1989, ir. T.H.G. Jongeling, ir. J.T.M. van Doorn
- Q744 Venice barrier; study on the influence of the inclination angle and the gate side shape on gate response. 1988, ir. T.H.G. Jongeling
- Q969 Maeslantkering; onderzoek naar het responsiegedrag van de sectordeuren in een overzichtsmoedel. 1989, ir. T.H.G. Jongeling
- Q1033 Venice barrier; study on gate response, forces in the gate supports and leakage discharge. 1990, ir. T.H.G. Jongeling

- Q1140 Maeslantkering. Vervolgonderzoek naar het responsiegedrag van de sectordeuren in een overzichtsmodel. Verslag modelonderzoek. 1990, ir. T.H.G. Jongeling, ir. J.J.A. van Huijstee
- Q1190 Maeslantkering; onderzoek met behulp van een sectiemodel, optimalisatie vormgeving sectordeur; drukmetingen op drempel en sectordeur. 1990, ir. T.H.G. Jongeling
- Q1271 Maeslantkering; analyse van het responsiegedrag van de sectordeuren met behulp van een rekenmodel (met gebruikmaking van drukmetingen in sectiemodel). 1991, dr. ir. P.A. Kolkman
- Q1190 Maeslantkering; onderzoek met behulp van een sectiemodel; optimalisatie vormgeving sectordeur; drukmeting op drempel en sectordeur. Verslag modelonderzoek. 1990, ir. T.H.G. Jongeling
- Q1278 Maeslantkering; additioneel onderzoek voor de sectordeuren in een overzichtsmodel. 1991, ir. T.H.G. Jongeling
- Q1293 Maeslantkering; detailonderzoek in een sectiemodel; krachten en drukken ten behoeve van het responsiegedrag, stabiliteitsberekeningen, metingen van fenderkrachten en drukken bij landerijen. 1992, ir. T.H.G. Jongeling
- Q1500 Europortkering met open Beerdam, Stormvloedkering Hartelkanaal; trillingsonderzoek met behulp van een sectiemodel. 1993, ir. G. van Driel, ir. R.J. de Jong
- Q1579 Trillingsmetingen Stuw Hagestein, rapport buitenmeting. 1993, ir. R.J. de Jong
- R251 Stuwklep bij de Winkelmolenbrug in de Neerbeek, rapport trillingsonderzoek (prototype). 1963, ir. M.A. Geleedst
- R1068 Elastisch gelijkvormig model roosterschouwen; rapport voorbereiding onderzoek. 1977, ir. H. Depeweg
- R1304 Trillingsmetingen aan de hefschuif noord van de stormvloedkering te Krimpen a/d IJssel; verslag buitenmetingen en bureaustudie. 1980, ir. T.H.G. Jongeling
- R1347 Doorlaatsluis Brouwersdam; trillingsmetingen aan schouwen (verslag buitenmetingen). 1980, ir. C. Deelen
- R1506 Duwvaartsluizen in de Philipsdam; maximale krachten op schouwen (bureaustudie). 1981, ir. C.R.M. Oudshoorn

- R1510 Spuisluis Haringvliet, trillingsmetingen; verslag buitenmetingen. 1979, ing. W. Klinkenberg, ir. A.C.M. Vermeer
- S50 Deel I - Nota (speurwerk-) onderzoek betreffende het dynamisch gedrag van sectorschuiven; opzet totaalonderzoek en verslag dempingsproeven. 1967, ir. P.A. Kolkman
- Deel III - Nota onderzoek aan ronde schotbalken op prototypeschaal; onderzoek van trillingen bij waterbouwkundige constructies. 1968, P. Bosland, ir. P.A. Kolkman
- Deel IV - Investigation on rapidly varying forces on gates; visit to shipping lock at Lith. 1958, ir. R. Hart
- W254 Trillingen van sluisdeuren, Verslag rekenstudie. Rapport C4 Toegepast Onderzoek Waterstaat (TOW). 1976, dr. ir. J.C.W. Berkhoff

8.2 OVERIGE LITERATUUR

- Allersma, E. (1959): "The virtual mass of a submerged sluice gate". 8th Congr. IAHR, Montreal, paper A23. Ook WL-publikatie 18
- Allersma, E. (1961): "The velocity at which sound travels in a mixture of air and water", WL-informatieblad X-7a
- Bagnold, R.A. (1939): "Interim report on wave pressure research", Journal of the Institution of Civil Engineers, Vol.12, No. 1, London, England. pp. 202-226.
- Bakker, A.D., Jongeling, T.H.G., Kolkman, P.A. and Yan Shi Wu (1991): "Self-excited oscillations of a floating gate related to the gate discharge characteristics", XXIV IAHR Congress, session D, Madrid, pp. 423-432. Ook WL-publikatie 462.
- Bendat, J.S. and Piersol, A.G. (1971): "Random Data; Analysis, Measurement, Procedures", Wiley-Interscience NY, USA
- Bhattacharyya, R. (1978): "Dynamics of Marine Vehicles", Wiley-Interscience, NY, USA
- Bouma, A.L. (1976): "Dynamica van Constructies, deel I t/m IV", handleiding bij het college b15 en b15a. Technische Hogeschool Delft, afd. Civiele Techniek.
- Campbell, I.M. and Weynberg, P.A. (1979): "Slam load histories on cylinders", in Int. Conference on Environmental Forces on Engineering Structures, Imperial College, London, England.
- Cummins, W.E. (1962): "The impulse response function and ship motions", Schiffstechnik, Bd. 9, Heft 47, pp. 101-109.
- Fabula, A.G. (1957): "Ellipse-fitting approximation of two-dimensional normal symmetric impact of rigid bodies on water" in Proc. of 5th Midwestern Conference on Fluid Mechanics, pp. 299-315, Univ. of Michigan, USA.
- Fontijn, H. (1975): "An approximative method for the determination of the hydrodynamic coefficients of a ship in case of swaying and yawing on shallow water" Rep. 75-4, Comm. on Hydraulics, Dept. of Civil Eng. Dept., Delft University of Technology, Delft.
- Fontijn, H. (1978): "The Berthing Ship Problem: Forces on Berthing Structures from Moving Ships". Rep. no. 78-2, Communications on Hydraulics, Dept. of Civil Engng., Delft Univ. of Technology, Delft
- Fontijn, H. (1988): "Fender Forces in Ship Berthing, part I and II", proefschrift TU-Delft; ook Rep. no. 88-2, Communications on Hydraulic and Geotechnical Engineering, Delft Univ. of Technology, Delft
- Führböter, A. (1966): "Der Druckschlag durch Brecher auf Deichböschungen", Mitteilungen Franziusinstitut Hannover, Heft 28, pp.1-206.
- Geleedst, M.A. en 't Hart, A.A. (1968): "Large Area Wave-Load Meter", ASCE-Journal Waterways and Harbours, Nov. 1968, WW4, pp.415-423. Ook WL-publikatie 63
- Haszpra, O. (1979): "Modelling hydroelastic vibrations", Pittman, London.
- Jong, R.J. de and Nunen, J.W.G. van (1979): "Excitation and vibration of a grid gate". In: Naudascher, E. and Rockwell, D. (editors), "Practical Experiences with Flow-Induced Vibrations", IAHR-IUTAM Symposium, Karlsruhe 1979, Springer Verlag 1980, paper C8, pp. 445-451. Ook WL-publikatie 220.
- Jong, R.J. de, Jongeling, T.H.G., Kooman, D. en van der Weijde, H. (1980): "Vibration of Gates and Beams", in "Hydraulic Aspects of Coastal structures", Vol. 2, Delft University Press. pp. 25-46.

- Jongeling, T.H.G. en Kolkman, P.A. (1992): "Unstable Behaviour of a Floating Sector-Gate Barrier" ASME 3d Int. Symp. on Flow-Induced Vibration and Noise, Anaheim Calif. (PVP vol. 245, Bluff-Body/Fluid and Hydraulic Machine Interactions, Book G00727-1992. pp. 207-220.
- Jongeling, T.H.G. (1993): "Wave-Induced Resonance of a Flap-Gate Barrier", Proc. 2nd Conf. on Structural Dynamics: Eurodyn'93, Trondheim, Norway. Publ.Balkema Rotterdam, pp. 1149-1156.
- Jongeling, T.H.G. en Kolkman, P.A. (1995): "Subharmonic standing waves leading to low-frequency resonance of a submersible flap-gate barrier", 6th Intern. Symp. on Flow-induced Vibration. Imperial College, London.
- Kármán, T.L. von, Wattendorf, F. (1929): "The impact on seaplane floats during landing", National Advisory Committee for Aeronautics (NACA), TN 321, Washington, USA.
- Kolkman, P.A. (1963): "Analysis of Vibration Measurements on an Underflow Type of Gate", Xth IAHR-Congress, London. pp. 185-191. Ook WL-publikatie 33
- Kolkman, P.A. (1967): "Elastisch Gelijkvormige Modellen van Waterbouwkundige Constructies", KIVI tijdschrift "De Ingenieur" 79, nr.4, pp.W9-17. Ook WL-publikatie 49
- Kolkman, P.A. (1976): "Flow-induced gate vibrations; prevention of self-excitation, computation of dynamic gate behaviour and the use of models". Proefschrift TH-Delft. Ook WL-publikatie 164.
- Kolkman, P.A. (1977): "Self-excited gate vibrations", 17th IAHR-congr., Baden-Baden; Invited lecture of session C.c, Vol.6, pp. 372-380. Ook WL-publikatie 186.
- Kolkman, P.A. (1977): "Afmeerkrachten bij centrisc en excentrisc botsen van een schip tegen fenderpalen en bij aanvaren van een verend remmingwerk", Notitie 20 in de serie "Hydraulica bij schutsluizen" van de Vakgroep Waterbouwkunde van de Technische Universiteit Delft, afdeling Civiele Techniek, ook opgenomen in Kolkman 1992.
- Kolkman, P.A. and Vrijer, A. (1977): "Gate edge suction as a cause of self-exciting vertical vibrations", 17th IAHR-Congress, Baden-Baden, Vol. 4, paper C49. pp. 395-402. Ook WL-publikatie 188.
- Kolkman, P.A. (1980): "Development of vibration-free gate design; learning from experience and theory". In: Naudascher, E. and Rockwell, D. (editors) "Practical Experiences with Flow-Induced Vibrations", IAHR-IUTAM Symposium, Karlsruhe 1979, Springer Verlag 1980, paper C1, pp.351-385. Ook WL-publikatie 219.
- Kolkman, P.A. (1981): "Maximale golfdrukken volgens stromingsdrukmodel, schokgolffmodel en waterpistonmodel", Notitie SL1 in Notities van P.A. Kolkman in de periode 1969-1990, Waterloopkundig Laboratorium (1992).
- Kolkman, P.A. (1984): "Gate vibrations", Hoofdstuk 2 in "Developments in Hydraulic Engineering-2", editor P. Novak; Elsevier Applied Science publishers.
- Kolkman, P.A. (1988): "A simple scheme for calculating the added mass of hydraulic gates", J. Fluids and Structures, Vol. 2 Nr. 4, pp.339-353. Ook WL-publikatie 439.
- Kolkman, P.A. (1992): "Notities van P.A. Kolkman", uitgegeven door het Waterloopkundig Laboratorium.
- Kooman, D., Korthof, R.M., Ligteringen, H. and Stans, J.C. (1980): "Wave Impact Forces, Consequences for Gate Design", in "Hydraulic Aspects of Coastal Structures", Vol. 2, Delft University Press. pp. 47-66.

- Lundgren, H. (1969): "Wave shock forces: An analysis of deformation and forces in the wave and in the foundation", in Proc. of the Symposium on Research on Wave Action, Vol. 2, paper 4, Delft Hydraulics, Delft. pp...?
- Miller, B.L. (1980): "Wave Slamming on Offshore Structures", report no R81, National Maritime Institute, Feltham, England.
- Ogilvie, T.F. (1964): "Recent progress toward the understanding and prediction of ship motions", Proc. 5th O.N.R. Symp. on Naval Hydrodynamics, Bergen, pp. 3-80.
- Oortmerssen, G. van (1974): "The berthing of a large tanker to a jetty", 6th Annual Offshore Technology Conf., Houston, Paper OTC 2100, pp. 665-676.
- Oortmerssen, G. van (1976): "The motions of a moored ship in waves", Thesis Delft University of Technology, publ. H. Veenman en zn. n.v., Wageningen.
- Ramkema, C. (1978): "A model law for wave impacts on coastal structures", 16th Conf. on Coastal Eng. Hamburg. WL-publikatie no. 207
- Sarpkaya, T. (1978): "Fluid Forces on Oscillating Cylinders" Proceedings ASCE, Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Div. WW3, paper 13941. pp.275-290.
- Tick, L.J. (1959): "Differential equations with frequency-dependent coefficients", Journal of Ship Research, Techn. Note, Vol. 3, No. 2, pp. 45-46.
- Vrijer, A. (1980): "Stability of vertically movable gates" in "Practical Experiences with Flow-Induced Vibrations". IAHR/IUTAM-symposium, Karlsruhe 1979. Published in 1980, editors E. Naudascher and D. Rockwell, publ. Springer Verlag, paper C5, pp. 428-434. Ook WL-publikatie 222.
- Witte, H.H. (1988): " Druckschlagbelastung durch Wellen in deterministischer und stochastischer Betrachtung", in Mitteilungen Heft 102/1988, Leichtweiss Institut für Wasserbau, Technische Universität, Braunschweig, Deutschland.



APPENDIX I

AFLEIDING VAN DE RESPONSFUNCTIE
IN HET TIJDSDOEIN UIT DE OVERDRACHTSFUNCTIE
IN HET FREQUENTIEDOMEIN

APPENDIX I

AFLEIDING VAN DE RESPONSFUNCTIE IN HET TIJDSDOMEIN UIT DE OVERDRACHTSFUNCTIE IN HET FREQUENTIEDOMEIN

Het hierna volgende is afgeleid uit Vrijburcht (1983) (WL-rapport M1374-V). Uitgangspunt is dat bij een harmonische oscillatie van een voorwerp in water de opgewekte periodieke krachten in de beschouwde bewegingsrichting bekend zijn. De combinatie water plus voorwerp wordt daarbij verondersteld zich te gedragen als een lineair systeem; een twee maal grotere amplitude geeft twee maal grotere krachten. Aangetoond kan worden dat een harmonische beweging dan ook een harmonisch krachtsignaal ten gevolge heeft.

De kracht door het water wordt voor de hierboven beschreven situatie ontbonden gedacht in een component in fase met de beweging en een component uit fase met de beweging (ook te omschrijven als 'in fase met de bewegingssnelheid'). De in-fasekracht wordt beschreven als de toegevoegde watermassa (a) maal de versnelling, dus alsof zij evenredig is met de versnelling van het voorwerp. De uit-fasekracht wordt beschreven als de 'toegevoegde waterdemping' (b) maal de snelheid, dus alsof deze kracht evenredig is met de snelheid van het voorwerp. De 'a'- en 'b'-factoren (hydrodynamische coëfficiënten) worden respectievelijk verkregen door de in-fasekracht te delen door de versnelling van het voorwerp en de uit-fasekracht door de snelheid. a en b zijn frequentieafhankelijk. Voor een harmonische beweging met hoekfrequentie ω geldt (in het frequentiedomein dus):

$$F_w(t, \omega) = a(\omega) \frac{d^2 y}{dt^2} + b(\omega) \frac{dy}{dt} \quad (\text{A.1})$$

F_w is de kracht van het water.

$a(\omega)$ en $b(\omega)$ kunnen worden bepaald door proeven te doen (harmonische excitatie van het voorwerp in water); in bepaalde gevallen zijn ze te berekenen. Zie Figuur C3.13 in Deel C, Paragraaf 3.3.2.

Indien het voorwerp een nog niet nader omschreven beweging uitvoert, ligt het voor de hand te veronderstellen dat de door het water uitgeoefende kracht op een tijdstip t mede bepaald wordt door het verleden van deze beweging. In het bijzonder als sprake is van golfuitstraling is dit onvermijdelijk.

Verondersteld wordt dat alleen de versnelling $d^2 y/dt^2$ en de snelheid dy/dt op het tijdstip $(t-\tau)$ een bijdrage leveren aan de kracht op tijdstip t ; dit geldt dan voor elke waarde van de tijdsverschuiving $\tau \leq t$. Voor een willekeurige beweging geldt:

$$F_w(t) = \int_0^{\infty} A(\tau) \ddot{y}(t-\tau) d\tau + \int_0^{\infty} B(\tau) \dot{y}(t-\tau) d\tau \quad (\text{A.2})$$

Hierin staan \dot{y} en \ddot{y} voor respectievelijk de eerste en tweede tijdsafgeleide van y .

Opmerking:

Vaak wordt een andere notatie gebruikt, namelijk t voor het actuele tijdstip en τ voor het tijdstip waarop het krachtelementje werkte; dit levert een verwisseling op van τ en $(t-\tau)$.

Zo kan bijvoorbeeld A.2 direct uit A.1 worden afgeleid door in A.1 te substitueren $F_w(\omega, t) = \hat{F}_w e^{i\omega t}$ en $\gamma(\omega, t) = \hat{\gamma}(\omega) e^{i\omega t}$. De bepaling van de inverse Fouriertransformatie levert dan op:

$$F_w(t) = \int_{-\infty}^t \ddot{\gamma}(\tau) \cdot A(t-\tau) d\tau + \int_{-\infty}^t \dot{\gamma}(\tau) \cdot B(t-\tau) d\tau$$

Na verwisseling van $(t-\tau)$ en τ levert dit weer vergelijking A.2.

Indien de functies $A(\tau)$ en $B(\tau)$ bekend zouden zijn, dan kan hiermede ook berekend worden wat de krachten zijn bij een harmonische oscillatie.

Voor de beweging (plaats) voeren we in:

$$y = Y e^{i\omega t} \quad (\text{A.3})$$

De snelheid van bewegen van het voorwerp is nu:

$$\frac{dy}{dt} = i\omega Y e^{i\omega t} \quad (\text{A.4})$$

Voor de versnelling van het voorwerp geldt:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 Y e^{i\omega t} \quad (\text{A.5})$$

De kracht door het water, $F_w(t)$, uit Vergelijking A.2 kan, na invullen van A.3, A.4 en A.5, worden uitgedrukt als:

$$F_w(t) = \int_0^{\infty} A(\tau) \cdot -\omega^2 Y e^{i\omega(t-\tau)} d\tau + \int_0^{\infty} B(\tau) \cdot i\omega Y e^{i\omega(t-\tau)} d\tau \quad (\text{A.6})$$

ofwel:

$$F_w(t) = -\omega^2 Y e^{i\omega t} \int_0^{\infty} A(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau + i\omega Y e^{i\omega t} \int_0^{\infty} B(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{A.7})$$

Dit kan, met gebruikmaking van de Relaties A.4 en A.5, ook geschreven worden als:

$$F_w(t) = \ddot{y} \int_0^{\infty} A(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau + \dot{y} \int_0^{\infty} B(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{A.8})$$

Door deze uitdrukking te vergelijken met A.1 vinden we:

$$\int_0^{\infty} A(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = a(\omega) \quad (\text{A.9})$$

en:

$$\int_0^{\infty} B(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = b(\omega) \quad (\text{A.10})$$

Deze vergelijkingen zijn bekend uit de theorie van de Fouriertransformatie, met dien verstande dat dan niet sprake is van de tijdsverschuiving τ maar van de tijd t . Dit maakt wiskundig echter geen verschil; $A(\tau)$ en $B(\tau)$ zijn ook te zien als een soort impulsresponsfuncties.

De terugtransformatie van het frequentie- naar het tijdsdomein levert nu:

$$A(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} a(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (\text{A.11})$$

en:

$$B(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} b(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (\text{A.12})$$

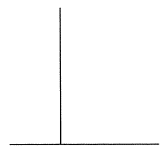
Bij bekende $a(\omega)$ en $b(\omega)$ (toegevoegde watermassa en demping) in het gehele frequentiegebied kunnen door het numeriek oplossen van de Integralen A.11 en A.12 vervolgens $A(\tau)$ en $B(\tau)$ bepaald worden. Deze hoeven maar één keer te worden bepaald.

Nu kan Vergelijking A.2 (kracht door het water bij een willekeurige beweging van het voorwerp) na invullen van A.11 en A.12, direct gebruikt worden voor berekeningen in het tijdsdomein. Vrijburcht (1983) (WL-rapport M1374-V) geeft de volgende vergelijking om het probleem van een schip dat centriscch tegen een fenderconstructie botst te beschrijven:

$$\underbrace{m\ddot{y}}_{\text{massa schip}} + \underbrace{c\dot{y}}_{\text{massa demp. remmingwerk}} + \underbrace{k'y}_{\text{veer}} + \underbrace{F_w}_{\text{kracht water}} = 0 \quad (\text{A.13})$$

Voor F_w wordt weer Vergelijking A.2 gebruikt. Daarna kan Vergelijking A.13 in de tijd numeriek worden opgelost.

Verdere literatuur over dit onderwerp is: Tick (1959), Cummins (1962), Ogilvie (1964) en Oortmerssen (1976).



APPENDIX II

SCHAALREGELS EN SCHAALEFFECTEN
BIJ SCHAALMODELLEN
VOOR DYNAMISCH ONDERZOEK

APPENDIX II

SCHAALREGELS EN SCHAALEFFECTEN BIJ SCHAALMODELLEN VOOR DYNAMISCH ONDERZOEK

Schaalregels zijn de wetmatigheden waaraan een schaalmodel moet voldoen om de primaire stromingseigenschappen en de mechanische eigenschappen op verkleinde schaal te kunnen reproduceren; schaaffecten zijn de fouten die ontstaan doordat secundaire kenmerken niet ook gelijktijdig kunnen worden gereproduceerd. Welke elementen primair en welke secundair zijn is een bewuste keus die afhangt van het doel van het onderzoek. Indien meerdere eigenschappen van water of constructie gelijktijdig moeten worden gereproduceerd, kunnen deze tot strijdige schaalregels leiden. Dan is onderzoek in een schaalmodel niet zonder meer mogelijk. Wel kan geprobeerd worden om één of meerdere experimenten op te zetten om fysische verschijnselen beter te leren begrijpen.

De schaalregels voor schaalmodellen ten behoeve van dynamisch onderzoek zijn aanvankelijk gepubliceerd in Kolkman (1967) (ook opgenomen in Kolkman (1976)).

In het volgende wordt uitgegaan van een model met een geometrische reproductie op een lengteschaal n_L (de index slaat op de grootte waarop de schaalfactor n betrekking heeft).

De eis die aan reproductie van stroombeeld, golven en trillingen is te stellen, is dat op overeenkomstige punten en op overeenkomstige tijdstippen de snelheidsvectoren in x -, y - en z -richting steeds op dezelfde schaal voorkomen. Dit heet de kinematische reproductie met een snelheidsschaal n_V en een tijdschaal n_t . Uiteraard zijn n_t en n_V , via n_L , aan elkaar gekoppeld:

$$n_t = \frac{n_L}{n_V} \quad (\text{B.1})$$

Aan kinematische reproductie zal alleen kunnen worden voldaan als er ook een eenduidige schaal is van de drukken en krachten in vloeistof en constructie. Dit heet dynamische reproductie met een drukkenschaal n_p en een krachtenschaal n_F .

De hierna af te leiden modelwetten bij onderzoek naar stroming en golven volgen uit de eis van dynamische reproductie; alleen als hieraan wordt voldaan, is een kinematische reproductie te bereiken.

Modelwetten bij stromingsonderzoek

In de Navier-Stokesvergelijking voor het dynamische evenwicht van elk van de waterdeeltjes (hierna alleen gepresenteerd wat betreft de x -richting) komen de volgende termen voor:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{\partial u}{\partial t} - \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \rho \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (\text{B.2})$$

ρ = dichtheid van de vloeistof, V = snelheidsvector (die weer wordt ontbonden in de vectoren u , v en w in respectievelijk de x -, y - en z -richting), t = tijd en ν = kinematische viscositeit ($\rho\nu$ heet dynamische viscositeit).

De eerste term in het rechterlid levert dat deel van de drukgradiënt dat gekoppeld is aan de lokale waterversnelling. De tweede serie termen heeft betrekking op de versnelling die ontstaat doordat de deeltjes naar een gebied stromen waar de snelheid toe- of afneemt (de zogenaamde convectieve versnelling). De derde serie termen heeft betrekking op de invloed van de viscositeit. De Navier-Stokesvergelijking heeft een soortgelijke vorm in de y-richting; voor de z-richting komt er nog een zwaartekrachtsterm bij, die evenwicht maakt met de hydrostatische druk. Omdat de laatste geen stroming veroorzaakt, heeft hij op de schaalregels geen invloed.

Om een eenduidige schaal voor de druk te krijgen (deze komt alleen in het linkerlid voor) moeten alle termen in het rechterlid volgens dezelfde schaal worden gereproduceerd. De lokale versnelling en de convectieve versnelling worden op dezelfde schaal gereproduceerd als voldaan wordt aan Vergelijking B.1; dit levert dus geen extra probleem op.

Zijn er periodieke of quasi-periodieke verschijnselen in de stroming (zoals turbulentie) dan kan uit B.1 voor de schaal van de frequentie worden afgeleid (ω = hoekfrequentie, f = frequentie):

$$n_f = n_\omega = \frac{n_v}{n_L} \quad (\text{B.3})$$

Dit kan ook geschreven worden als een conditie voor het Strouhalgetal:

$$Sh = \frac{fL}{V} \text{ is gelijk in prototype en model} \quad (\text{B.4})$$

De drukkenschaal volgt uit vergelijking van het linkerlid en de convectieve versnelling in B.2:

$$n_p = n_\rho n_v^2 \quad (\text{B.5})$$

Dit kan ook geformuleerd worden als een invariantie van het Eulergetal:

$$Eu = \frac{P}{\rho V^2} \text{ is gelijk in prototype en model} \quad (\text{B.6})$$

De invloed van de viscositeit is in het model alleen dan goed weer te geven als de tweede en derde serie termen in het rechterlid van Vergelijking B.2 op dezelfde schaal worden gereproduceerd. Dit betekent dat:

$$n_v = \frac{n_\nu}{n_L} \quad (\text{B.7})$$

Dit kan ook geformuleerd worden als een conditie voor het Reynoldsgetal:

$$Re = \frac{VL}{\nu} \text{ is gelijk in prototype en model} \quad (\text{B.8})$$

Conclusie 1:

Indien in het model de stromingsbegrenzings vastliggen (een model ingericht als 'tunnelmodel'), dan zal de reproductie van het Reynoldsgetal mogelijk de keuze van de watersnelheid in het model bepalen. De viscositeit, ν , is in model en prototype gelijk, want het is moeilijk om met een andere vloeistof dan water te stromen. Vergelijking B.8 impliceert dat in het model de watersnelheid veel groter moet zijn dan in het prototype. Dit is vaak niet te realiseren. Als de verwachting is dat de invloed van de viscositeit in het prototype gering is (dit is het geval bij waterbouwkundige constructies die slecht of niet gestroomlijnd zijn), dan kan in een model de stroomsnelheid vrij worden gekozen, mits het Reynoldsgetal niet onder een kritieke grens komt. Over deze kritieke grens, die afhangt van de vorm van de constructie, is veel literatuur beschikbaar.

Situatie van water bij stroming met een vrij oppervlak of bij golven

Bij stroming met een vrij wateroppervlak is de stroming altijd gekoppeld aan drukverschillen die aan het oppervlak een vervorming van de waterspiegel geven. Nu is de waterspiegel ook één van de stroombegrenzings, en de eis van geometrische reproductie geldt ook hier. Zolang de vervorming van de waterspiegel gering is ten opzichte van de waterdiepte of de grootte van het te bekijken voorwerp, is een fout in deze vervorming niet zo erg. Een maat voor de correcte reproductie is de snelheidshoogte $V^2/2g$ ten opzichte van de representatieve lengtemaat L . Dus:

$$n_v^2 = n_L n_g \quad (\text{B.9})$$

Dit kan geformuleerd worden als een conditie voor het Froudegetal:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}} \text{ is gelijk in prototype en model} \quad (\text{B.10})$$

Aan deze conditie hoeft niet te worden voldaan als het Froudegetal klein is, want dan is de waterspiegel toch al horizontaal.

De voorwaarde van de Froudeschaal is altijd in tegenspraak met reproductie van het Reynoldsgetal: het Reynoldsgetal is altijd te klein. Er bestaan middelen om in het model extra turbulentie in de grenslaag op te wekken om zodoende beter de prototypeconditie na te bootsen (extra ruwheid of een turbulentiendraad); dit gaat echter weer ten koste van de geometrische reproductie.

Conclusie 2:

Bij een model met vrij wateroppervlak moet, als de stroming zo sterk is dat drukverschillen een belangrijke vervorming van de waterspiegel geven, het Froudegetal worden gereproduceerd. Dit geldt ook voor golven. Er moet dan wel worden voldaan aan de conditie dat ook in het model het Reynoldsgetal groot genoeg is. Is het Froudegetal klein, zowel in prototype als in model, dan hoeft dit niet te worden gereproduceerd. Worden er in het model golfstudies verricht, dan moet het Froudegetal altijd worden gereproduceerd.

Een soortgelijke conditie als voor het Reynoldsgetal kan ook voor het Webergetal worden geformuleerd. Het Webergetal, $\rho LV^2/\sigma$, (met σ = oppervlaktespanning) heeft, mits groot genoeg, geen invloed. De invloed van de oppervlaktespanning is dat er een druksprong ontstaat tussen lucht en water, die afhangt van de kromming van het wateroppervlak.

Reproductie in een stromingsmodel van een constructie bestaande uit massa's en veren

Voor de afleiding van schaalregels wordt hier, als toevoeging op de schaal van de druk (Vergelijking B.5) nog de schaal voor de kracht (dus druk maal oppervlak waarop deze werkt) geïntroduceerd:

$$n_F = n_\rho n_V^2 n_L^2 \quad (\text{B.11})$$

We bekijken nu de klassieke vergelijking van het enkelvoudige massaveersysteem, omdat deze voor wat betreft de afleiding van schaalregels ook representatief is voor meervoudige systemen. Deze vergelijking is:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + c \frac{dy}{dt} + ky = F(t) \quad (\text{B.12})$$

Stellen we nu de eis³ dat de amplitude van de beweging op lengteschaal moet worden gereproduceerd:

$$n_y = n_L \quad (\text{B.13})$$

en kennen we de krachtenschaal en de tijdschaal, dan kunnen uit de eis van homogene reproductie van elk van de termen in het linkerlid en de uitwendige kracht de schalen van k, c, en m worden bepaald.

Voor de veerstijfheid geldt:

$$n_k = n_\rho n_V^2 n_L \quad (\text{B.14})$$

Dit kan ook geformuleerd worden als een eis ten aanzien van het Cauchygetal betrokken op de veerstijfheid:

$$Ca = \frac{k}{\rho V^2 L} \text{ is gelijk in prototype en model} \quad (\text{B.15})$$

Voor de demping geldt dat dy/dt op snelheidsschaal moet worden gereproduceerd, waaruit dan volgt:

$$n_c = n_\rho n_V n_L^2 \quad (\text{B.16})$$

Dit kan weer gezien worden als een conditie voor het dempingsgetal:

$$De = \frac{c}{\rho V L^2} \text{ is gelijk in prototype en model} \quad (\text{B.17})$$

³ Deze eis wordt niet altijd gesteld; als het een onderzoek betreft naar toegevoegde watermassa, demping of veerstijfheid als functie van het Strouhalgetal, dan kan van de juiste schaling van de massa en de veerstijfheid worden afgeweken.

Voor de schaal van d^2y/dt^2 kan worden afgeleid dat deze gelijk is aan de schaal van V^2/L . Daarom vinden we voor schaal van de massa:

$$n_m = n_\rho n_L^3 \quad (\text{B.18})$$

Deze massaschaal is onafhankelijk van de gekozen snelheidsschaal. De massaschaal is ook te vertalen naar het soortelijk gewicht van het constructiemateriaal in het model:

$$n_{\rho;constr.} = n_{\rho;water} \quad (\text{B.19})$$

Conclusie 3:

Bij dynamische massaverenmodellen is de schaling van de massa onafhankelijk van de gekozen snelheidsschaal, en volgt uit het massagetal. Dus:

$$n_m = n_\rho n_L^3$$

Bij vrij te kiezen snelheidsschaal (vrij omstroomde voorwerpen, bijvoorbeeld stroming in een tunnel) zijn de schaal van de stroomsnelheid en die van de stijfheid aan elkaar gekoppeld via het Cauchygetal.

$$n_k = n_\rho nV^2 n_L$$

Het dempingsgetal moet ook worden gereproduceerd;

$$n_c = n_\rho n_V n_L^2$$

In de praktijk wordt (veiligheidshalve) veelal onderzoek gedaan in laaggedempte modellen. Omdat in het model de waterdemping apart kan worden bepaald (door de gemeten demping in stromend water te verminderen met de gemeten droge demping), kan, als de droge demping in prototype bekend zou zijn, ook de totale demping in prototype bij stromend water worden geschat. In bepaalde gevallen, als ook het trillingsmechanisme bekend is, kan dan weer de invloed van een afwijkende demping op de gemeten trillingsamplitude worden verrekend.

In Deel A, Hoofdstuk 3 zijn beschouwingen gewijd aan de toegevoegde water-massa, waterdemping en waterstijfheid. Daar is gevonden dat de toegevoegde water-massa evenredig is met ρL^3 , de stromingsstijfheid met $\rho V^2 L$ en de stromingsdemping met $\rho V L^2$. De daaruit voortvloeiende modelwaarden komen overeen met de schaal-factoren die geformuleerd zijn voor de overeenkomstige mechanische eigenschappen.

Indien wordt voldaan aan de eisen dat het massagetal en het Cauchygetal in prototype en model aan elkaar gelijk zijn, dan wordt automatisch voldaan aan de eis dat de schaal van de resonantiefrequentie overeenkomt met de schaal van de frequentie van de excitatie door stroming (deze laatste volgt uit het overeenkomen in prototype en model van het Strouhalgetal, zie Vergelijking B.4).

Reproductie van dynamisch gedrag van continu-elastische constructies bij stroming in een tunnelmodel

De eis die te stellen is aan materiaalvervorming, is dat de relatieve vervorming (deformatie $\epsilon = \Delta L/L$) wordt gereproduceerd:

$$n_\epsilon = n_{\Delta L} / n_L = 1 \quad (\text{B.20})$$

Omdat de vervorming gelijk is aan de materiaalspanning gedeeld door de elasticiteitsmodulus, geldt:

$$n_\epsilon = \frac{n_\sigma}{n_E} \quad (\text{B.21})$$

(hierin is σ de materiaalspanning en E de elasticiteitsmodulus).

Nu is, bij geometrische reproductie, ook de schaal van de materiaalspanning gelijk aan de schaal van de druk in het water. Hiermee wordt de volgende relatie verkregen:

$$n_E (= n_p) = n_\rho n_V^2 \quad (\text{B.22})$$

Dit is ook te zien als een voorwaarde voor het Cauchygetal (maar nu is Ca betrokken op de elasticiteitsmodulus):

$$Ca = \frac{E}{\rho V^2} \text{ is gelijk in prototype en model} \quad (\text{B.23})$$

Dezelfde voorwaarde geldt ook voor de glijdingsmodulus, G, van het materiaal. Omdat E en G echter ongeveer lineair gekoppeld zijn, met een verhoudingsgetal dat voor de diverse materiaalsoorten niet sterk varieert, wordt dat hier niet apart gepresenteerd.

De eis dat ook de demping goed geschaald moet zijn, is nu niet op dezelfde wijze te vertalen naar een grootheid die gekoppeld is aan een stromingsconditie. De dimensieloze demping, γ , is feitelijk een materiaalconstante die (op een constante na) aangeeft hoeveel procent van de potentiële energie van de deformatie van het materiaal bij uitveren niet wordt teruggegeven. Daarom moet gelden:

$$n_\gamma = 1 \quad (\text{B.24})$$

ofwel:

$$\gamma \text{ is gelijk in prototype en model} \quad (\text{B.25})$$

Voor de dichtheid van het materiaal geldt hetzelfde wat reeds eerder is afgeleid bij de discrete massaveersystemen:

$$n_{\rho, \text{constr.}} = n_{\rho, \text{vloeistof}} \quad (\text{B.26})$$

Conclusie 4:

Voor een model van een continu-elastische constructie is bij een vrij te kiezen snelheidsschaal de schaal van de elasticiteitsmodulus gelijk aan de schaal van de hydrodynamische drukken en moeten de dichtheid en de dimensieloze demping van het constructiemateriaal gelijk zijn aan die in het prototype. Dus:

$$n_E = n_p = n_\rho n V^2$$

$$n_{\rho;\text{constr.}} = n_{\rho;\text{vloeistof}}$$

en:

$$n_\gamma = 1$$

Om aan de laatste twee eisen te voldoen wordt bij de tunnelmodellen, waar er een vrije keuze is ten aanzien van de in te stellen stroomsnelheid, het model bij voorkeur van prototypemateriaal gebouwd, wat dan als consequentie heeft dat gestroomd wordt met snelheidsschaal 1 (windtunnelonderzoek vliegtuigrillingen). Het voordeel van het toepassen van prototypemateriaal is dat de materiaaldemping dan automatisch goed is. De keuze van een ander materiaal is uiteraard ook mogelijk.

Omdat voldaan wordt aan de eis dat de rek wordt weergegeven op schaal, kunnen rekken die in het model gemeten worden, meteen dienen als prototypewaarden.

Reproductie van continu-elastische constructies in stroming met vrije waterspiegel en in golven waarbij aan de Froudeschaalregel moet zijn voldaan

Bij stromings- en golfproeven op Froudeschaal wordt de schaalregel voor de elasticiteitsmodulus afgeleid uit de eis dat deze op de schaal van de stromingsdruk moet zijn gereproduceerd (Vergelijking B.22). Dus:

$$n_E = n_\rho n_g n_L \tag{B.27}$$

Conclusie 5:

Bij reproductie van het dynamische gedrag van constructies in modellen met water waarbij op Froudeschaal wordt gestroomd of gegolfd, moet in het ideale geval in het elastische model de elasticiteitsmodulus op lengteschaal worden gereproduceerd. Meer in het algemeen wordt dit geformuleerd als:

$$n_E = n_\rho n_g n_L$$

terwijl blijft gelden:

$$n_{\rho;\text{constr.}} = n_{\rho;\text{vloeistof}}$$

en:

$$n_\gamma = 1$$

In de praktijk toegepaste schaalregels als gestroomd of gegolfd wordt op Froudeschaal

Materiaal met een elasticiteit op lengteschaal en een dichtheid met gelijke waarde als het prototypemateriaal is voor de bruikbare schaalgrootten onvindbaar. Bij samengestelde constructies blijkt de stijfheid van de constructie als geheel echter lineair te zijn met de plaatdikte (met uitzondering van de lokale buigingsstijfheid van platen en massieve liggers), zodat, met opoffering van de geometrische reproductie, de stijfheid gecorrigeerd kan worden door een andere plaatdikte te kiezen. Dit resulteert dan in:

$$n_d n_E = n_L n_\rho n_g n_L \quad (\text{B.28})$$

Dus:

$$n_d = \frac{n_L^2 n_\rho n_g}{n_E} \quad (\text{B.29})$$

Er is een praktische voorkeur om in het model een te lage E en dus een te grote plaatdikte toe te passen, want bij een in verhouding te kleine plaatdikte kan het modelmateriaal gaan uitknikken. Tot nu toe worden kunststof modellen toegepast (trovidur of een andere thermohardende pvc), met $n_E = 60$ ten opzichte van een stalen prototypeconstructie.

Dit zou volgens (B.27) neerkomen op een keuze voor de lengteschaal $n_L = 60$, maar hierbij worden de modellen zo klein dat dit wat betreft het Reynoldsgetal en andere onnauwkeurigheden niet toelaatbaar is. Toegepast is bij het onderzoek aan de vizierschuiven van de stuw te Hagestein en de sectorschuiven van de spuisluis in het Haringvliet (zie ook Voorbeelden a en c in Paragraaf 6.2 van Deel A) $n_L = 20$, zodat E een factor 3 te laag is ten opzichte van de ideale schaalfactor. Dit is gecompenseerd door een drie maal grotere plaatdikte toe te passen.

Aangezien de toegepaste kunststof (trovidur) vijfeneenhalf maal zo licht is als staal, gaf de drie maal te grote plaatdikte een te kleine massa van het model.

De correctie hierop werd zodanig aangebracht dat de stijfheid niet is beïnvloed. Hiertoe zijn lokaal loden gewichtjes toegevoegd, die zoveel mogelijk evenredig met het tekort aan massa verspreid werden aangebracht. Met deze procedure moet soms wat extra massa worden aangebracht om te compenseren dat het volume van ingesloten water verkleind is, waardoor ook de toegevoegde watermassa te klein zal zijn. Deze correctie moet dan juist weer niet worden aangebracht voor die delen van de constructie die boven water liggen.

Bij golfklappen is de stijfheid van de beplating een grootheid die in het model goed moet worden gereproduceerd. Bij de in (B.29) gepresenteerde schaalfactor is de beplating veel te stijf. Het is dan beter om de plaatdikte te reduceren, zodat de buigstijfheid klopt, en de stijfheid van de constructie als geheel aan te vullen met extra stijve liggers.

Haszpra (1979) heeft nog een mogelijkheid geopperd om de te grote buigingsstijfheid van de beplating in het model te reduceren. Als de te stijve (en geometrisch gezien ook te dikke) plaat in het model wordt vervangen door composietplaat bestaande uit een aantal lamellen, waarbij de dikte van elke lamel overeenkomt met de dikte van de prototypebeplating gedeeld door de lengteschaal, dan klopt de buigstijfheid van de beplating weer met de andere stijfheidsfactoren. Het bezwaar is dat het aantal lamellen een geheel getal moet zijn, hetgeen de schaalkeuze nog verder beperkt, en er ook veel demping in het lamellenpakket ontstaat.

Conclusie 6:

Bij continu-elastische schaalmodellen waarbij aan de Froudeschaal moet worden voldaan, is het pragmatisch om het model in kunststof uit te voeren, waarbij geaccepteerd wordt dat dit in het model tot een plaatdikte leidt die te groot wordt. De schaal voor de dikte van de beplating wordt dan:

$$n_d = n_L^2 n_\rho n_g / n_E$$

Als geheugensteun hierbij kan dienen dat bij een geometrische reproductie van de plaatdikte de elasticiteitsmodulus van het modelmateriaal op lengteschaal verkleind zou moeten zijn. De factor waarmee de werkelijke elasticiteit van het modelmateriaal hiervan afwijkt, wordt gecompenseerd door de dikte met deze factor te corrigeren.

Indien (bij golfklaponderzoek) ook de beplatingsstijfheid goed moet zijn, krijgt de beplating een geringere dikte: er moeten dan aanvullend verstijvingen in het model worden aangebracht.

Schaaleffecten bij trillingsonderzoek

De met de gekozen schaalregels samenhangende schaalears effecten hebben in de eerste plaats betrekking op het niet juist reproduceren van het Reynolds- en het Webergetal. De invloed hiervan kan worden gekwantificeerd aan de hand van literatuur over weerstandscoëfficiënten (als functie van Re) en van berekeningen over de kromming van de waterspiegel bij golven en het gedrag van bellen bij gereduceerde diameter.

Bij dynamische modellen is het lastig om aan de eis van geometrische reproductie te voldoen; de meetelementen en de ophanging mogen de stroming niet beïnvloeden en bij continu-elastische constructies is de te dikke beplating in het model een versturende factor. Ook elementen als rubber afdichtingsstrips die in- en uitvoeren, zijn lastig te reproduceren.

Bij continu-elastische modellen maakt de fout in de beplatingdikte dat ook de buigingsstijfheid van de beplating niet goed wordt weergegeven. Hiervoor moet een compromisoplossing worden gevonden.

Een punt dat aandacht behoeft bij het ontwerp van een continu-elastisch model, is dat door de te dikke beplating de toegevoegde watermassa te klein kan worden. Deze afwijking kan vaak worden geschat, waarna een massacorrectie op het model kan worden aangebracht. Komt het betreffende deel van het model bij andere omstandigheden boven water, dan moet deze correctie worden verwijderd. Betreft het een pijp in stroming of golven waarbinnen ook water (of olie) stroomt, dan zal de buitendiameter op lengteschaal worden verkleind, waardoor de binnendiameter te klein wordt. De inwendig stromende vloeistof moet dan een zodanige dichtheid hebben dat de massa per lengte-eenheid weer goed is.

Een voorwaarde waaraan bij continu-elastische modellen moeilijk voldaan kan worden is:

$$n_\gamma = 1$$

In een tunnelmodel waarin het model van dezelfde materialen is gemaakt als het prototype, blijft γ gelijk, omdat de demping een materiaalconstante is. Bij wrijvende delen, bij scharnieren of bij rubber afdichtingen is de demping niet automatisch op schaal. Bij elastische modellen van kunststof is de materiaaldemping te groot. Ook in de demping ten gevolge van de vloeistof zijn schaalears effecten te verwachten. Wat dit

laatste betreft zal de demping wel op schaal zijn als deze het gevolg is van de sleepkracht van bijvoorbeeld liggers in turbulente stroming, maar niet als de viscositeit maatgevend is (bijvoorbeeld: bij een plaat die in haar vlak trilt is de slipstroming afhankelijk van de grenslaagontwikkeling).

De demping is maatgevend bij de bepaling van de evenwichtsamplitude in geval van resonantie. In het algemeen zal echter bij het optreden van resonantie de vormgeving zodanig veranderd moeten worden dat geen resonantie meer optreedt. Het model geeft, ook al is de demping niet geheel juist, wel een indicatie voor het al dan niet optreden van resonantie. Bij voorkeur is de modeldemping lager dan in prototype.

Indien geen resonantie optreedt, is de demping van veel minder belang, omdat de responsie op niet-periodieke excitatie ten gevolge van turbulentie ook frequenties buiten de resonantiefrequentie bevat.

De demping is van ondergeschikt belang bij de responsie op stootverschijnselen, daar de maximale amplitude kort na de klap optreedt, zodat er weinig energiedissipatie op kan treden.

Schaaleffecten bij golfklaponderzoek

Zoals in Deel B is beschreven ontstaan golfklappen als het water door aanwezigheid van de constructie plotseling afgeremd moet worden. De hoeveelheid van beweging die hierbij verloren gaat, is gekoppeld aan de impuls waarde van de belasting (de over de tijd geïntegreerde grootte van de kracht). De impuls wordt in een schaalmodel waarin het Froudegetal goed is weergegeven, goed gereproduceerd.

De drukverdeling in ruimte en tijd is echter afhankelijk van de elastische eigenschappen van water, lucht en constructie. Maatgevend is die component die de kleinste stijfheid heeft.

Bij geen van de hiervoor genoemde schaalmodellen worden de elastische eigenschappen volledig weergegeven. Met name de lokale stijfheid van de buitenbeplating is alleen te reproduceren als hiervoor afzonderlijke maatregelen worden genomen. Dit is lastig te combineren met de reproductie van de stijfheid van de gehele constructie en vergt een aparte studie (zie Conclusie 6).

Om de stijfheid van lucht in een model op Froudeschaal goed weer te geven zou de compressibiliteit (en dus de initiële luchtdruk) op lengteschaal moeten worden gereproduceerd. Dit is zo lastig te realiseren dat dit tot nu toe niet wordt gedaan. Bovendien speelt bij kleine luchtbellen de oppervlaktespanning een rol, en wel om twee redenen: de luchtdruk in de bellen wijkt af van de omgevingsdruk (waardoor ook de compressibiliteit anders wordt) en de grootte en de stijgsnelheid van de bellen wordt niet gereproduceerd (waardoor de verdeling en de grootte van de bellen ook afwijken).

Volstaan wordt daarom veelal met een globaal onderzoek van golfklappen in een continu-elastisch model (responsie van de constructie als geheel) en een gedetailleerd onderzoek in een stijf model, waarbij de gemeten golfdrukken via speciale schaalbeschouwingen worden vertaald naar prototypewaarden.



APPENDIX III

**BESCHRIJVING VAN EEN REKENPROGRAMMA
TER BEPALING VAN DE TOEGEVOEGDE WATERMASSA
VOOR EEN STRIP IN RUIM WATER BIJ
TRANSLERENDE EN ROTERENDE TRILLING.**

APPENDIX III

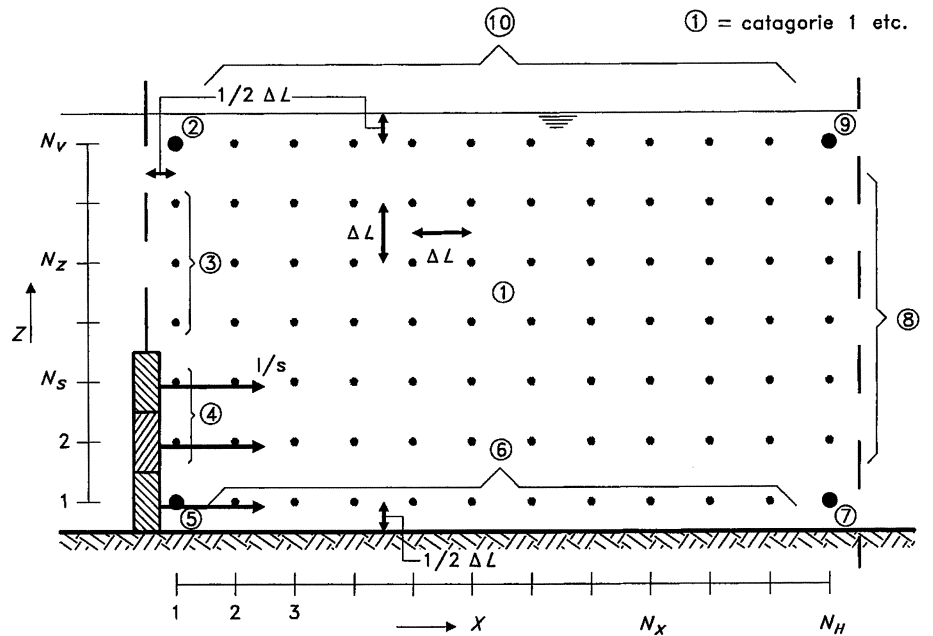
BESCHRIJVING VAN EEN REKENPROGRAMMA TER BEPALING VAN DE TOEGEVOEGDE WATERMASSA VOOR EEN STRIP IN RUIM WATER BIJ TRANSLERENDE EN ROTERENDE TRILLING

In Afbeelding 1 is nog Figuur C3.3 overgenomen, waarin het rooster is weergegeven dat bij de berekening wordt gebruikt.

Het rekenprogramma dat hier beschreven wordt, heeft betrekking op een horizontaal trillende strip, waarbij een kwart van de ruimte wordt afgebeeld. De grondslagen voor de berekening zijn te vinden in Deel C, Paragraaf 3.2.

De toegevoegde watermassa van de trillende strip kent een analytische oplossing waarmee de berekening wordt gecontroleerd.

Aan het eind van deze appendix wordt aangegeven welke handelingen anders zijn als een roterende strip wordt bekeken. Ook daarbij worden rekenuitkomsten gepresenteerd die met de analytische uitkomst worden vergeleken.



Afbeelding 1:
Het gebruikte rooster en definitie van
gebruikte symbolen.

TRANSLATIETRILLING VAN DE STRIP

De berekening gaat uit van

- ΔL = Afstand van de roosterpunten
- V_s = Snelheid waarmee de strip trilt
- N_s = Aantal elementen van de strip
(= aantal roosterstaven dat op de strip aansluit)
- N_v = Aantal roosterpunten verticaal
- N_H = Aantal roosterpunten horizontaal

De potentialen van de roosterpunten worden als matrix gedefinieerd: $\Phi(N_H, N_V)$
 De snelheid van trillen van de strip wordt als kolom gedefinieerd: $V_S(N_S)$
 Het debiet per stripelement wordt als kolom gedefinieerd: $q_S(N_S)$
 De potentiaalwaarden bij de strip worden als kolom gedefinieerd: $\phi_s(N_S)$
 De (potentiaal/Vs) bij de strip wordt als kolom gedefinieerd: $\alpha(N_S)$

Voor $N_z = 1$ tot N_S geldt $V_S(N_z) = V_s$ (stripsnelheid overal dezelfde).

Voor $N_z = 1$ tot N_S geldt voor q_s (het debietje per stripelement):

$$q_s(N_z) = V_s \Delta L$$

Aanvankelijk geldt voor alle potentiaalwaarden:

$$\Phi(N_x, N_z) = 0$$

De potentialen ter plaatse van de strip zijn aanvankelijk:

$$\phi_s(N_z) = 0$$

De toegevoegde watermassa (per eenheid van striplengte) wordt berekend met:

$$m_w = \sum_{N_z=0}^{N_S} \rho \phi_s(N_z) \Delta L$$

De nauwkeurigheid die vereist wordt, is gedefinieerd als (voor de betekenis zie Figuur C3.4):

$$\text{nauwkeurigheid} = \frac{(m_{w_n} - m_{w_{n-1}})n}{m_{w_n}}$$

(n= aantal keren dat de repeterende berekening wordt uitgevoerd)

$$V_N = \text{Vereiste nauwkeurigheid}$$

Voordat de berekening start geldt:

$$n = 0 \text{ (de teller voor het aantal berekeningen)}$$

$$m_w = 0$$

Nu start de rekenprocedure:

Herhaal steeds

vorige- $m_w = m_w$ (dit is dus $m_{w_{n-1}}$)

$n = n + 1$

Voor $N_z = 1$

voor $N_x = 1$: PROCEDURE-5

voor $N_x = 2$ tot N_H-1 : PROCEDURE-6

voor $N_x = N_H$: PROCEDURE-7

Voor $1 > N_z \geq NS$

voor $N_x = 1$: PROCEDURE-4

voor $N_x = 2$ tot N_H-1 : PROCEDURE-1

voor $N_x = N_H$: PROCEDURE-8

Voor $N_z = N_S+1$ tot N_V-1

voor $N_x = 1$: PROCEDURE-3

voor $N_x = 2$ tot N_H-1 : PROCEDURE-1

voor $N_x = N_H$: PROCEDURE-8

Voor $N_z = N_V$

voor $N_x = 1$: PROCEDURE-2

voor $N_x = 2$ tot N_H-1 : PROCEDURE-10

voor $N_x = N_H$: PROCEDURE-9

Bereken voor $N_z = 1$ tot N_S

$\phi_s(N_z) = \Phi(1, N_z) + 0,2 q_s(N_z)$ (zie Vergelijking C3.11)

Bereken

$$m_w = \sum_{N_z=1}^{N_S} \rho \phi(N_z) \Delta L / V_s$$

Bereken

$$\text{nauwkeurigheid} = (m_w - \text{vorige-}m_w) / m_w$$

Totdat

nauwkeurigheid $<$ V-N (de vereistenauwkeurigheid)

Vervolgens kan elke uitvoer gekozen worden om te worden geprint.

De procedures, PROCEDURE-1 t/m PROCEDURE-10, zijn te vinden in Deel C, Paragraaf 3.2.4 (zie Vergelijking C3.12 t/m C3.24 geldig voor de punten van categorie 1 t/m 10).

We nemen als voorbeeld PROCEDURE-1 (betrekking hebbend op het middengebied).

Zonder overrelaxatie zou gelden (Vergelijking C3.13):

$$\Phi(N_x, N_z) = \{\Phi(N_x-1, N_z) + \Phi(N_x, N_z+1) + \Phi(N_x+1, N_z) + \Phi(N_x, N_z-1)\}/4$$

Met overrelaxatie geldt:

$$\text{vorige-}\Phi = \Phi(N_x, N_z)$$

$$\Phi(N_x, N_z) = \{\Phi(N_x-1, N_z) + \Phi(N_x, N_z+1) + \Phi(N_x+1, N_z) + \Phi(N_x, N_z-1)\}/4$$

$$\Phi(N_x, N_z) = \text{vorige-}\Phi + \text{overrelaxatie}^* \{\Phi(N_x, N_z) - \text{vorige-}\Phi\}$$

UITKOMST REKENVOORBEELD TRANSLERENDE STRIP

$$N_H = 54, N_V = 18 \text{ en } N_S = 6$$

$$\text{overrelaxatie} = 1,5^4$$

$$\text{vereiste nauwkeurigheid} = 0,025$$

De berekening stopt na 133 herhaalde berekeningen

$$\text{De dimensieloos gemaakte } m_w = 0,798692$$

$$\text{De theoretische waarde hiervan is } \pi/4 = 0,785398$$

De afwijking is dus minder dan 2%

De berekende toegevoegde lengte, uitgedrukt in een aantal malen ΔL , is per strip-element:

$$\text{element 1 (} N_z = 1\text{): } 5,829$$

$$\text{element 2: } 5,676$$

$$\text{element 3: } 5,359$$

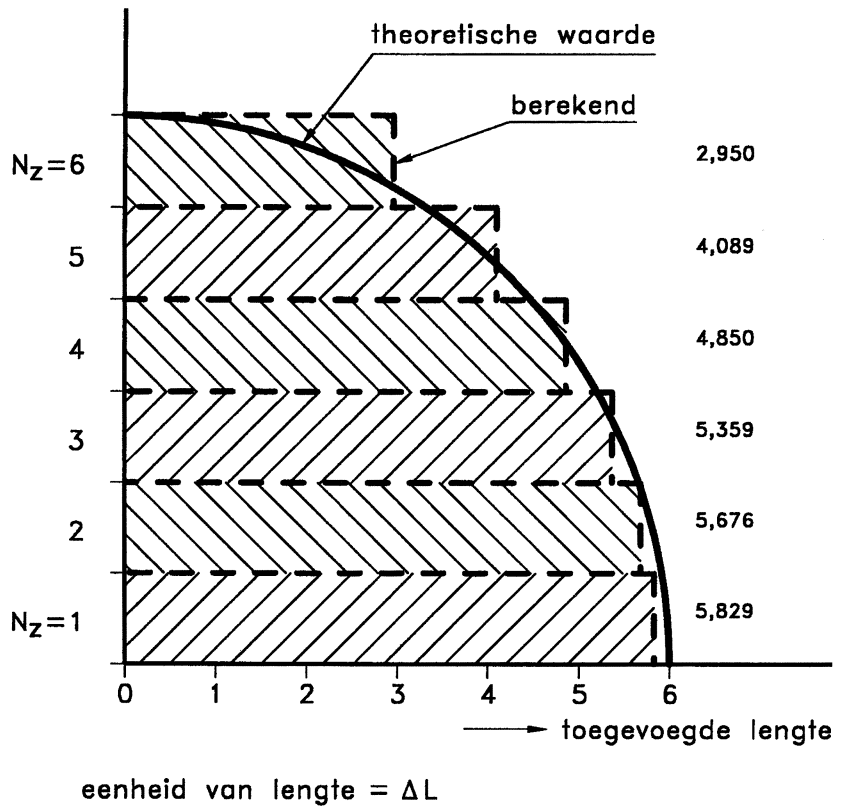
$$\text{element 4: } 4,850$$

$$\text{element 5: } 4,089$$

$$\text{element 6: } 2,950$$

⁴ Een grotere overrelaxatie leidt sneller tot een resultaat, maar het blijkt dat als deze groter is dan 1,7 er instabiliteiten optreden.

Theoretisch moet dit een kwart cirkel opleveren.



Afbeelding 2:
Theoretische en gemeten massaverdeling.

In Afbeelding 2 is te zien dat de omstroming om een scherpe rand bij een discreet netwerk moeilijker is, hetgeen ter plaatse dus een grotere druk oplevert.

ROTATIETRILLING VAN EEN STRIP

Bij rotatie is er geen sprake van een toegevoegde watermassa maar van een toegevoegd polair-traagheidsmoment I_w .

Berekend worden de potentialen bij een hoeksnelheid ω .

Dus geldt:

$$V_S(N_z) = \omega(N_z^{-1/2})\Delta L$$

en:

$$I_w = \sum_{N_z=1}^{N_s} \rho \left\{ (N_z^{-1/2})\Delta L \right\} \phi_s(N_z)\Delta L / \omega$$

De overige handelingen behoeven geen nadere toelichting.

UITKOMST REKENVOORBEELD ROTERENDE STRIP

$N_H = 54$, $N_V = 18$ en $N_S = 6$

overrelaxatie = 1,5

vereiste nauwkeurigheid 0,005

(het blijkt dat de berekening zo snel convergeert dat wellicht het gebied direct buiten de strip niet voldoende zou zijn doorgerekend)

De berekening stopt na 37 herhaalde berekeningen.

De dimensieloos gemaakte I_w = 0,10461

De theoretische waarde hiervan is $\pi/32$ = 0,09817

De afwijking bedraagt 6,5%

De afwijking is dus groter dan bij een translerende trilling, vermoedelijk doordat bij rotatie de beweging het grootst is bij de rand. Deze rand geeft ook steeds de grootste afwijkingen van de toegevoegde watermassa (Afbeelding 2).

De drukverdeling over de stripelementen is:

element 1 ($N_z = 1$):	1,439
element 2:	4,201
element 3:	6,594
element 4:	8,317
element 5:	8,946
element 6:	7,763

Over de drukverdeling is geen theoretische waarde bekend.

INDEX OP ONDERWERP (DEEL C)

Actief geëxciteerd model: blz. 96.

Afmeren: blz. 48 t/m 51 en 60 t/m 63.

Algemene oplossing van een trillingsvergelijking: blz. 28 en 29.

Autocorrelatie: blz. 110.

Bewerking van meetsignalen:

- Statistische bewerkingen: blz. 108 t/m 110 (Paragraaf 5.7.2).
- Bewerkingen in het tijdsdomein: blz. 110 t/m 112 (Paragraaf 5.7.3).
- Bewerkingen in het frequentiedomein: blz. 113 t/m 118 (Paragraaf 5.7.4).

Badstoptrilling: blz. 40 t/m 43 en 55 t/m 57.

Cauchygetal: blz. 87 en 88.

Continu-elastisch model: blz. 97, 99, 100 t/m 103 en 144 t/m 152 (Paragraaf 6.7 en 6.8).

Dempingscorrectie: blz. 53 en 54.

Directe methode bij rekenen in het tijdsdomein: blz. 51 t/m 63 (Paragraaf 3.5).

Driedimensionaal model: blz. 95 en 96, 123 t/m 128 (Paragraaf 6.2), 138 t/m 140 (Paragraaf 6.5) en 144 t/m 152 (Paragraaf 6.7 en 6.8).

Drukverloop bij een golfklap: blz. 78 en 79 (Paragraaf 4.7).

Drijvende deuren en kleppen: blz. 43 t/m 46 en 57 t/m 60.

Dynamische eigenschappen bij schaalmodellen: blz. 96 t/m 98 (Paragraaf 5.3.2).

Eindige-elementenmethode: blz. 35 t/m 39 (Paragraaf 3.3.5).

Eigenfrequentie: blz. 27.

Eigenwaardetheorie: zie Modal Analysis.

Enkelvoudig massaveer(schaal)model: blz. 96 en 129 t/m 137 (Paragraaf 6.3 en 6.4).

Enkelvoudig massaveersysteem:

- Droog: blz. 27 t/m 30 (Paragraaf 3.3.1).
- In water: blz. 30 en 31 (Paragraaf 3.3.2).

Ervaringen met golfklappen en trillingen in prototype: blz. 159 t/m 163 (Paragraaf 7.5).

Extrapolatie (van model naar prototype) van golfklappen: blz. 79 t/m 81 (Paragraaf 4.8).

Frequentiedomein: blz. 15 t/m 18 (Paragraaf 3.1) en 27 t/m 47 (Paragraaf 3.3).

Frequentieafhankelijkheid: blz. 15, 16, 18, 19 en 48 t/m 51 (Paragraaf 3.4.2).

Froudegetal: blz. 87.

Gegevensverwerking:

- Meetsysteem en gegevensverwerking: blz. 105 t/m 107.
- Statistische bewerkingen: blz. 108 t/m 110 (Paragraaf 5.7.2).
- Bewerkingen in het frequentiedomein: blz. 113 t/m 118 (Paragraaf 5.7.4).
- Bewerkingen in het tijdsdomein: blz. 110 t/m 112 (Paragraaf 5.7.3).

Gekoppelde systemen: blz. 39 t/m 47 (Paragraaf 3.3.6 en 3.3.7) en 55 t/m 63 (Paragraaf 3.5.3).

Geometrische reproductie in een schaalmodel: blz. 94 t/m 96 (Paragraaf 5.3.1).

Impulsbeschouwing (voor berekening golfklapdruk): blz. 65 t/m 67 (Paragraaf 4.2).

Impulsresponsfunctie: blz. 17 en 47 t/m 51 (Paragraaf 3.4.1 en 3.4.2).

Indirecte methode bij rekenen in het tijdsdomein: blz. 47 t/m 51 (Paragraaf 3.4).

Instabiele vloeistofoscillaties: blz. 40 t/m 47 en 57 t/m 60.

Kansdichtheidsfunctie: blz. 109 en 110.

Kritieke punten die voor kunnen komen bij dynamische schaalmodellen: blz. 98 en 99 (Paragraaf 5.4).

Kruiscorrelatie: blz. 111.

Lineair luchtcompressiemodel: blz. 75 en 76 (Paragraaf 4.6.1).

Lineair schokgolfmodel: blz. 67 t/m 70 (Paragraaf 4.3).

Lineair systeem: blz. 16.

Lokaal verval: blz. 11 t/m 13.

Luchtcompressiemodel:

- Lineair luchtcompressiemodel: blz. 75 en 76 (Paragraaf 4.6.1).
- Niet-lineair luchtcompressiemodel: blz. 76 t/m 78 (Paragraaf 4.6.2).

Massagetal: blz. 87.

Matrixnotatie: blz. 31 t/m 33.

Meervoudig massaveer(schaal)model: blz. 97 en 141 t/m 143 (Paragraaf 6.6).

Meervoudige systemen: blz. 31 t/m 46 (Paragraaf 3.3.3 t/m 3.3.7).

Meetinstrumenten: blz. 105 en 106 (Paragraaf 5.6.2).

Meetsystemen en gegevensverwerking: blz. 104 t/m 118 (Paragraaf 5.6 en 5.7).

Modal Analysis: blz. 17, 33 t/m 39 (Paragraaf 3.3.4 en 3.3.5), 47 en 48 (Paragraaf 3.4.1).

Model: zie schaalmodel.

Modeeffecten: blz. 91 t/m 93.

Niet-lineair luchtcompressiemodel: blz. 76 t/m 78 (Paragraaf 4.6.2).

Niet-lineair schokgolfmodel: blz. 70 t/m 73 (Paragraaf 4.4).

Overdrachtsfunctie: blz. 117, 118 en Appendix I.

Overrelaxatie: blz. 24 en Appendix III.

Particuliere oplossing van een trillingsvergelijking: blz. 28.

Potentiaaltheorie: blz. 19 t/m 21 (Paragraaf 3.2.2) en 22 t/m 26 (Paragraaf 3.2.4).

Prototype-ervaringen: blz. 159 t/m 163 (Paragraaf 7.5).

Randvoorwaarden: blz. 11 t/m 14 (Hoofdstuk 2).

Registratie van meetsignalen: blz. 106 en 107 (Paragraaf 5.6.3).

Rekenmethoden:

- m.b.t. trillingen: Hoofdstuk 3.
- m.b.t. golfklappen: Hoofdstuk 4.

Rekenprogramma ter bepaling van de toegevoegde watermassa: blz. 22 t/m 26 (Paragraaf 3.2.4) en Appendix II.

Relatieve demping: blz. 29.

Responsieberekeningen:

- frequentiedomein: blz. 27 t/m 47 (Paragraaf 3.3).
- tijdsdomein (indirecte methode): blz. 47 t/m 51 (Paragraaf 3.4)
- tijdsdomein (directe methode): blz. 51 t/m 63 (Paragraaf 3.5).
- (impuls)responsfunctie: blz. 47 t/m 51 en Appendix II.

Responsiemetingen: blz. 102 en 103.

Reynoldsgetal: blz. 87.

Schaaleffecten en kritieke punten bij schaalmodellen:

- Schaaleffecten bij trillingsmodellen: blz. 91 en 92.
- Schaaleffecten bij golfklapmodellen: blz. 92 en 93.
- Andere modeffecten: blz. 93.

Schaalmodel:

- Tunnelmodel: blz. 94, 95 en 120 t/m 122 (Paragraaf 6.1).
- Sectiemodel: blz. 95, 129 t/m 137 (Paragraaf 6.3 en 6.4) en 141 t/m 143 (Paragraaf 6.6).
- Driedimensionaal model: blz. 95, 123 t/m 128 (Paragraaf 6.2), 138 t/m 140 (Paragraaf 6.5) en 144 t/m 152 (Paragraaf 6.7 en Paragraaf 6.8).
- Star model: blz. 96, 97 en 120 t/m 125 (Paragraaf 6.1 en 6.2).
- Enkelvoudig massaveermodel: blz. 96 en 129 t/m 137 (Paragraaf 6.3 en 6.4).
- Meervoudig massaveermodel: blz. 97 en 138 t/m 143 (Paragraaf 6.5 en 6.6).
- Actief geëxciteerd model: blz. 96 en 97.
- Continu-elastisch model: blz. 97, 98 en 144 t/m 152 (Paragraaf 6.7 en 6.8).

Schaalregels: blz. 79 t/m 81 (Paragraaf 4.8), 87 t/m 91 en Appendix II.

Scheepsoscillatie: blz. 50.

Schip afmerend aan fenderconstructie: blz. 48 t/m 51 (Paragraaf 3.4.2) en 60 t/m 63.

Schokgolfmodel:

- Lineair schokgolfmodel: blz. 67 t/m 70 (Paragraaf 4.3).
- Niet-lineair schokgolfmodel: blz. 70 t/m 73 (Paragraaf 4.4).

Sectiemodel: blz. 95, 129 t/m 137 (Paragraaf 6.3 en 6.4) en 141 t/m 143 (Paragraaf 6.6).

Sectordeuren: blz. 43 t/m 47 en 57 en 58.

Spectrum: blz. 113 t/m 116.

Star model: blz. 96, 97 en 120 t/m 125 (Paragraaf 6.1 en 6.2).

Starre wand (bij golfklap): blz. 67 t/m 69 (Paragraaf 4.3.1 en 4.3.2).

Stopcriterium: blz. 24.

Strategie van onderzoek: blz. 85 en 86 (Paragraaf 5.1.2).

Strip:

- Translerend: blz. 22 t/m 26 (Paragraaf 3.2.4) en Appendix III.
- Roterend: blz. 26 (Paragraaf 3.2.4) en Appendix III.

Stromingsdrukmodel ('ventilated shock'): blz. 73 en 74 (Paragraaf 4.5).

Systemen:

- Enkelvoudig massaveersysteem: blz. 27 t/m 31 (Paragraaf 3.3.1 en 3.3.2).
- Tweevoudig massaveersysteem: blz. 31 t/m 35 (Paragraaf 3.3.3 en 3.3.4).
- Systeem met meer graden van vrijheid: blz. 35 t/m 39 (Paragraaf 3.3.5).
- Gekoppelde systemen (constructie- en vloeistofelementen): blz. 39 t/m 47 (Paragraaf 3.3.6 en 3.3.7) en 55 t/m 63 (Paragraaf 3.5.3).

Terugkoppeling (bij golfbelasting): blz. 81 t/m 83 (Paragraaf 4.9).

Toegevoegde watermassa:

- Schatting frequentiegebied waarbij deze frequentieonafhankelijk is: blz. 18 en 19 (Paragraaf 3.2.1).
- Berekening met potentiaaltheorie: blz. 19 t/m 26 (Paragraaf 3.2.2 t/m 3.2.4).
- Schatting vanuit een geschematiseerd stroombeeld: blz. 21 en 22 (Paragraaf 3.2.3).
- Rekenvoorbeelden: blz. 22 t/m 26 (Paragraaf 3.2.4).

Tunnelmodel: blz. 94, 95 en 120 t/m 122 (Paragraaf 6.1).

Tijdsdomein: blz. 15 t/m 18 (Paragraaf 3.1) en 47 t/m 63 (Paragraaf 3.4 en 3.5).

'Ventilated shock' (stromingsdrukmodel): blz. 73 en 74 (Paragraaf 4.5).

Verificatie modeltechniek:

- Bij kunstmatige periodieke excitatie: blz. 101 t/m 103 en 154 t/m 157.
- Bij stromingsomstandigheden: blz. 103 t/m 105 en 156.

Voorkomen van golfklappen: blz. 14.

Webergetal: blz. 87.